

Ljubljana, 2018

SATELITSKE KOMUNIKACIJE

Študijsko gradivo

Laboratorij za sevanje in optiko

Boštjan Batagelj

bostjan.batagelj@fe.uni-lj.si

Kazalo vsebine

1. Uvod v satelitske komunikacije	1
1.1. Nosilne ploščadi za radijske naprave	1
1.2. Vrste storitev na satelitskih zvezah	3
2. Zgodovina astronomije – začetki sodobne znanosti	6
2.1. Nikolaj Kopernik	6
2.2. Tycho Brahe	7
2.3. Johannes Kepler	8
2.4. Galilei Galileo	10
3. Tirnica satelita	12
3.1. Problem dveh teles	12
3.2. Enačba gibanja satelita	13
3.3. Lastnosti eliptične tirnice	19
4. Lociranje satelita na tirnici (Keplerjeva enačba)	21
5. Lociranje satelita na tirnici glede na Zemljo	25
6. Usmerjenost zemeljske postaje	29
6.1. Zemljepisni koordinatni sistem	29
6.2. Določitev kotov vidljivosti	30
6.3. Posebnosti pri določitvi kotov vidljivosti za geostacionarne satelite	32
7. Gibanje antene	35
7.1. Namestitev azimut – elevacija z največjo elevacijo 90°	35
7.2. Namestitev X – Y	36
7.3. Polarna namestitev	37
8. Dopplerjev pomik v satelitskih zvezah	38
9. Prevoz satelita v tirnico	46
9.1. Izstrelitev satelita v tirnico	46
9.2. Sprememba tirnice satelita	50
9.3. Gibanje rakete	52
10. Motnje tirnic umetnih satelitov in izbira posebnih tirnic	56
10.1. Motnje zaradi nepravilnosti v težnosti Zemlje	56
10.2. Motnje zaradi težnosti ostalih nebesnih teles	61
10.3. Motnje zaradi trenja z ozračjem	62
10.4. Motnje zaradi pritiska Sončne svetlobe	62
11. Tehnološke značilnosti satelitov	64
11.1. Vodenje satelita na daljavo	64
11.2. Uravnavanje lege satelita	65
11.2.1. Elementi vodenja satelita	66
11.3. Toplotno ravnovesje satelita	68
11.4. Izvori energije za pogon naprav na satelitu	72
11.5. Ionizirajoče sevanje	74
12. Načrtovanje komunikacijske zveze preko satelita	76
12.1. Propustnost zemeljskega ozračja za radijske zveze	77
12.2. Radijska zveza v praznem prostoru	80
12.2.1. Koherentne radijske zveze v praznem prostoru	88
13. Polarizacija elektromagnetnega valovanja	91
13.1. Depolarizacija satelitskega signala	94

14. Antene v satelitskih zvezah	96
14.1. Fazno središče antene	96
14.2. Fraunhoferjevo področje delovanja zveze	97
14.3. Dipolna antena	99
14.4. Antene z veliko smernostjo	99
14.4.1. Valovodni lijak	99
14.4.2. Antene z zbiralno lečo	101
14.4.3. Skupina anten	102
14.4.4. Zbiralno zrcalo	103
15. Zmogljivost satelitske zveze in spektralna učinkovitost	114
16. Šum v radijskih komunikacijah	119
16.1. Šumna temperatura antene	120
16.2. Šumna temperatura in šumno število sprejemnika	129
16.2.1. Nastanek in vrste notranjega šuma	129
16.2.2. Efektivna nadomestna šumna temperatura	130
16.2.3. Šumno število	132
16.2.4. Zveza med šumno temperaturo in šumnim številom	134
16.3. Šumna temperatura in šumno število slabilnika	137
17. Modulacija signala v satelitski radijski zvezi	139
17.1. Analogna radijska zveza	139
17.1.1. Linearna modulacija	139
17.1.2. Frekvenčna modulacija	142
17.2. Številski radijska zveza	144
17.2.1. Pogostost napak in zaščitno kodiranje v številski radijski zvezi	150
18. Združevanje signalov v satelitski radijski zvezi	152
18.1. Frekvenčna porazdelitev signalov	152
18.2. Časovna porazdelitev signalov	154
18.3. Kodna porazdelitev signalov	155
18.4. Prostorska porazdelitev signalov	158
19. Satelitski radiolokacijski sistemi	160
19.1. Radar	160
19.2. Sekundarni radar	160
19.3. Radar s sintetično odprtino	160
20. Satelitski radionavigacijski sistemi	161
20.1. Postopki za določanje trenutnega položaja	162
20.2. Radionavigacijski hiperbolični sistemi	164
20.2.1. Zemeljski radionavigacijski hiperbolični sistemi	165
20.2.2. Satelitski radionavigacijski hiperbolični sistemi	166
20.2.2.1. GPS	168
20.2.2.2. GLONASS	171
20.2.2.3. GALILEO	172

1. Uvod v satelitske komunikacije

Področje satelitskih komunikacij je staro 50 let in se je začelo z izstrelitvijo prvega mednarodnega telefonskega satelita – Telstar v letu 1962. Ta satelit je imel kapaciteto 12 telefonskih zvez, ki so se lahko uporabljale za mednarodne telefonske klice preko Atlantika. Uporaba je bila zaradi hitre obhodne frekvence v primerjavi z vrtenjem Zemlje omejena na nekaj polurnih časovnih obdobjih preko enega dneva. Sledila so obdobja razvoja v elektroniki, računalništvu, analognem in digitalnem radijskem prenosu ter signalnem procesiranju, načrtovanju usmerjenih anten, sončnih celic, raket in seveda naklonjenosti satelitski tehnologiji, ki so vzpostavila temelje široki paleti modernih satelitskih storitev, ki niso omejene le na telekomunikacije, kot je bilo sprva mišljeno. Leta 1988 je bil položen prvi transatlantski optični kabel in čeprav se danes skorajda vsa telekomunikacijski promet prenaša preko optičnih podmorskih kablov, se v vesolju okrog Zemlje nahaja že nekaj tisoč umetnih satelitov. Samo v geostacionarni tirnici jih je preko 1200, od tega 365 delujočih, kar pomeni, da je v povprečju vsako kotno stopinjo nad ekvatorjem nameščen po en delujoč satelit.

Knjiga Satelitske komunikacije je sestavljena iz dveh delov. Prvi del se posveča osnovam tehnike satelitskih tirnic (angl. orbit), kar pripomore k razumevanju razlik med tirnicami, njihovim oblikam in pripadajočim razdaljam do Zemlje. Namenjen je namreč vprašanju: v kakšno tirnico lahko postavimo umetni satelit, kako ga do tja pripeljemo, kakšni so pogoji delovanja radijskih naprav v vesolju in kaj lahko tam z njimi počnemo.

V drugem delu so obravnavane satelitske komunikacijske zveze in njim pripadajoče načrtovanje, izvedbe, delovanje in uporaba tako v zemeljski postaji kot na samem satelitu.

Osnovni element v satelitski komunikacijski zvezi je antena, zato so najprej predstavljene osnovne lastnosti anten, ki vplivajo na načrtovanje zveze. Načrtovanje komunikacijskega sistema mora vsebovati vpliv šuma na komunikacijske lastnosti. Satelitski sistemi so občutljivi na šum, ker je sprejeti signal že po naravi zelo majhen. Iz tega razloga so v 15. poglavju identificirani glavni izvori šuma in ovrednoten njihov skupni vpliv na sistemske lastnosti. V zadnjem delu je upoštevajoč vse omejitve razvit način za načrtovanje satelitske komunikacijske zveze z ustrezno modulacijo in multipleksiranjem.

1.1. Nosilne ploščadi za radijske naprave

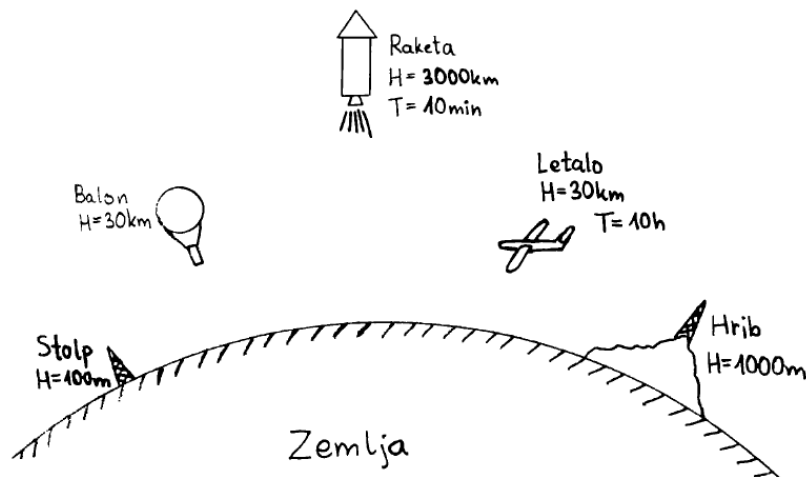
Domet radijske zveze največkrat ni omejen z močjo oddajnika, pač pa z dodatnim slabljenjem ovir na poti radijskih valov. Slabljenje ovir lahko zmanjšamo z izbiro položaja enega ali obeh udeležencev (oddajnika ali sprejemnika) v radijski zvezi. V zemeljskih razmerah je za domet radijske zveze najpomembnejša višina antene nad okolico. Praktične možnosti vgradnje radijske antene na različne nosilne ploščadi so prikazane na sliki 1.

Višina antene v rokah uporabnika oziroma vgrajene na vozilo znaša komaj poldrugi meter. Za večje višine potrebujemo antenski stolp, ki je običajno do 30 m. Gornja praktična meja za antenski stolp je 100 m. Na naravne vzpetine lahko postavimo radijske antene na nekaj tisoč metrov nad okolico. Primerni hribi in gore seveda niso vedno na razpolago in niso vedno na tistem mestu, kjer bi to želeli za radijske zveze.

Za večje višine postavimo radijski oddajnik in sprejemnik z anteno na primerno zračno plovilo. Tehnične rešitve zrakoplovov so sicer znane, niso pa preproste, niti poceni. Balon izkorišča statični vzgon v ozračju, zato je višina omejena na približno 30 km. Statični vzgon ne potrebuje izvora energije, pač pa potrebuje precej energije vzdrževanje položaja balona v vetru. Balon je povrh zelo nežna naprava, občutljiva na vetrove, tanke stene pa uničuje ultravijolično sevanje Sonca. Iz vseh navedenih razlogov se balon ni uveljavil kot nosilna ploščad za radijske naprave.

Bolj uporabna rešitev za radijsko ploščad je letalo, ki izkorišča dinamični vzgon kril. Dinamični vzgon potrebuje izvor energije, zaloga goriva na letalu zadošča za približno 10 ur delovanja. Višinska meja za letalo je prav tako okoli 30 km. Letalo je na veter manj občutljivo od balona, lahko vzleta in pristaja ob skoraj vsakem vremenu ter se zoperstavi vetrovom na delovni višini.

Na višinah, večjih od 30 km, je zaenkrat edino znano prevozno sredstvo raketa, ki pa je na žalost energetsko zelo neučinkovita. Nad 30 km raketni motor potrebuje poleg goriva še oksidator, kar pomeni 10-kratno povečanje mase. Raketa lahko sicer doseže velike višine, čas lebdenja naprave z raketnim motorjem pa je omejen na 10 minut ali manj. Prav zaradi silno kratkega časa delovanja je raketa v večini primerov predraga kot nosilna ploščad za radijske naprave.



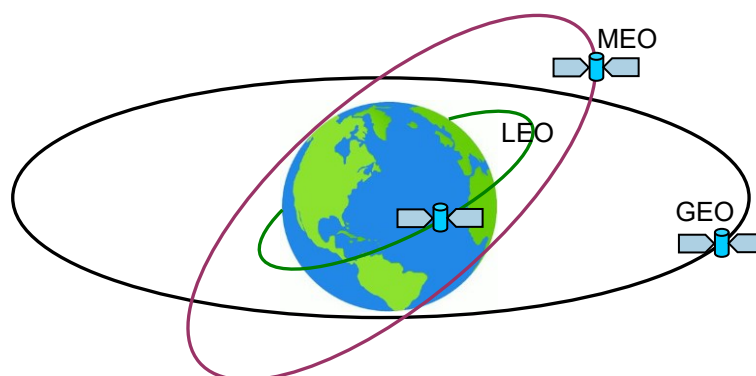
Slika 1: Nosilne ploščadi za radijske naprave.

Radijske zveze na zelo velike razdalje omogočajo tudi nekateri naravni pojavi. Na nizkih frekvencah pod 30 MHz lahko izkoriščamo odboj in lom radijskih valov od ionosfere na višini približno 300 km. Radijsko zvezo lahko vzpostavimo tudi preko odboja od Lune, ki kroži okoli Zemlje na višini približno 380000 km. Zmogljivost vseh teh vrst radijskih zvez je zelo omejena in niso vedno na razpolago.

Zemlja je v prvem približku kroglja s polmerom 6378 km, ki jo objema tanek ovoj ozračja. Ozračje se z višino hitro redči, zato statični ali dinamični vzgon omogočata letenje do višine komaj 30 km. Na višini 300 km je zemeljsko ozračje že tako redko, da je trenje z zemeljskim ozračjem zelo majhno. Fizika tam omogoča še drugačne rešitve letenja, ki ne zahtevajo stalnega vira energije za zadrževanje položaja. Na velikih višinah nad 300 km je trenje z umetnim satelitom s hitrostjo okoli 10 km/s dovolj majhno, da se tu zadrži nekaj mesecev. Vpliv zemeljskega ozračja na tirnice vesoljskih plovil postane povsem zanemarljiv na višinah nad 1000 km.

Umetne satelite z radijskimi postajami nima smisla pošiljati predaleč v vesolje. Povečano slabljenje radijske zveze lahko sicer nadomestimo z bolj usmerjenimi antenami na vesoljskem plovilu, zakasnitve potovanja elektromagnetnega valovanja skozi prostor pa ne moremo nadomestiti. Praktična meja je zato okoli 50.000 km nad površino Zemlje. Poleg tega postane tirnica vesoljskega plovila na višinah nad 50.000 km zelo komplicirana zaradi težnosti drugih nebesnih teles, predvsem Sonca in Lune.

Uporabne tirnice za telekomunikacijske in tudi večino ostalih umetnih satelitov se nahajajo na višinah med 500 km in 50.000 km nad Zemeljsko površino, kot prikazuje slika 2. V tem področju višin je vsaj v prvem približku trenje z zemeljskim ozračjem zanemarljivo majhno. Majhen je tudi vpliv težnosti drugih nebesnih teles.



Slika 2: Delitev tirnic glede na višino nad Zemeljsko površino.

Nizka zemeljska tirnica ali **nizkozemeljska tirnica** (angl. Low Earth Orbit – LEO) se nahaja od 100 km do 2.000 km. Ima od vseh možnih tirnic najmanjše zakasnitve signala (približno 10 ms) in najmanjše izgube, kar je prednost za komunikacijske aplikacije. Ena glavnih slabosti komunikacijskih satelitov v nizkozemeljski tirnici je omejeno obdobje razpoložljivosti na nebu, ker preleti nebo nad

uporabnikom v približno 10 minutah. Za doseganje zelene pokritosti s komunikacijskimi storitvami in stalne razpoložljivosti se največkrat uporabljajo omrežja z več sateliti v nizkozemeljski tirnici. Tudi strošek izstrelitve je za satelite v nizki zemeljski tirnici manjši kot za satelite v drugih tirnicah.

Sateliti namenjeni opazovanju Zemlje, kot so sateliti na daljinsko zaznavo ali vremenski sateliti, zelo pogosto uporabljajo nizkozemeljske tirnice, saj lahko iz majhne višine posnamejo zelo podrobne fotografije zemeljske površine. Slabost nizkozemeljske tirnice je vpliv Zemljine nepravilne oblike na potek tirnice.

Srednja zemeljska tirnica ali **srednjezemeljska tirnica** (angl. Medium Earth Orbit – MEO) se nahaja od 2.000 km do 36.000 km. Zakasnitev signala s teh tirnic znaša do 120 ms. Srednje zemeljske tirnice uporabljajo navigacijski sateliti (GPS, GLONASS, GALILEO), meteorološki sateliti, sateliti za daljinsko zaznavanje. Ena perioda satelita na srednjezemeljski tirnici traja od 2 do 24 ur.

Geostacionarna zemeljska tirnica (angl. geostationary Earth orbit – GEO) ali krajše geostacionarna tirnica je daleč najbolj priljubljena tirnica, ki se uporablja za nameščanje komunikacijskih satelitov. Nahaja se na oddaljenosti 36.000 km (35.786 km) od Zemlje in leži neposredno nad ekvatorjem. Na tej razdalji se satelit giblje z enako krožno hitrostjo kot je hitrost vrtenja Zemlje. Zaradi tega je položaj satelita fiksni glede na Zemljo. Globalno pokritost je mogoče doseči že s tremi sateliti. Z njimi lahko pokrijemo celotno površino Zemlje z izjemo obeh polov. Velika večina današnjih komunikacijskih satelitov obratuje v geostacionarni tirnici, vključno s tistimi, ki prenašajo TV signale v naše domove. Največja slabost geostacionarne tirnice je razmeroma visoka zakasnitev signala (260 ms) in iz tega razloga ni primerna za prenos govornih signalov.

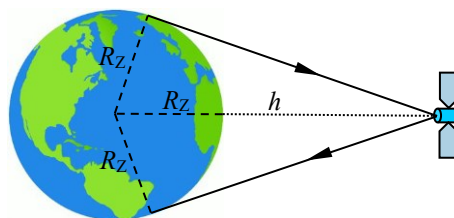
Visoko eliptična tirnica (angl. High Elliptical Orbit – HEO) je edina tirnica, kjer se sateliti gibljejo po elipsi in ne po krogu (je eliptična tirnica), z maksimalno višino (apogej) podobno kot pri geostacionarnih tirnicah in minimalno višino (perigej), podobno kot pri nizkozemeljskih tirnicah. Po drugem Keplerjevem zakonu se satelit največ časa zadržuje v območju blizu apogeja, ko je najbolj oddaljen od Zemlje. Takrat se po tirnici giblje najpočasneje.

1.2. Vrste storitev na satelitskih zvezah

Danes je mogoče uporabljati satelitsko tehnologijo za najrazličnejše komunikacijske namene. Storitve, ki so osnovane na satelitskih zvezah, je mogoče razvrstiti v sedem osnovnih skupin.

- **Fiksna satelitska zveza**, kjer je vzpostavljena komunikacijska zveza med dvema fiksnima zemeljskima postajama, kot prikazuje slika 3. Ena od prvih uporab tovrstne storitve je bila mednarodna telefonija, ki so jo kasneje prevzele optične komunikacije na osnovi optičnega vlakna, predvsem zaradi velikih zmogljivosti in majhnih zakasnitev, kot prikazujeta spodnja primera.

Glavna omejitev pri govornih komunikacijah je zahteva za potek v realnem času, kjer zakasnitev ne sme biti daljša od 250 ms. To omejitev poznamo tudi pri VoIP, kjer sta po priporočilu G.114 zgornji dopustni meji vrednosti skupne zakasnitve 150 in 400 ms za komunikacije v realnem času [1], [2]. Iz spodnjih dveh primerov vidimo, da zveza preko geostacionarnega satelita vnaša prevelike zakasnitve.



Slika 3: Fiksna satelitska zveza, ki omogoča komunikacijo med dvema skrajnima točkama na zemeljski površini.

¹ Fettweis, G.; Alamouti, S., "5G: Personal Mobile Internet beyond What Cellular Did to Telephony," Communications Magazine, IEEE, vol. 52, no. 2, pp. 140-145, February 2014.

² ITU-T Technology Watch Report, »The Tactile Internet«, August 2014
https://www.itu.int/dms_pub/itu-t/obj/gen/T-GEN-TWATCH-2014-1-PDF-E.pdf

Primer:

Izračunaj čas, ki ga potrebuje svetlobni signal, da po optičnem vlaknu z lomnim količnikom $n=1,5$ prepotuje polovičen obseg Zemlje. Svetlobno valovanje potuje po praznem prostoru s hitrostjo $c_0=3\cdot 10^8$ m/s. Polmer Zemlje znaša 6378 km.

$$c = \frac{c_0}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,5} = \underline{\underline{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}}$$

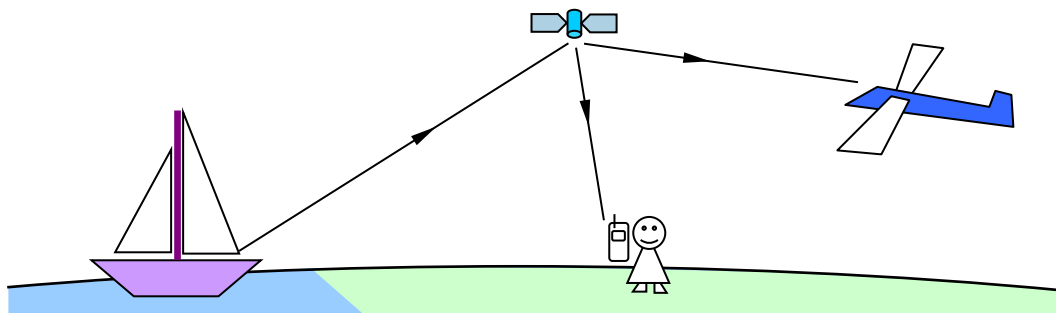
$$t = \frac{\frac{2\pi \cdot R_Z}{c_0}}{n} = \frac{\pi \cdot R_Z \cdot n}{c_0} = \frac{\pi \cdot 6378 \text{ km} \cdot 1,5}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \underline{\underline{0,10 \text{ s}}} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

Primer:

Izračunaj čas, ki ga potrebuje radijski signal, da prepotuje od ene do druge, kolikor je mogoče razmaknjene, zemeljske postaje preko geostacionarnega satelita. Radijsko valovanje potuje po praznem prostoru s hitrostjo $c_0=3\cdot 10^8$ m/s. Geostacionarni satelit se nahaja na tirnici, ki je 36000 km nad površino Zemlje.

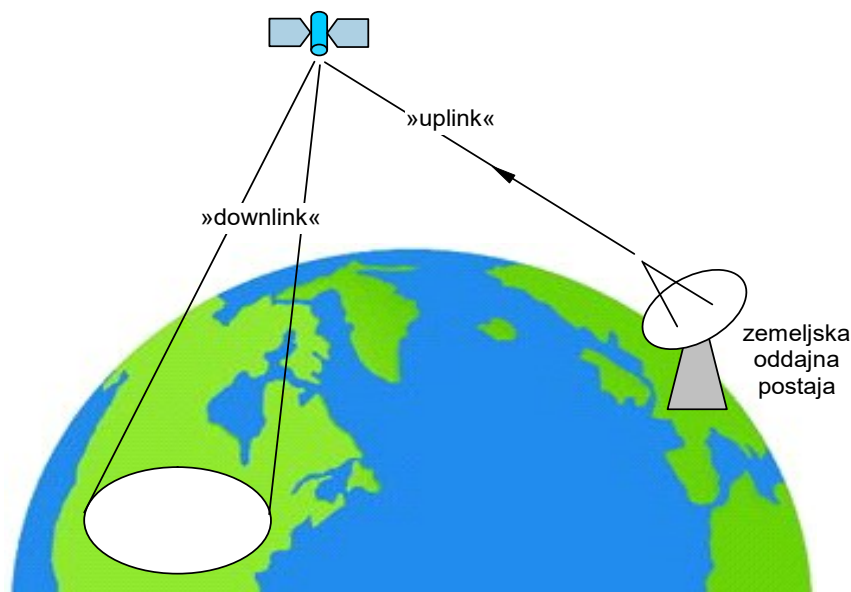
$$t = \frac{2 \cdot \sqrt{(h + R_Z)^2 - R_Z^2}}{c_0} = \frac{2 \cdot 41895 \text{ km}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \underline{\underline{0,28 \text{ s}}} \approx \frac{1}{3,5} \text{ s}$$

- **Mobilna satelitska zveza**, ki se deli na letalsko, pomorsko in zemeljsko, kot prikazuje slika 4. Načrtovana je tako, da lahko s pomočjo mobilne antene preko satelita vzpostavimo zvezo z drugo mobilno enoto ali fiksno zemeljsko postajo. Pri letalski in pomorski zvezi so sprejemne enote mobilne, kar zahteva sledenje položaja satelita s pomočjo premičnih ali fazono sklopljenih antenskih skupin. Pri zemeljski zvezi se lahko zemeljske enote uporabljajo za poročanje (na primer TV/radio iz športnih dogodkov, nerazvitih območij ali v času izrednih razmer ter vojne), kar zahteva premični satelitski krožnik. Seveda je mogoče pri zemeljski zvezi izvesti tudi zasebno zvezo med dvema mobilnima enotama, če se uporabljajo sateliti v nizkih tirnicah. Ta del zvez je precej zasenčila mobilna telefonija, ki uporablja na Zemlji postavljene bazne postaje.



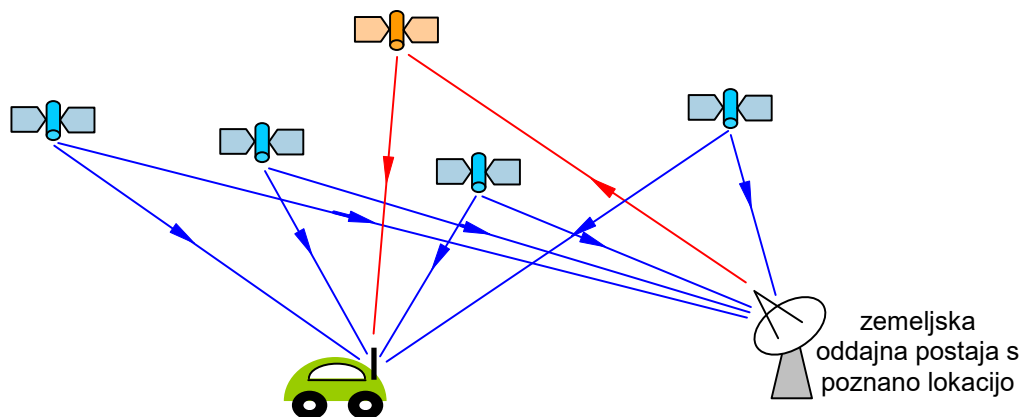
Slika 4: Mobilna satelitska zveza.

- **Satelitsko razpršeno oddajanje (angl. Broadcasting)** se uporablja predvsem za razdeljevanje radijskih in televizijskih signalov. Kot prikazuje slika 5, se signal iz zemeljske postaje pošlje na satelit, ki pokriva določeno področje Zemlje, kjer se nahajajo satelitski sprejemniki. Stroški razpršenega satelitskega prenosa so neodvisni od števila zemeljskih terminalov, ki sprejemajo prenos.



Slika 5: Zveza s satelitskim razpršenim oddajanjem na določeno geografsko področje.

- **Radijski navigacijski satelitski sistem** je enosmerna zveza, ki omogoča premikajočemu se uporabniku (slika 6) na kopnem, morju ali zraku poznavanje geografskega položaja, kar mu služi za navigacijske namene. Primeri so ameriški GPS (angl. Global Positioning System), ruski GLONASS ali evropski Galileo.
- **Radijski določevalni (determination) satelitski sistem** je dvosmerna različica navigacijskega sistema, kjer satelit zahteva poznavanje lokacij mobilnih uporabnikov, ki jih posreduje obema mobilnima enotama ter zemeljski nadzorni postaji. Primer takega sistema sta WAAS pri GPS in Iridium.



Slika 6: Določanje položaja s pomočjo satelitske navigacije (modro označeni signali) in sporočanje popravkov preko geostacionarnega satelita (rdeče označeni signali).

- **Medsatelitske zveze** (angl. inter-satellite link) se uporabljajo za komunikacijo med vidnimi sateliti v isti ali različnih tirnicah, brez posredovanja komunikacijske postaje na Zemlji [3]. Za medsatelitsko komunikacijsko povezavo se lahko uporabljajo radijske ali svetlobne zveze. Primer radijske medsatelitske zveze najdemo pri satelitskem sistemu mobilne telefonije Iridium.
- **Enosmerna satelitska zveza**, ki je namenjena prenosu podatkov, ki jih je satelit zajel pri opazovanju Zemlje ali vesolja. V to skupino se štejejo vremenski sateliti, ki se uporabljajo v civilne, znanstvene ali vojaške namene.

³ Mihael Mohorčič, Gorazd Kandus, Jurij F. Tasič, Nikola Rožič»Negeostacionarne satelitske konstelacije za dostop do širokopasovnih komunikacijskih storitev«, Elektrotehniški vestnik 70(4): 240–245, 2003.

2. Zgodovina astronomije – začetki sodobne znanosti

Astronomija je ena najstarejših temeljnih znanosti. Skozi vso zgodovino človeštva je astronomija imela globok vpliv na kulturo, religijo in silovit izraz človeškega razuma. Začetek razvoja sodobne astronomije je tudi začetek sodobne znanosti. Skozi njen zgodovinski potek je mogoče videti snovanje znanstvene metode proučevanja. Zgodovinski potek razvoja astronomije prikazuje osnovne znanstvene metode proučevanja, na katerih temelji vsa sodobna znanost.

V zadnjih desetletjih je astronomija močno napredovala. Pred sto leti smo se komajda zavedali obstoja naše Galaksije. Danes vemo, da naše vesolje sestavlja več milijard galaksij, in da je nastalo pred približno 13,7 milijardami let. Pred sto leti nismo vedeli, da obstajajo še druga osončja v vesolju. Danes poznamo več kot 300 planetov, ki se gibljejo okrog drugih zvezd v naši domači Galaksiji in se približujemo razumevanju nastanka življenja. Pred sto leti smo preučevali nebo z optičnimi teleskopi, človeškim očesom in fotografskimi ploščami. Danes opazujemo vesolje z Zemlje in nad njo, pri čemer uporabljamo vrhunsko digitalno tehnologijo in tudi človeškemu očesu nevidne valovne dolžine.

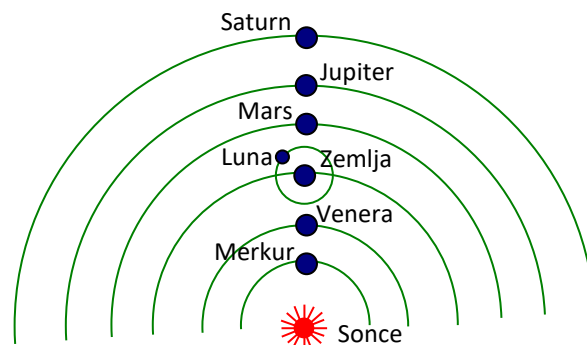
Same začetke sodobne astronomije so najbolj zaznamovale štiri osebnosti, katerih delo je na kratko opisano v nadaljevanju. Vsak od njih je prispeval delček znanstvenega pristopa k razumevanju sodobnega vesolja. V tistem času je bilo razumevanje astronomije povezano s ptolemejsko (po astronomu in matematiku Ptolemeju) in aristotelsko (po filozofu Aristotelu) teorijo. Obe teoriji sta temeljili na trditvi, da je Zemlja središče vesolja (geocentrični sestav).

V samem začetku sodobne astronomije je k astronomiji sodila tudi astrologija. Znano je, da Kepler sam v zanesljivost svojih astroloških napovedi ni kaj prida verjel. Danes astrologijo pojmuje pod verovanje, astronomija pa je znanstvena veda.

2.1. Nikolaj Kopernik

Nikolaj Kopernik (1473 – 1543) se je rodil na Poljskem in je najprej študiral matematiko in optiko na krakovski univerzi, nato še cerkveno pravo v Bologni. Tam je spoznal astronoma Domenica Mario de Novara in pri njem študiral. Italijan ga je usmeril k predmetu, ki se mu je najbolj posvetil. Doštudiral je medicino v Padovi in v Ferrari dobil še diplomu iz cerkvenega prava. Stric Lukasz Watzenrode, ki je kmalu potem postal škof v Warmii, mu je priskrbel mesto kanonika v Fromborku. Na škofijskem uradu se je poleg tega ukvarjal še z medicino.

Kopernik, ki je s stolpiča fromborške katedrale s prostim očesom opazoval nebo, je prišel do ugotovitve, da Zemlja ni središče vesolja. Menil je, da je Sonce bližje središču vesolja, kot prikazuje slika 7. S tem je pojasnil dnevno kroženje Zemlje po osi in letno okoli Sonca. To je bila za versko in znanstveno srenjo tistega časa zelo radikalna trditev. Leta 1514 je napisal Komentarček o modelih za gibanje neba s sedmimi načeli teorije, ki je zaupno krožil med peščico prijateljev in sodelavcev.



Slika 7: Kopernikov model vesolja.

Istega leta je sodeloval v komisiji petega lateranskega koncila o reformi koledarja. Cerkvene oblasti so se namreč zavedale, da koledar, ki je bil tedaj v uporabi, ni pravilen. Nasvet so poiskali pri Koperniku, saj je bil tisti čas avtoriteta za astronomska vprašanja. Kopernik jim je odgovoril, da njegova preučevanja niso dovolj dognana, da bi si upal spremeniti sistem. Takrat je pisal prelomno knjigo o teoriji heliocentričnega sistema (da je središče sestava Sonce). Ker bi imela teorija tako teološke kot znanstvene posledice, nas ne sme čuditi, da se jo je bal objaviti.

Za določanje verskih praznikov, na primer velike noči (prvo nedeljo po prvi spomladanski polni Luni), so bila nujna astronomska preračunavanja, pa tudi poznavanje položaja posameznih planetov. S tedanjim geocentričnim modelom jih je bilo težko ugotoviti, s Kopernikovim heliocentričnim sistemom pa veliko lažje. Naposled je Kopernikova knjiga izšla z naslovom »O kroženju nebesnih teles«, katero je posvetil papežu Pavlu III., toda šele luteranski učenjak Georg Joachim von Landen - Rheticus ga je prepričal, da jo objavi.

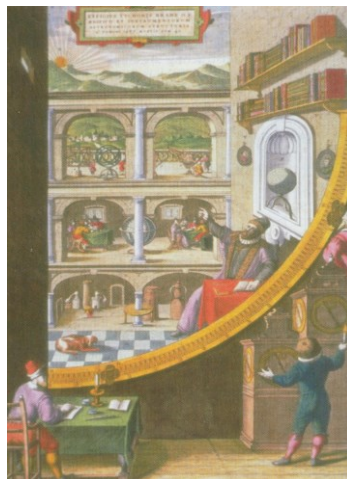
Tiskanje je zaupal Andreasu Osianderju, ki se je ponudil, da napiše predgovor, s katerim bi bila knjiga bolj sprejemljiva za Cerkev. V njem je zapisal, da dognanja niso predstavljena kot resnica, temveč so namenjena le poenostavljenemu preračunavanju. Dokončno kopijo dela so Koperniku menda izročili na smrtni postelji leta 1543, in dodatka morda sploh ni opazil.

Nasprotovanje Cerkve se je izkazalo šele leta 1616, ko je Galilej v svojih spisih omenil Kopernikovo delo. Knjigo »O kroženju nebesnih teles« je Cerkev uvrstila na seznam prepovedanih knjig in jo z njega črtala šele leta 1835.

2.2. Tycho Brahe

Tycho Brahe (1546 – 1601) je bil danski astrolog in astronom. Brahe je študiral pravo in filozofijo na univerzah v Københavnu in Leipzigu. Ponoči je opazoval zvezde. Samo z globusom brez dobrih inštrumentov in z nekaj kompasi je uspel najti precej napak v standardnih astronomskih tabelah. Odločil se je, da jih popravi.

Kralj Danske in Norveške Friderik II. je ponudil Braheju sredstva za izgradnjo in opremo astronomskega observatorija na otoku Venu. Brahe je sprejel predlog. Leta 1576 so začeli graditi grad Uranienborg, »trdnjavo neba«, ki ga prikazuje slika 5. V lastni delavnici je za observatorij izdelal inštrumente, ki še niso imeli leč, zato so morali biti veliki, da so omogočali natančno merjenje. Njegov znameniti zidni kvadrant premera 3 m je imel ločljivost že 100" in je bil osnova za Keplerjeve zakone za gibanje Marsa in ostalih planetov, vendar eliptičnega gibanja planetov še ni zaznal. Brahe je opravil mnoge meritve v Osončju in premeril je več kot 700 zvezd. Po smrti Friderika II. leta 1588 mu je Friderikov naslednik Kristian IV. odvzel vse prihodke.



Slika 8: Observatorij, ki ga je uporabljal Tycho Brahe.

Leta 1597 je Brahe zapustil Dansko in se naselil v Pragi. Observatorij na Danskem je uničilo vreme, otoški kmetje pa so raznesli ostanke, tako da so ostali samo temelji. Brahe je postal astronom carja Rudolfa II., kateremu je kot astrolog delal horoskope. Rudolf II. mu je podaril pokojnino 3.000 dukatov in posestvo blizu Prage, kjer naj bi zgradil novi Uranienborg, vendar je prej umrl. Brahe ni nikoli popolnoma sprejel Kopernikove teorije. Zavzemal se je za svojo teorijo. V njegovem sestavu naj bi 5 tedaj znanih planetov krožilo okoli Sonca, ki naj bi skupaj s planeti krožil okoli Zemlje. Kroglja zvezd naj bi krožila okoli nepomične Zemlje enkrat na dan. Čeprav je bila njegova teorija napačna, so njegova natančna astronomska merjenja po smrti koristila Keplerju za odkritje svojih treh zakonov gibanja planetov. Kepler, ki je bil Brahov pomočnik od leta 1600 do Brahove smrti, je izdal njegovo glavno delo »Astronomiae instauratae progymnasmata«.

2.3. Johannes Kepler

Johannes Kepler (1571 – 1630) je bil po rodu Nемеc, sin poklicnega vojaka in gostilničarjeve hčere. Za nadaljevanje očetovega poklica je bil nesposoben, ker je že kot otrok zbolel za kozami, ki so mu pohabile roke in oslabile vid. Namenili so ga za duhovniški poklic, toda že med študijem je pokazal več zanimanja in daru za matematiko kot za teologijo, zato je postal matematik, astronom in astrolog. Danes je Kepler najbolj poznan kot astronom, in sicer po zakonu gibanja planetov (ti celo nosijo njegovo ime), čeprav tudi njegova matematična odkritja niso nepomembna.

Pri Keplerju se pogosto spregleda bralcu takoj očitno dejstvo, da je bil odličen pisatelj, ki je napisal prvo znanstveno fantastično zgodbo (Somnium – govori o možu, ki je v sanjah potoval na Mesec). Morda prav zaradi tega nihče ni zavrzel njegovih pisem in drugih rokopisov. Kako stoletje po učenjakovi smrti jih je ruska cesarica Katarina II. zbrala in shranila na zelo primernem mestu, v zvezdarni Pulkovo. O Keplerju torej vemo veliko.

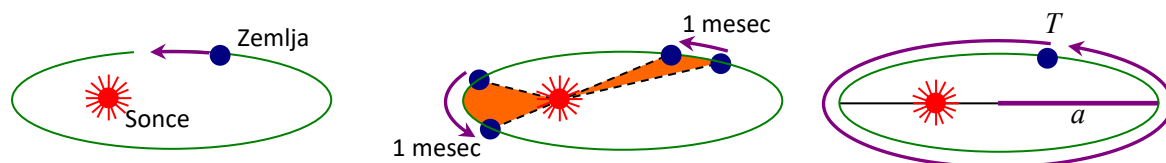
Bil je zelo veren mož. V svojih delih se neprestano sklicuje na Boga in razumevanje božjih del se mu je zdela krščanska dolžnost, saj je verjel, da človek, narejen po božji podobi, lahko razume stvarnikov kozmos. Seveda pri določenih predpostavkah. Kepler je bil namreč – podobno kot Pitagora – prepričan, da je Bog ustvaril vesolje po nekakšnem matematičnem načrtu. Zato naj bi bila matematika zanesljiva metoda odkrivanja zakonitosti naravnega sveta. Nekateri menijo, da je bil Kepler velik mistik. Morda res, toda mistik skrajno racionalne, matematične vrste.

Vesolje, ki ga je Kepler spoznal v šoli, je bilo seveda ptolemejsko. Vseh sedem »planetov« (Luna, Merkur, Venera, Sonce, Mars, Jupiter in Saturn) se v njem vrti okoli Zemlje. Vendar je takšno vesolje pravo matematično sračje gnezdo in Keplerju, ki je krivoversko menil, da je naloga astronomov izmeriti planetne tire, ne pa o njih ugibati (oziroma preprosto verjeti, da so krožnice, kar je predlagala cerkev), se je zdel Kopernikov sistem s soncem v središču vesolja že ob prvem srečanju boljši. Zaradi takšnega mnenja nikoli ni bil posvečen v duhovnika in je bil navsezadnje celo izobčen skupaj z večjim delom evropskega prebivalstva, saj se v tedanjem času velikih nasprotji med katoliško in protestantsko cerkvijo izobčenju z ene ali druge strani skoraj ni dalo izogniti. V Kopernikovem vesolju je le šest planetov (in tudi Zemlja je eden izmed njih), Mesec pa zvrst astronomiji dotlej nepoznanega nebesnega telesa zemljinega satelita.

Z natančno analizo boljših astronomskih meritev, ki jih je dobil od Brahova, je po dolgotrajnem in naporsem delu prišel do odkritij, ki jih danes imenujemo Keplerjevimi zakoni. Le-ti so grafično prikazani na sliki 9.

Po prvem od njih so tiri planetov okoli Sonca elipse, Sonce pa ne leži v središčih planetnih elips, temveč v enem od njihovih gorišč.

Drugi Keplerjev zakon pravi, da zveznica med Soncem in planetom opiše v enakih časih enake ploščine. Planet se v bližini Sonca giblje hitreje kot v večji oddaljenosti. Zakon je znan tudi pod imenom izrek o ploščinski hitrosti in velja na splošno za vsa centralna gibanja.



Slika 9: Prikaz Keplerjevih zakonov.

Tretji zakon pravi, da je količnik kvadrata siderične periode T in kuba velike polosi elipse a za vse planete enak.

$$\frac{T^2}{a^3} = konst.$$

Keplerjeve izkustvene zakone je mogoče izpeljati iz Newtonovega splošnega gravitacijskega zakona, kot je to prikazano v naslednjem poglavju. Kepler sam ni razumel, zakaj njegovi zakoni veljajo. Šele Newton je matematično pokazal, zakaj je temu tako.

Primer:

Izračunajte kolikokrat je razdalja Sonce-Jupiter večja od razdalje Sonce-Zemlja. Eno Jupiterjevo leto traja približno 12 Zemljinih let.

$$\frac{T_{Zemlja}^2}{a_{Zemlja}^3} = konst. = \frac{T_{Jupiter}^2}{a_{Jupiter}^3} \quad \Rightarrow \quad a_J^3 = \left(\frac{T_J}{T_Z}\right)^2 \cdot a_Z^3$$

$$a_J = \sqrt[3]{\left(\frac{12 \text{ let}}{1 \text{ leto}}\right)^2 \cdot a_Z^3} = \sqrt[3]{12^2} \cdot a_Z = \underline{\underline{5,24 \cdot a_Z}}$$

Keplerjevi zakoni ne veljajo le za gibanje planetov okoli Sonca, ampak splošno za kroženje lažjega telesa okoli dosti težjega telesa. Torej veljajo tudi za kroženje naravnega satelita (Lune) ali umetnih satelitov okrog Zemlje, kar je pomembno spoznanje za satelitske komunikacije.

Newton je uvidel, da je njegov tretji zakon v zvezi s tretjim Keplerjevim zakonom v obliki

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} = konst.,$$

kjer imamo masi obeh teles in splošno gravitacijsko konstanto.

Ker ima satelit precej manjšo maso od Zemlje okrog katere kroži, tretji Keplerjev zakon zapišemo tako, da v njem nastopa težnostna konstanta Zemlje μ

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mu}$$

Primer:

Izračunajte periodo tirnice umetnega satelita, ki ima apogej na višini $h_a=1500$ km nad zemeljsko površino in perigej na višini $h_p=500$ km nad zemeljsko površino. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$).

$$r_a = h_a + R_Z = \underline{\underline{7878 \text{ km}}} \quad r_p = h_p + R_Z = \underline{\underline{6878 \text{ km}}}$$

$$\text{velika polos elipse znaša } a = \frac{r_a + r_p}{2} = \underline{\underline{7378 \text{ km}}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(7378000 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = \underline{\underline{6307 \text{ s} = 105 \text{ min } 7 \text{ s}}}$$

Sateliti na različnih višinah nad zemeljskim površjem imajo različne obhodne čase. Torej z izbiro višine izberemo obhodni čas satelita, ki je potreben na zeleno aplikacijo (satelitska telefonija, opazovanje Zemlje in njene atmosfere, distribucija televizijskih signalov, navigacija,..).

Primer:

Koliko znaša perioda tirnice umetnega satelita, ki potuje na povprečni oddaljenosti od Zemlje $a=42163$ km. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(42163000 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = \underline{\underline{86161 \text{ s} = 1 \text{ dan}}}$$

2.4. Galilei Galileo

Galilei Galileo (1564 – 1642) je bil italijanski fizik, matematik, astronom in filozof. Po končanih medicinskih študijah se je posvetil raziskovanju geometrije in Arhimedovih del in postal eden od največjih fizikov in astronomov. Bil je prvi po Arhimedu, ki je proučeval naravne pojave s poskusi.

Znan je postal leta 1586, ko je objavil podrobnosti o svojem izumu, hidrostatični tehtnici. Podal je zakone prostega pada, nihala in meta. Prosti pad je proučeval s pomočjo kotaljenja po klancu, pri čemer se gravitacijski pospešek zmanjša za sinus kota pod katerim je nagnjen klanec.

$$a = g \cdot \sin(\varphi)$$

Ker je za svoje poskuse potreboval natančno merjenje časa se je precej posvečal izdelavi nihala.

Primer:

Izračunajte dolžino nihala za stensko uro, kjer je zahtevan nihajni čas $T=1\text{s}$. ($g=10\text{ m/s}^2$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$l = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot g = \left(\frac{1\text{s}}{2\pi}\right)^2 \cdot 10\text{ m/s}^2 = 2,5 \cdot 10^{-2}\text{ s}^2 \cdot 10\text{ m/s}^2 = \underline{\underline{0,25\text{ m}}}$$

Galilei Galileo je ovrgel Aristotelovo prepričanje, ki je bilo še tedaj v veljavi, da različno težka telesa padajo z različnimi hitrostmi. Proučeval je gibanje teles in ugotovil Galilejev zakon ali zakon o vztrajnosti, po katerem telo miruje ali se giblje premo enakomerno po premici s stalno hitrostjo, če nanj ne deluje nobena zunanja sila, kar pravi tudi 1. Newtonov zakon.

Leta 1592 je postal profesor matematike na Univerzi v Padovi, kjer je tudi dosegel večino pomembnih odkritij. Leta 1604 je dokazal, da se hitrost prosto padajočih teles enakomerno veča s časom ter pojasnil in matematično opisal gibanje izstrelkov po paraboli. Podal je Galilejevo transformacijo, ki prevede opis kakega pojavnosti v danem inercialnem ali nepospešenem opazovalnem sistemu v opis tega pojavnosti v drugem nepospešenem opazovalnem sistemu, gibajočem se glede na prvega.

Leta 1609 je prikazal izum daljnogleda na vrhu zvonika sv. Marka v Benetkah. Sestavil je svoj daljnogled in ga kot prvi uporabil za astronomska opazovanja. Njegov prvi teleskop je imel možnost trikratne povečave predmetov. Daljnogled ima za objektiv zbiralno lečo in za okular razpršilno lečo s kratko goriščno razdaljo. Daje pokončno sliko. Daljnogled je razmeroma kratek in vidno polje je majhno. Dandanes tovrstno izvedbo daljnogleda uporabljamo le še kot operno kukalo. Daljnogled je leta 1608 verjetno iznašel Lippershey na Nizozemskem. Morda so v Španiji poznali daljnogled že nekaj deset let prej, a so ga zaradi izrednega pomena za plovbo ohranili v tajnosti. Istega leta je sestavil teleskop, ki je povečalo objekte za dvajsetkrat. Z daljnogledom je Galilei odkril, da Rimska cesta razpade v ogromno število zvezd slabega sijaja in tako ovrgel številne legende o njenem nastanku, saj o njeni naravi do tedaj niso vedeli ničesar. V razsuti kopici Jasli (Prezepe (Praesepe)), M44 je s svojim daljnogledom naštel 36 zvezd. Lunino površino je opazoval kot izbrazdano z dolinami in bregovi.

Leta 1610 je narisal še popolnejše karte Lunine površine od prvih, ki jih je leto poprej narisal Harriot. Galilei je podrobno opisal številne Lunine kraterje, planine in »morja«. Pozimi leta 1609 na 1610 je odkril 4 najsvetlejših Jupitrove lune, Io, Evropo, Ganimed in Kalisto, po njem imenovane Galilejeve satelite. Približno istočasno jih je opazil tudi Marij. Gibanje Jupitrovih satelitov je prepričalo Galileja, da ne krožijo vsa nebesna telesa okrog Zemlje, kot je bilo tedaj splošno veljavno mnenje. Njegovo odkritje štirih največjih Jupitrovih lun se je izkazalo za neprecenljivo za zgodnjo navigacijo, saj se njihovo orbitalno premikanje lahko uporablja kot nebesna ura, ki je vidna iz vseh smeri na Zemlji. Prav zaradi tega odkritja se evropski navigacijski satelitski sistem imenuje Galileo. Odkril je Venerine mene in Sončeve pege. Napravil je znamenite prve skice Saturna, vendar njegov daljnogled ni imel dovolj moči in povečave, da bi sistem kolobarjev videl v pravi podobi. Verjel je, da je Saturn trojni planet, po dveh letih opazovanja pa kolobarja ni več opazil, ker je k Zemlji obrnil svoj rob. Svoja prva astronomska odkritja je objavil v delu Zvezdni glasnik (sel) (Sidereus nuncius) (1610). Na osnovi svojih opazovanj je Galilei predvideval, da je v središču gibanja Sonce, Zemlja pa kroži okrog njega

kot vsi drugi planeti. Ker je podpiral Kopernikov sistem, ki je edini pravilen in resničen, je prišel v spor s cerkvenim naukom. Leta 1616 mu je inkvizicija prepovedala učenje, da se Zemlja vrti okoli Sonca in, da je Sonce središče sveta. Leta 1632 (1638) je v svojem delu Dvogovor o dveh glavnih svetovnih sestavih, Ptolemejevem in Kopernikovem (Dialogo Sopra I Due Massimi Sistemi Del Mondo, Tolemaico E Copernicano...) izdal svoj heliocentrični sistem, ki je bilo obsojeno kot heretično. Leta 1633 je bil v Rimu proces proti Galileju, ki je bil takrat v 70. letu življenja. Galilei se je moral javno odreči svojim nazorom in preživeti zadnja leta življenja v hišnem zaporu. Od leta 1757 so njegova dela spet dovoljena.

Galilejo Galilej je poslal toskanski nadvojvodinji Kristini Lorenski pismo v katerem opozoril na zgrešenosti uporabo svetopisemskih citatov v znanstvene namene. Med drugim je zapisal tudi misel, ki jo je slišal od visokega cerkvenega dostojanstvenika: »Namen Svetega Duha je, da nas pouči o tem, kako se gre v Nebesa, ne pa kako gredo Nebesa.«

3. Tirnica satelita

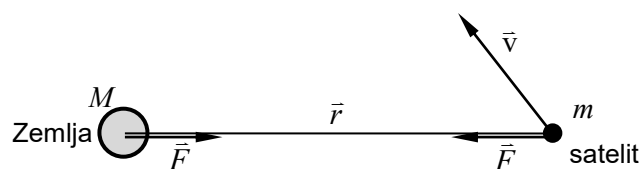
3.1. Problem dveh teles

Uporabne tirnice za Zemljine telekomunikacijske umetne satelite se nahajajo na višinah med 500 km in 50000 km nad zemeljsko površino. V tem področju je vpliv težnosti drugih nebesnih teles (Sonce in Luna) zanemarljiv. Edina pomembna sila, ki tedaj deluje na vesoljsko plovilo, je težnost Zemlje, kot prikazuje slika 10. Sila težnosti F je sorazmerna velikosti mase Zemlje (M) in satelita (m) ter obratno sorazmerna kvadratu medsebojne razdalje r .

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

kjer je G splošna težnostna konstanta, ki znaša $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Sila težnosti vedno privlači dve masi, kot prikazuje slika 10. Zaradi privlačne sile se začneta obe masi gibati okoli skupnega težišča. Gibanje pa ne vodi vedno v trčenje. Problem gibanja dveh teles ima vrsto različnih rešitev v odvisnosti od začetnih pogojev: vektorjev položaja (\vec{r}) in hitrosti (\vec{v}) obeh mas.



Slika 10: Sila teže med dvema telesoma z masama M in m .

V primeru Zemlje in umetnega satelita je masa Zemlje dosti večja od mase satelita. Skupno težišče ostane zelo blizu težišča Zemlje. Napaka, ki jo naredimo, ko postavimo koordinatno izhodišče v središče Zemlje, je zanemarljivo majhna. Točen račun pokaže, da se v tem primeru rešitev problema dveh teles ne spremeni. Zemlja je v prvem približku simetrična krogla, ki ima zunanje težnostno polje enako polju točkaste mase.

Za prebivalce Zemlje, ki se nahajajo na njeni površini, je zanimiv produkt splošne težnostne konstante G in mase Zemlje $M=5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, kar je težnostna konstanta Zemlje

$$\mu = G \cdot M,$$

ki znaša $3,986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$. Pri računanju položaja umetnega satelita je smiselno uporabiti težnostno konstanto Zemlje vsaj na pet decimal, da se ohrani zadovoljiva natančnost rezultata.

Zemlja vsiljuje predmetom na njeni površini težnostni pospešek, ki ga opredeljuje sila teže telesa T in njegova masa m

$$g = \frac{T}{m} = \frac{G \cdot M}{r^2} = \frac{\mu}{R_Z^2} = \frac{4 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 / \text{s}^2}{(6378 \text{ km})^2} = 9,8 \text{ m} / \text{s}^2.$$

Težnostni pospešek $980 \text{ cm}/\text{s}^2$, ki ga vsiljuje Zemlja predmetom na njeni površini, je mnogo večji, kot ga vsiljuje Sonce zemeljskim predmetom $0,6 \text{ cm}/\text{s}^2$ oziroma Luna $0,0033 \text{ cm}/\text{s}^2$. Pri izpeljavi tirnice satelita torej upoštevamo le gravitacijsko silo Zemlje, to je težo satelita.

Začetne pogoje poenostavljene naloge opišemo z vektorjema položaja (\vec{r}) in hitrosti (\vec{v}) umetnega satelita. Vse dokler satelit ne zaide v ozračje Zemlje, začne izgubljati na višini zaradi trenja z ozračjem in končno trči z Zemljo, sta energija satelita in vrtilna količina konstantni.

Celotno energijo satelita sestavljata kinetična in potencialna energija. Med gibanjem se kinetična energija lahko pretvarja v potencialno in obratno, njuna vsota pa vedno ostane konstantna. Potentialna energija ima vedno negativni predznak in v neskončnosti znaša nič. Negativna potencialna energija nam opisuje primanjkljaj energije, ki manjka satelitu, da ubeži težnostnemu polju Zemlje.

$$W = W_{kin.} + W_{pot.} = \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 m + \left(-\frac{\mu}{|\vec{r}|} m \right) = konst.$$

Tudi vektor vrtilne količine, ki je produkt ročice in gibalne količine satelita, ohranja svojo velikost ter smer, saj sila težnosti ne proizvaja nobenega navora na sistem satelit-Zemlja.

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{v} \cdot m = konst.$$

3.2. Enačba gibanja satelita

Rešitev za gibanje satelita je že pred več kot 400 leti zapisal nemški naravoslovec Johannes Kepler. Dokazal pa jo je kasneje angleški fizik Isaac Newton. Vektorsko enačbo gibanja satelita dobimo tako, da pospešek izenačimo s silo težnosti na enoto mase satelita.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Hitrost je odvod krajevnega vektorja po času.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Vektor pospeška je odvod hitrosti po času oziroma drugi odvod krajevnega vektorja po času.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Vektor sile ima smer nasprotno smeri vektorja položaja satelita.

$$\frac{\vec{F}}{m} = -\vec{\bar{1}}_r \cdot \frac{\mu}{|\vec{r}|^2}$$

Enačba gibanja satelita je diferencialna enačba 2. reda v treh dimenzijah, kar ustreza sistemu treh sklopljenih skalarnih diferencialnih enačb drugega reda.

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\vec{\bar{1}}_r \cdot \frac{\mu}{|\vec{r}|^2}$$

Reševanje enačbe si poenostavimo tako, da upoštevamo fizikalne konstante iz reševanja problema dveh teles: energijo in vektor vrtilne količine.

Enačba gibanja povezuje čas in položaj satelita v tridimenzionalnem prostoru. Če satelit in Zemljo postavimo na isto ravnino, problem dveh teles postavimo v dve dimenziji, kar prikazuje slika 11. Pri tem os z zasukamo v smeri vrtilne količine, ki je v problemu dveh teles konstanten vektor. Vektorja položaja in hitrosti satelita sta pravokotna na vektor vrtilne količine, zato vedno ležita v ravnini "XY" izbranega koordinatnega sistema. Nalogo na ta način prevedemo iz treh dimenzij na dve dimenziji, kar znatno olajša reševanje sistema diferencialnih enačb.

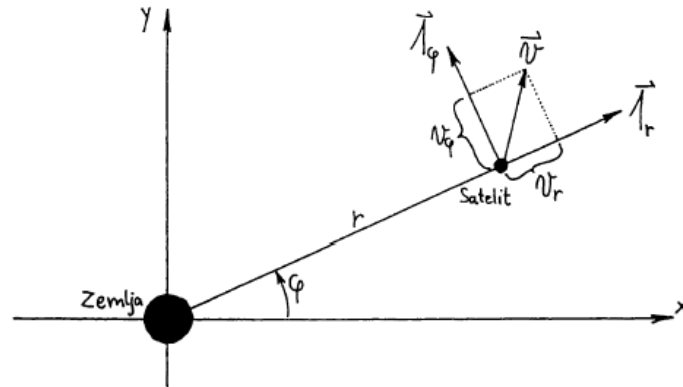
Osi "X" in "Y" se v tem trenutku lahko še poljubno sučeta okoli vektorja vrtilne količine. V ravnini "XY" nato uvedemo polarne koordinate r in φ . Kot φ imenujemo tudi **prava anomalija** (angl. true anomaly) in izbira tega kota bo na koncu določala smer osi "X".

Enotski vektor v smeri osi r se zapiše kot

$$\vec{\bar{1}}_r = \vec{\bar{1}}_x \cdot \cos \varphi + \vec{\bar{1}}_y \cdot \sin \varphi$$

Enotski vektor v smeri osi φ se zapiše kot

$$\vec{\bar{1}}_\varphi = -\vec{\bar{1}}_x \cdot \sin \varphi + \vec{\bar{1}}_y \cdot \cos \varphi$$



Slika 11: Poenostavljeni koordinatni sistem za prikaz gibanja dveh teles.

V novem koordinatnem sistemu moramo najprej izračunati časovne odvode smernikov.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\bar{i}_r) &= \frac{d}{dt}(\bar{i}_x \cdot \cos \varphi + \bar{i}_y \cdot \sin \varphi) = \bar{i}_x \cdot (-\sin \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{i}_y \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \bar{i}_\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \\ \frac{d}{dt}(\bar{i}_\varphi) &= \frac{d}{dt}(-\bar{i}_x \cdot \sin \varphi + \bar{i}_y \cdot \cos \varphi) = -\bar{i}_x \cdot (\cos \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{i}_y \cdot (-\sin \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \\ &= -(\bar{i}_x \cdot \cos \varphi + \bar{i}_y \cdot \sin \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} = -\bar{i}_r \cdot \frac{d\varphi}{dt}\end{aligned}$$

Iz časovnih odvodov smernikov določimo po pravilu za odvajanje produkta funkcij časovne odvode vektorja položaja, to se pravi vektor hitrosti in vektor pospeška.

Vektor hitrosti zapisan v valjnih koordinatah znaša

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\bar{i}_r \cdot r) = r \cdot \frac{d}{dt}(\bar{i}_r) + \bar{i}_r \cdot \frac{dr}{dt}$$

Z upoštevanjem odvoda smernega enotskega vektorja \bar{i}_r po času znaša vektor hitrosti

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{i}_\varphi \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{i}_r \cdot \frac{dr}{dt}$$

ker je

$$\bar{v} = \bar{i}_\varphi \cdot v_\varphi + \bar{i}_r \cdot v_r$$

Vektor pospeška se izračuna kot drugi odvod smernega vektorja \bar{i}_r po času, kar znaša

$$\begin{aligned}\bar{a} &= \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\bar{i}_\varphi \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{i}_r \cdot \frac{dr}{dt}\right) = \\ &= -\bar{i}_r \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{i}_\varphi \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \bar{i}_\varphi \cdot r \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \bar{i}_\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{dr}{dt} + \bar{i}_r \cdot \frac{d^2r}{dt^2} = \\ &= \bar{i}_r \cdot \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right) + \bar{i}_\varphi \cdot \left(r \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt}\right)\end{aligned}$$

Vektorsko enačbo gibanja satelita

$$\bar{i}_r \cdot \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right) + \bar{i}_\varphi \cdot \left(r \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt}\right) = -\bar{i}_r \cdot \frac{\mu}{r^2}$$

lahko zdaj preprosto zapišemo po komponentah r in φ . V komponentah dobimo dve različni sklopljeni diferencialni enačbi drugega reda, zato velja najprej razmisliti, v kakšnem vrstnem redu reševati enačbe naprej.

$$\bar{I}_r \text{ komponenta:} \quad \frac{d^2 r}{dt^2} - r \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = -\frac{\mu}{r^2}$$

$$\bar{I}_\varphi \text{ komponenta:} \quad r \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = 0$$

Običajno je smiselno začeti reševanje z enostavnejšo enačbo, v našem primeru z enačbo za φ komponento. Enačbo lahko enostavno prevedemo na popolni odvod preprostejše funkcije.

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dt} \left(r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) = 0$$

Ker je odvod enak nič, mora biti funkcija pod odvodom konstanta.

$$r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \textit{konst.}$$

S preprostim fizikalnim sklepanjem pridemo do zaključka, da je iskana konstanta kar velikost vektorja vrtilne količine na enoto mase satelita.

$$r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot v_\varphi = \left| \vec{r} \times \vec{v} \right| = \frac{|\vec{\ell}|}{m}$$

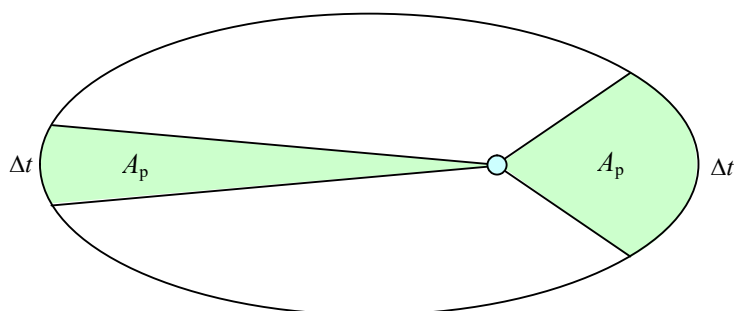
Rešitev enačbe za φ komponento ima še eno ime. **Drugi Keplerjev zakon** pravi, da je ploščinska hitrost, to je polovica produkta oddaljenosti r in φ komponente vektorja hitrosti, konstantna.

$$r \cdot v_\varphi = \frac{\ell}{m}$$

Ploščino izseka, ki jo prikazuje slika 12, se torej izračuna kot

$$A_p = \int_0^{\Delta t} \frac{1}{2} \cdot r \cdot v_\varphi dt = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\ell}{m} \right) \cdot \Delta t$$

Planet se hitreje giblje bliže Sonca in v istem času Δt opiše daljšo pot.



Slika 12: V enakih časovnih obdobjih opiše satelit enake ploščine.

S pomočjo rešitve za φ komponento izločimo eno od spremenljivk v enačbi za r komponento.

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\ell}{m}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\ell}{r^2 \cdot m}$$

Ker nas od rešitve najbolj zanima krivulja tirnice, po kateri se giblje satelit, skušamo izločiti vse časovne odvode.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\ell}{r^2 \cdot m} \cdot \frac{d}{d\varphi}$$

V diferencialni enačbi za \bar{I}_r komponento, lahko sedaj odvode po času zamenjamo z odvodi po φ .

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} (r) \right) - r \cdot \left(\frac{\ell}{r^2 \cdot m} \right)^2 &= -\frac{\mu}{r^2} \\ \frac{\ell}{r^2 \cdot m} \cdot \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\ell}{r^2 \cdot m} \cdot \frac{d}{d\varphi} (r) \right) - \frac{\ell^2}{r^3 \cdot m^2} &= \underbrace{\frac{\mu}{r^2}}_{\frac{r^2 \cdot m^2}{\ell^2}} \\ \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{r^2} \cdot \frac{dr}{d\varphi} \right) - \frac{1}{r} &= -\frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} \end{aligned}$$

Enačba za r komponento se na ta način preoblikuje v diferencialno enačbo II. reda. Od sistema dveh sklopljenih diferencialnih enačb je ostala le še ena diferencialna enačba drugega reda za r kot funkcija φ . To enačbo rešimo tako, da uvedemo novo spremenljivko u , ki je obratna vrednost r .

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{1}{u} \\ \frac{dr}{d\varphi} &= -r^2 \cdot \frac{du}{d\varphi} = -\frac{1}{u^2} \cdot \frac{du}{d\varphi} \end{aligned}$$

Enačbo z uvedeno spremenljivko zapišemo kot

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi} \cdot \left(u^2 \cdot \left(-\frac{1}{u^2} \cdot \frac{du}{d\varphi} \right) \right) - u &= -\frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} \\ -\frac{d^2 u}{d\varphi^2} - u &= -\frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} \\ \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u &= \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} \end{aligned}$$

Rešitev diferencialne enačbe drugega reda sestavljata splošna in posebna rešitev. Splošna rešitev mora imeti dve konstanti za sinusni in kosinusni člen. Sinusni člen lahko vedno postavimo na nič z izbiro zasuka koordinatne osi "X".

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = 0 \quad \Rightarrow \quad u &= A \cdot \cos \varphi + B \cdot \sin \varphi \\ \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} \quad \Rightarrow \quad u &= A \cdot \cos \varphi + B \cdot \sin \varphi + \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} = \frac{1}{r} \end{aligned}$$

Ker smo za φ izbrali, da se pričenja šteti od osi x , je $B=0$. Če rešitev enačbe prevedemo nazaj na koordinato r , dobimo za krivuljo tirnice satelita enačbo stožnice (angl. conic section), ki jo prikazuje slika 13.

$$r = \frac{1}{A \cdot \cos \varphi + \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2}}$$

Z zasukom osi "X" izberemo tudi pozitivno konstanto e za kosinusni člen.

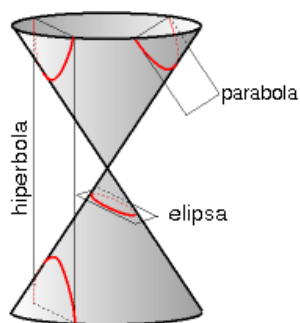
$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \varphi}$$

Stožnica ima dva parametra p in e . Parameter p dobimo iz vrtilne količine in ima mersko enoto dolžine.

$$p = \frac{\ell^2}{\mu \cdot m^2} \quad ; p \geq 0$$

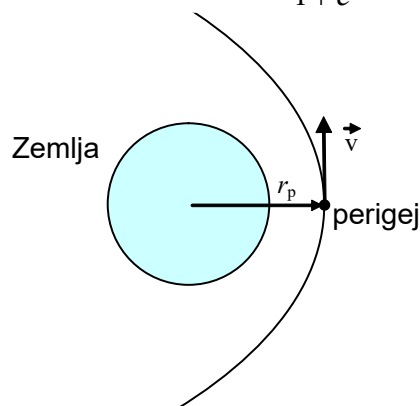
Parameter e ali ekscentričnost (angl. eccentricity) stožnice je neimenovano pozitivno število in ga določimo iz energije.

$$e = \frac{\ell^2}{\mu \cdot m^2} \cdot A \quad ; e \geq 0$$



Slika 13: Stožnice so krivulje, ki nastanejo pri presečišču stožca z ravnino.

Za določitev konstante A vzemimo, da se satelit nahaja v perigeju, kot prikazuje slika 14. To je točka, od katere se po dogovoru šteje kot φ . r v perigeju znaša $r_p = \frac{p}{1+e}$, ker je $\cos\varphi$ pri $\varphi=0$ enako 1.



Slika 14: Prikaz satelita v tirnici, ko se nahaja najbližje Zemlji (perigej).

Vektor hitrosti znaša $\vec{v} = \vec{l}_\varphi \cdot v_\varphi = \vec{l}_\varphi \cdot \frac{\ell}{r_p \cdot m}$, ker po 2. Keplerjevem zakonu velja $r \cdot v_\varphi = \frac{\ell}{m}$

$$W = W_{kin.} + W_{pot.} = \frac{1}{2} m v^2 + \left(-\frac{\mu}{r_p} m \right)$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{\ell}{m \cdot r_p} \right)^2 - \frac{\mu}{r_p} \cdot m$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{\ell}{m} \cdot \frac{1+e}{p} \right)^2 - \mu \cdot m \cdot \frac{(1+e)}{p} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell^2}{m} \cdot (1+e)^2 \cdot \frac{\mu^2 \cdot m^4}{\ell^4} - \mu \cdot m \cdot (1+e) \cdot \frac{\mu \cdot m^2}{\ell^2} =$$

$$= \frac{\mu^2 \cdot m^3}{\ell^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (1+2 \cdot e + e^2) - (1+e) \right) = \frac{\mu^2 \cdot m^3}{\ell^2} \cdot \left(\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

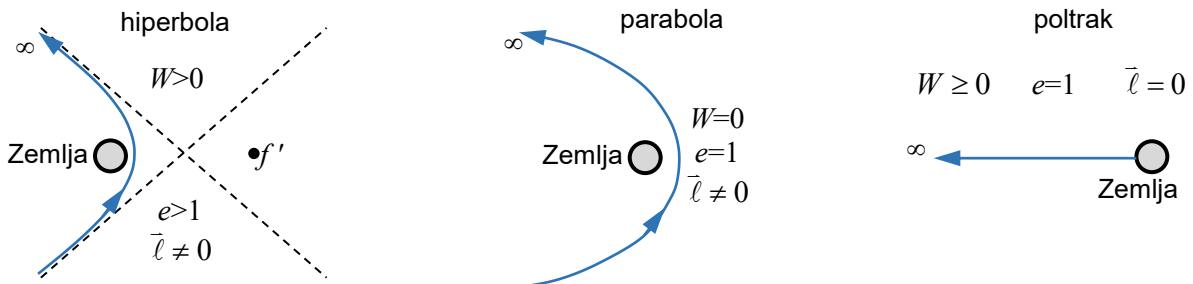
$$\frac{2 \cdot W \cdot \ell^2}{\mu^2 \cdot m^3} = e^2 - 1$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot W \cdot \ell^2}{\mu^2 \cdot m^3}}$$

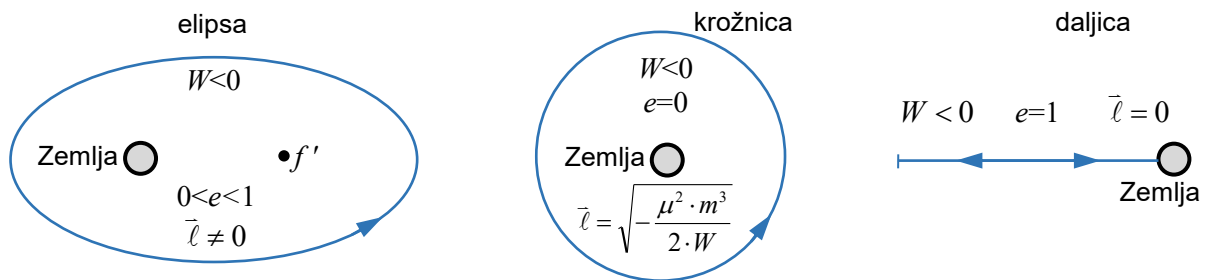
Stožnica, po kateri leti satelit, je torej določena z

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \varphi} \quad p = \frac{\ell^2}{\mu \cdot m^2} \quad e = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot W \cdot \ell^2}{\mu^2 \cdot m^3}}$$

Zgledi različnih stožnic so prikazani na spodnjih slikah. Pozitivna energija pomeni, da vesoljsko plovilo lahko ubeži težnostnemu polju Zemlje. Pripadajoče tirnice: hiperbole, parabole in poltraki, se ne ponavljajo in za telekomunikacijske satelite niso zanimive. Prav tako niso zanimive tirnice z nično vrtilno količino, ki vodijo v neizogibno trčenje z Zemljo.



Slika 15: Raznoliki primeri stožnic, ko je energija satelita večja ali enaka nič.



Slika 16: Raznoliki primeri stožnic, ko je energija satelita manjša od nič.

Od vseh možnih stožnic je za komunikacije, opazovanje Zemlje in radionavigacijo najbolj zanimiva eliptična tirnica, kot jo opisuje prvi Keplerjev zakon. Eliptična tirnica se v odsotnosti drugih sil periodično ponavlja neskončno dolgo in za to ne zahteva nobenega pogona ali drugega izvora energije. Krožnica je pri tem le poseben primer elipse, ko je ekscentričnost e enaka nič.

$$e = 0 = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot W \cdot \ell^2}{\mu^2 \cdot m^3}}$$

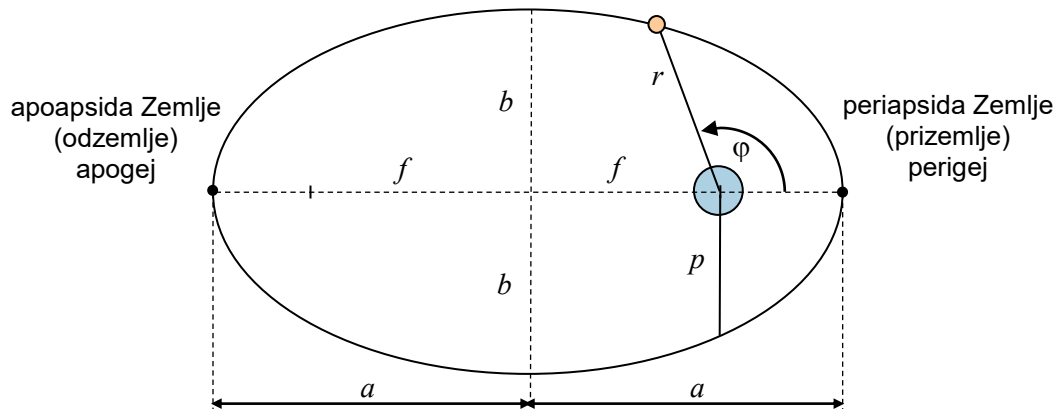
Vrtilna količina v primeru krožnice znaša

$$\ell = \sqrt{-\frac{\mu^2 \cdot m^3}{2 \cdot W}},$$

pri čemer je energija negativno število.

3.3 Lastnosti eliptične tirnice

Pri vseh tirnicah satelita se Zemlja vedno nahaja v enem od gorišč stožnice, po kateri potuje satelit. Od vseh možnih stožnic je najbolj uporabna eliptična tirnica, katere podrobnosti so prikazane na spodnji sliki.



Slika 17: Prikaz razdalj na eliptični tirnici.

Najnižjo točko stožnice nad Zemljo, apsidna točka najbližje Zemlji, imenujemo **perigej** (angl. perigee), ki ima nazorno geometrijsko predstavbo za vse možne stožnice. Prava anomalija φ znaša v točki perigeja 0° , njej pripadajoč kosinus pa ima vrednost +1.

$$r_p = \frac{p}{1+e}$$

Periodične tirnice, katerih najbolj splošen predstavnik je eliptična tirnica, imajo definirano tudi najvišjo točko nad Zemljo, apsidna točka najdlje od Zemlje, ki jo imenujemo **apogej** (angl. apogee). Prava anomalija φ znaša v točki apogeja 180° , njej pripadajoč kosinus pa ima vrednost -1.

$$r_a = \frac{p}{1-e}$$

Namesto oddaljenosti perigeja r_p in apogeja r_a od središča Zemlje pogosto navajamo višini perigeja h_p in apogeja h_a nad površino Zemlje. Razlika je enaka polmeru Zemlje. Smiselna eliptična tirnica mora imeti perigej vsaj 300 km nad površino Zemlje, da je trenje z ozračjem dovolj majhno. Od tu izhaja tudi zahteva za ekscentričnost e , ki redkokdaj preseže vrednost 0,8 za umetne Zemljine satelite.

Obliko elipse sicer opišemo z veliko polosjo a (angl. semi-major axis), malo polosjo b (angl. semi-minor axis) in goriščno razdaljo f .

Velika polos elipse znaša

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{\frac{p}{1-e} + \frac{p}{1+e}}{2} = \frac{2p}{2 \cdot (1-e^2)} = \frac{p}{1-e^2}$$

Osnovna fizikalna podatka o poljubni stožnici sta energija in vektor vrtilne količine. Če torej v zgornji enačbi za veliko polos, parameter p izrazimo z vrtilno količino in ekscentričnost e z energijo dobimo

$$a = \frac{\frac{l^2}{\mu \cdot m^2}}{2 \cdot W \cdot l^2} = -\frac{\mu \cdot m}{2 \cdot W} - \frac{l^2}{\mu^2 \cdot m^3}$$

V primeru eliptične tirnice skupno mehansko energijo W umetnega satelita natančno opisuje velika polos elipse a . Velika polos elipse je tudi mnogo bolj praktična in predstavljiva količina kot energija satelita. Vrtilna količina seveda določa parameter p , iz katerega lahko izračunamo vse podatke o eliptični tirnici.

Goriščna razdalja elipse se določi kot

$$f = a - r_p = a - \frac{p}{1+e} = a - \frac{a(1-e^2)}{1+e} = a - a(1-e) = ae$$

Malo polos elipse izračunamo iz enačbe za gorišče elipse

$$b = \sqrt{a^2 - f^2} = \sqrt{a^2 - (ae)^2} = a\sqrt{1-e^2}$$

Iz enačbe za vsoto kinetične in potencialne energije dobimo preprost obrazec za izračun hitrosti satelita v v poljubni točki tirnice kot funkcija r in a .

Energija satelita, ki se giblje po tirnici z veliko polosjo a znaša

$$W = -\frac{\mu \cdot m}{2 \cdot a}$$

Energija satelita, ki je ves čas leta enaka, je sestavljena iz kinetične energije in potencialne energije

$$W = W_k + W_p = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{\mu \cdot m}{r}$$

Oba izraza izenačimo

$$-\frac{\mu \cdot m}{2a} = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{\mu \cdot m}{r}$$

in izračunamo hitrost satelita

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

Primer:

Izračunaj hitrost satelita, ki kroži na višini $r_s=10000$ km okrog Zemlje po krožnici ($e=0$).

Ker je ekscentričnost enaka nič, se giblje satelit po krožnici.

$$r = a$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}}{10^7 \text{ m}}} = 6,3 \text{ km/s}$$

Kako pride satelit do zahtevane hitrosti je predstavljeno v 9. poglavju, ki se ukvarja s prevozom satelita v tirnico.

4. Lociranje satelita na tirnici (Keplerjeva enačba)

Pri reševanju enačbe gibanja umetnega satelita smo namenoma izločili čas t , da smo dobili obliko krivulje, po kateri se giblje satelit – stožnico. V našo obravnavo ponovno vključimo čas in si pogledjmo, koliko časa potrebuje satelit za prepotovanje periodične tirnice.

Čas potovanja umetnega satelita po periodični eliptični tirnici določimo tako, da v eno od enačb za komponenti vektorske enačbe gibanja vstavimo enačbo pripadajoče stožnice. Smiselno je uporabiti enostavnejšo enačbo za φ komponento.

$$r^2 \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\ell}{m}$$

pri čemer je r razdalja od središča Zemlje do umetnega satelita

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \varphi}$$

Najbolj preprosta izbira je, da čas začnemo šteti od znane točke na tirnici. Taka točka, ki jo imajo tudi vse stožnice, je perigej. V perigeju je prava anomalija φ enaka nič. Enačbo za φ komponento torej integriramo od nič do poljubnega φ na tirnici in od trenutka perigeja t_p do poljubnega časa t .

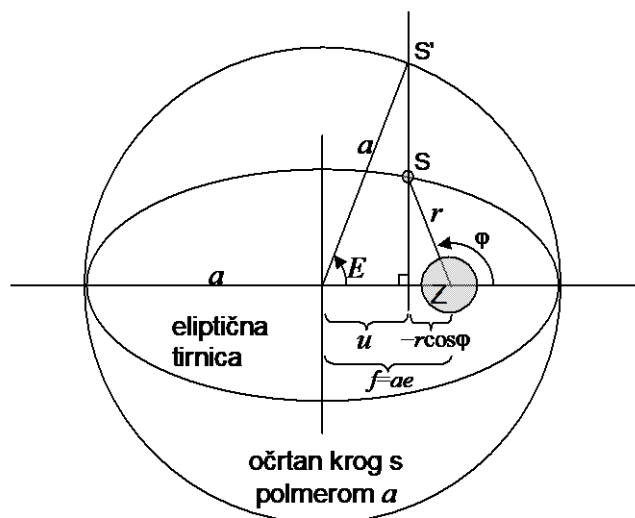
$$\int_0^{\varphi} r^2 \cdot d\varphi = \int_{t_p}^t \frac{\ell}{m} \cdot dt = \frac{\ell}{m} \cdot (t - t_p) = \sqrt{\mu \cdot p} \cdot (t - t_p) = \sqrt{a \cdot \mu} \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot (t - t_p)$$

Integracija po času je preprosta, integracija po pravi anomaliji φ pa je zelo zahtevna.

$$\int_0^{\varphi} \left(\frac{p}{1 + e \cdot \cos \varphi} \right)^2 d\varphi$$

Ta integral je analitsko rešljiv, vendar moramo uvesti novo spremenljivko. Matematik in astronom Johann Kepler je pred več kot štirimi stoletji novo spremenljivko za rešitev integrala poiskal geometrijsko.

Elipsi tirnice najprej očrtamo krog, kot to prikazuje slika 18. Skozi položaj satelita potegnemo pravokotnico na veliko polos elipse, ter poiščemo presečišče pravokotnice z očrtanim krogom. Skozi presečišče in središče kroga potegnemo premico. Kot med premico in veliko polosjo imenujemo ekscentrična anomalija E (angl. eccentric anomaly), ki je nova integracijska spremenljivka.



Slika 18: Eliptični tirnici očrtan krog za določitev ekscentrične anomalije.

Z novo integracijsko spremenljivko ekscentrično anomalijo E izrazimo vse veličine, ki nastopajo v integralu in ki jih bomo potrebovali pri reševanju le-tega.

Poiščimo najprej sinus in kosinus prave anomalije. Razdalja od središča kroga do pravokotnice znaša

$$u = a \cdot \cos E = f - r \cdot \cos(180^\circ - \varphi) = f + r \cdot \cos \varphi$$

Iz tega sledi, da je

$$r \cdot \cos \varphi = a \cdot \cos E - f = a \cdot (\cos E - e)$$

Iz slike 18 vidimo, da je razmerje male proti veliki polosi elipse

$$\frac{b}{a} = \frac{r \cdot \sin \varphi}{a \cdot \sin E}$$

Z upoštevanjem zapisa v prejšnjem poglavju $b = a \cdot \sqrt{1 - e^2}$ sledi, da je

$$r \cdot \sin \varphi = a \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E$$

Pri iskanju razdalje od središča Zemlje od umetnega satelita r si pomagamo tako, da zapišemo Pitagorov izrek za pravokotni trikotnik s hipotenuzo r

$$\begin{aligned} r^2 &= r^2 \cdot \cos^2 \varphi + r^2 \cdot \sin^2 \varphi \\ r^2 &= a^2 \cdot (\cos E - e)^2 + a^2 \cdot (1 - e^2) \sin^2 E \\ r^2 &= a^2 \cdot [\cos^2 E - 2 \cdot e \cdot \cos E + e^2 + \sin^2 E - e^2 \cdot \sin^2 E] \\ r^2 &= a^2 \cdot [1 - 2 \cdot e \cdot \cos E + e^2 - e^2 \cdot \sin^2 E] \\ r^2 &= a^2 \cdot [1 - 2 \cdot e \cdot \cos E + e^2 \cdot \cos^2 E] \\ r &= \underline{\underline{a \cdot (1 - e \cdot \cos E)}} \end{aligned}$$

Povezavo med diferenciali prave in ekscentrične anomalije poiščemo tako, da odvajamo po ekscentrični anomaliji enega od izrazov za sinus ali kosinus prave anomalije.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dE}(\sin \varphi) &= \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dE} \\ \frac{d}{dE} \left(\frac{a \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E}{r} \right) &= \frac{a(\cos E - e)}{r} \cdot \frac{d\varphi}{dE} \\ \frac{d}{dE} \left(\frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E}{1 - e \cdot \cos E} \right) &= \frac{\cos E - e}{1 - e \cdot \cos E} \cdot \frac{d\varphi}{dE} \\ \frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot \cos E \cdot (1 - e \cdot \cos E) - \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E \cdot e \cdot \sin E}{(1 - e \cdot \cos E)^2} &= \frac{\cos E - e}{1 - e \cdot \cos E} \cdot \frac{d\varphi}{dE} \\ \frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot (\cos E - e \cdot \cos^2 E - e \cdot \sin^2 E)}{(1 - e \cdot \cos E)} &= (\cos E - e) \cdot \frac{d\varphi}{dE} \\ \frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot (\cos E - e)}{(1 - e \cdot \cos E)} &= (\cos E - e) \cdot \frac{d\varphi}{dE} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{1-e^2}}{(1-e \cdot \cos E)} = \frac{d\varphi}{dE}$$

$$d\varphi = \frac{\sqrt{1-e^2}}{(1-e \cdot \cos E)} \cdot dE$$

Z uporabo nove integracijske spremenljivke – ekscentrično anomalijo, postane integral preprosto rešljiv. Vrtilno količino in maso v končnem rezultatu zamenjamo s parametri eliptične tirnice: veliko polosjo elipse in ekscentričnostjo. Rezultat je Keplerjeva enačba, ki povezuje čas t in ekscentrično anomalijo E .

$$\begin{aligned} \int_0^\varphi r^2 d\varphi &= \int_0^E a^2 (1-e \cdot \cos E)^2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{(1-e \cdot \cos E)} \cdot dE = \\ &= \int_0^E a^2 \sqrt{1-e^2} \cdot (1-e \cdot \cos E) \cdot dE = \\ &= a^2 \sqrt{1-e^2} \cdot (E - e \cdot \sin E) \Big|_0^E = a^2 \sqrt{1-e^2} \cdot (E - e \cdot \sin E) \end{aligned}$$

Rešitvi integrala enačbe za φ komponento sedaj zapišemo v enačbo, ki povezuje čas in položaj umetnega satelita. Ta izraz je Keplerjeva enačba. V njej nastopata težnostna konstanta Zemlje μ in velika polos elipse a .

$$E - e \sin E = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_p)$$

Primer:

Zapiši Keplerjevo enačbo za primer, ko umetni satelit leti po tirnici, ki je krožnica.

V primeru, ko je tirnica krožnica je ekscentričnost stožnice $e=0$ in prava anomalija je enaka ekscentrični anomaliji $\varphi=E$. Keplerjeva enačba je tedaj

$$\varphi = E = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_p).$$

Pri reševanju Keplerjeve enačbe si pomagamo z dodatnimi veličinami:

- **Krožna frekvenca tirnice n** (angl. mean motion) [rd/s], ki vsebuje le veliko polos tirnice.

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

- **Srednja anomalija M** (angl. mean anomaly) je čas izražen v kotnih merskih enotah za dano tirnico. Srednja anomalija žal nima nobene geometrijske predstave.

$$M = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot (t - t_p) = n \cdot (t - t_p) = E - e \sin E$$

- **Perioda tirnice**, ki je preprosto določena iz krožne frekvence tirnice. Ko se umetni satelit vrne nazaj v perigej, se prava anomalija, ekscentrična anomalija in srednja anomalija zasučejo za polni kot in nato se eliptična tirnica ponovi.

$$\varphi = 2\pi; \quad E = 2\pi; \quad M = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{n} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

Izraz za periodo tirnice popolnoma ustreza tretjemu Keplerjevemu zakonu, ki pravi, da so kvadrati period obhodnih časov T planetov okoli Sonca sorazmerni kubom velikih polos a njihovih eliptičnih tirnic.

Primer:

Izračunajte periodo tirnice umetnega satelita, ki ima apogej na višini $h_a=1500$ km nad zemeljsko površino in perigej na višini $h_p=500$ km nad zemeljsko površino. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²).

$$r_a = h_a + R_Z = \underline{7878 \text{ km}} \quad r_p = h_p + R_Z = \underline{6878 \text{ km}}$$

velika polos elipse znaša $a = \frac{r_a + r_p}{2} = \underline{7378 \text{ km}}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 2\pi \sqrt{\frac{(7378000 \text{ m})^3}{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}} = \underline{6307 \text{ s} = 105 \text{ min } 7 \text{ s}}$$

Pri Keplerjevi enačbi moramo paziti, da vstavljamo E v radianih. Izračun časa t iz ekscentrične anomalije E je enostaven. Izračun ekscentrične anomalije E iz poznane časa t pa zahteva reševanje transcendentne enačbe. V ta namen je fizik Isaac Newton 70 let za Keplerjem poiskal učinkoviti postopek za iskanje ničel funkcije. Pri majhnih vrednostih ekscentričnosti e Newtonov postopek konvergira že po dveh ali treh ponavljanjih.

Primer:

Izračunaj drugi približek ekscentrične anomalije E iz Keplerjeve enačbe $E - e \sin E = M$ po Newtonovi metodi.

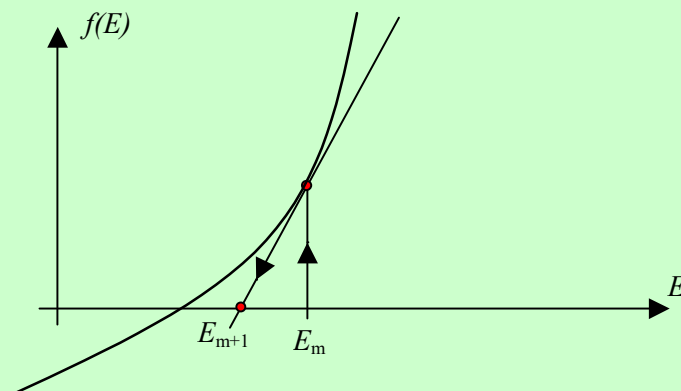
Newtonova metoda lokalne aproksimacije krivulje s tangento: $f(E) = E - e \sin E - M$

Pogoj je, da je e majhna vrednost.

Izberemo $E_0 = M$.

Izračunamo prvi približek $E_1 = E_0 - \frac{f(E_0)}{f'(E_0)} = E_0 - \frac{E_0 - e \sin E_0 - M}{1 - e \cos E_0}$

Izračunamo nadaljnje približke $E_{m+1} = E_m - \frac{f(E_m)}{f'(E_m)} = E_m - \frac{E_m - e \sin E_m - M}{1 - e \cos E_m} \quad m=1,2,3,\dots$



5. Lociranje satelita na tirnici glede na Zemljo

Tri-dimenzionalna definicija tirnice – Keplerjevi elementi tirnice

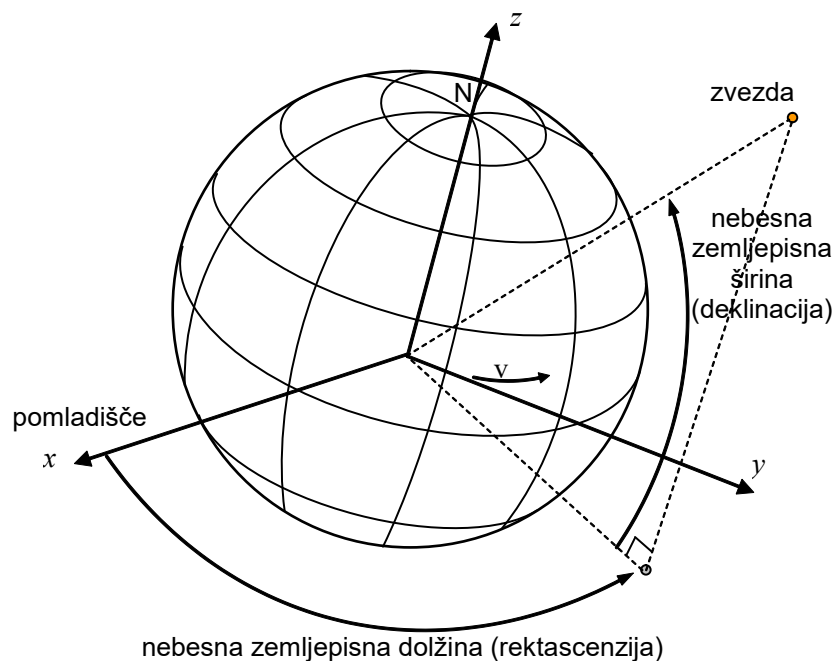
Sedaj, ko poznamo obliko tirnice in pozicijo umetnega satelita na njej, je naslednji korak, da natančno definiramo orientacijo tirnice glede na Zemljino ekvatorialno ravnino. Za lažje računanje smo pri vseh dosedanjih izvajanjih koordinatni sistem čimbolj poenostavili in ga prilagodili tirnici. Pri resničnem umetnem satelitu nas seveda ne zanima le oblika tirnice, pač pa tudi njena lega in orientacija v prostoru. V ta namen moramo izbrati čimbolj preprost in nazoren koordinatni sistem.

Glede na to, da nas zanimajo Zemljini umetni sateliti in se uporabniki in opazovalci teh satelitov nahajajo na Zemlji, je smiselno vezati koordinatni sistem na Zemljo. Os z koordinatnega sistema preprosto sovпада z osjo vrtenja Zemlje tako, da kaže na sever. Osi x in y se torej nahajata v ekvatorialni ravnini.

Žal osi x in y ne moremo vezati na ustrezne poldnevnik, ker se Zemlja vrti s periodo približno 23 ur in 56 minut. Reševanje enačbe gibanja umetnega satelita v vrtečem koordinatnem sistemu je bolj komplicirano in precej drugačno od rešitve v mirujočem koordinatnem sistemu.

Za os x mirujočega koordinatnega sistema moramo izbrati konstantno smer v vesolju, ki ni odvisna od vrtenja Zemlje. Običajna astronomska izbira je pomladišče γ , to je točka, kjer se nahaja Sonce na nebu ob pomladanskem enakonočju (okoli 21. marca vsako leto). Astronomska izbira ni najbolj posrečena za astronome, saj se pomladišče zaradi precesije osi vrtenja Zemlje počasi premika in se vrne nazaj v isto točko po nekaj deset tisoč letih.

Glede na razmeroma kratko življenjsko dobo umetnih satelitov je kljub počasnemu premikanju pomladišče dovolj dobra izbira. Os y koordinatnega sistema potem postavimo tako, da tvori z osmi x in z desnoročni koordinatni sistem. V astronomskih koordinatah imenujemo nebesno zemljepisno dolžino rektascenzija (angl. right ascension) in jo označimo s črko Ω . Nebesno zemljepisno širino pa imenujemo deklinacija. Položaj zvezde na nebu potemtakem opišemo z rektascenijo in deklinacijo.



Slika 19: Zemljepisne koordinate se vrtijo skupaj z Zemljo, zato x koordinato vežemo na pomladišče.

Umetni Zemeljski sateliti se večinoma nahajajo zelo blizu Zemlje in se hitro premikajo po nebu, zato opis z rektascenijo in deklinacijo ne pride v poštev. Velikost, položaj in obliko tirnice opišemo s šestimi podatki, ki so lahko dolžine, koti ali neimenovana števila.

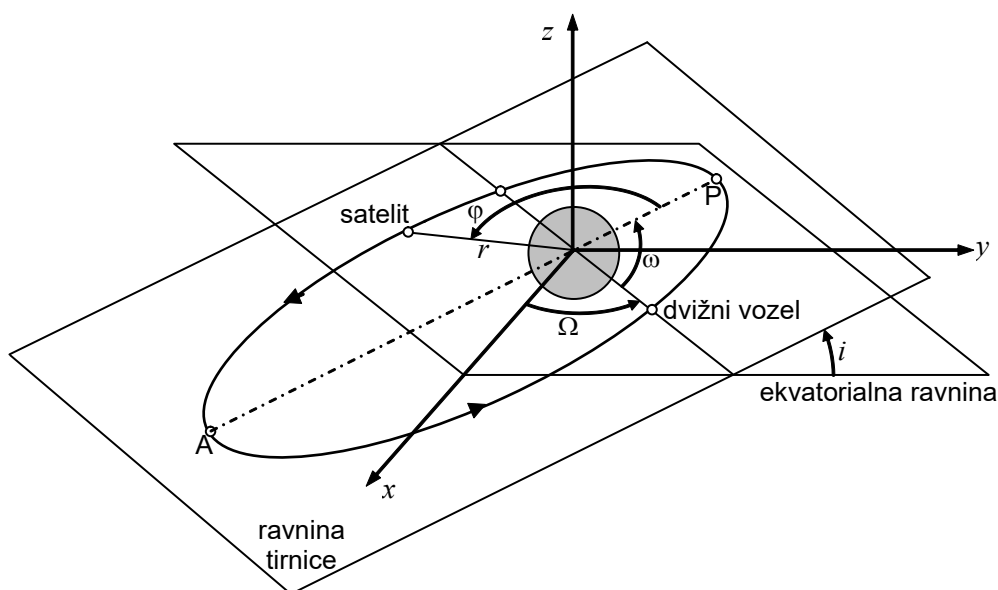
Med najpomembnejše podatke tirnice satelita sodi naklon ravnine tirnice glede na ekvatorialno ravnino. Tirnico Zemljinega satelita nato narišemo v astronomskem koordinatnem sistemu, kot je to prikazano na sliki 20. Lego ravnine tirnice določa vektor vrtilne količine. Kot med vektorjem vrtilne količine in osjo z imenujemo **naklon tirnice i (angl. inclination)**. Naklon tirnice hkrati ustreza kotu med ravnino tirnice in ekvatorialno ravnino.

Naklon tirnice se lahko giblje v mejah od 0° do 180° . Naklon 0° pomeni ekvatorialno tirnico, kjer gre vrtenje satelita v isti smeri kot vrtenje Zemlje. Naklon 90° pomeni polarno tirnico, kjer satelit leti čez tečaje Zemlje. Naklon 180° tudi pomeni ekvatorialno tirnico, vendar gre v tem primeru za vrtenje satelita v nasprotni smeri kot se vrti Zemlja.

Tirnica s poljubnim naklonom prebada ekvatorialno ravnino v dveh točkah. Točka, kjer satelit prestopa z južne poloble nad severno poloblo, imenujemo **dvižni vozle (angl. ascending node)**. Zasuk ravnine tirnice okoli osi z opišemo z **rektascenzijo dvižnega vozla Ω (angl. Right Ascension of Ascending Node – RAAN)**. Lega ravnine tirnice je natančno določena z dvema kotoma: naklonom i in rektascenzijo dvižnega vozla Ω .

Tirnica satelita je v splošnem elipsa, čeprav se pri marsikaterem satelitu trudijo, da bi dosegli čimbolj krožno tirnico. Pri eliptični tirnici imenujemo apogej točko, ko se satelit najbolj oddalji od Zemlje, ter perigej točko, ko se satelit najbolj približa Zemlji.

Da se elipsa tirnice ne more poljubno vrteti v ravnini tirnice okoli vektorja vrtilne količine, potrebujemo še en podatek. Kot med smerjo dvižnega vozla in smerjo perigeja tirnice, gledano iz središča Zemlje, imenujemo **argument perigeja ω (angl. argument of perigee)**. Lega tirnice v prostoru je torej določena s tremi koti i , Ω in ω .



Slika 20: Ekvatorialna ravnina in ravnina tirnice v prostoru.

Za opis velikosti in oblike elipse potrebujemo še dva podatka. To sta običajno **velika polos elipse a (angl. semi-major axis)** ter **ekscentričnost e (angl. eccentricity)**. Ekscentričnost je neimenovano število, kjer pomeni ekscentričnost nič krožnico, ekscentričnost ena pa povsem ravno črto.

Za točen opis položaja satelita manjka še šesti podatek, to je čas, ko se satelit nahaja v znani točki elipse. To lahko opišemo s **časom t_0 (angl. epoch time)**, ko gre satelit skozi perigej. Ker je gibanje satelita periodično in je obhodni čas točno poznan iz velike polosi elipse, lahko čas opišemo tudi s **srednjo anomalijo M (angl. mean anomaly)** v poljubnem trenutku t . Srednja anomalija je podatek, ki ima kotne enote, vendar predstavlja merilo za čas, ker nima nobene geometrijske predstave. Drugi način zapisa je bolj splošen, saj v nekaterih tirnicah satelit nikoli ne doseže perigeja, ker prej zgori v ozračju Zemlje.

Nabor šestih skalarnih podatkov i , Ω , ω , M , e in a v izbranem trenutku t imenujemo Keplerjevi elementi tirnice. Pomanjkljivost Keplerjevih elementov so slaba določenost nekaterih kotov v skrajnih primerih, kot so ekvatorialne tirnice ($i=0$) oziroma krožnice ($e=0$). Po drugi strani nam Keplerjevi elementi zelo nazorno predstavijo obliko in lego tirnice, dosti bolj kot vektor stanja, ki vključuje vektor položaja in vektor hitrosti satelita v izbranem trenutku t .

Praktični Keplerjevi elementi vsebujejo oboje: čas v običajnih časovnih enotah ter srednjo anomalijo, iz katere lahko določimo, v kateri točki elipse se je nahajal satelit ob danem času. Poleg tega se namesto velike polosi elipse običajno podaja obhodni čas oziroma frekvenca tirnice (**število tirnic v enem dnevu (angl. mean motion)**). Obhodni čas in velika polosa sta sicer tesno povezana s tretjim Keplerjevim zakonom, vendar so praktični računi točnejši, če navedemo obhodni čas in iz njega izračunamo veliko polosa, ker so v obratni smeri računске napake večje.

Praktični Keplerjevi elementi vsebujejo še nekaj dodatnih števil. Ta lahko opisujejo motilne pojave, naprimer trenje z zemeljskim ozračjem (angl. decay). Pri umetnih satelitih lahko tudi preštejemo **število tirnic od izstrelitve dalje (angl. revolution number)**, kar je pri računanju običajno nekoristno število.

Ker tirnice umetnih satelitov nekoliko odstopajo od razmeroma preprostih Keplerjevih zakonov zaradi raznih motilnih vplivov, kot so težnostne sile drugih nebesnih teles, nepravilnosti težnostnega polja Zemlje, ki ni povsem okrogla, trenja z vrhnjimi plastmi ozračja pritiska sončne svetlobe, delovanja raketnih motorjev na krovu itd, moramo v računalniške programe za izračun položaja satelitov vstaviti vedno sveže podatke. Pri večini satelitov je smiselno, da to storimo enkrat mesečno.

Sveže Keplerjeve elemente najlažje dobimo na s tem namenom postavljenih internetnih straneh. Ena najpogosteje uporabljenih strani je www.celestrak.com, ki vsebuje Keplerjeve elemente za vse od skorajda 50000 umetnih vesolskih predmetov.

Izvorna oblika podatkov je običajno v formatu »NASA-2-LINE«, ki vsebuje vse podatke o tirnici satelita zgoščene v dveh vrsticah števil. Bolj razsipna oblika podatkov je »AMSAT« format, kjer je vsaka veličina na dolgo in široko opisana, vendar ne vsebuje podatkov za vse satelite. Skrčena oblika so podatki v formatu »UOSAT«, kjer stlačimo vse podatke o določenem satelitu v eno samo vrstico na račun rezanja za nas običajno nepomembnih decimalk.

Sodobni računalniški programi za izračun položaja satelita znajo sami sinhronizirati čas in prebrati podatke v formatu »NASA-2-LINE«. Dvovrstični elementi so v bistvu sestavljeni iz treh vrstic, pri čemer prvi 11 znakovni naslovni vrstici sledijo dve 69 znakovni vrstici, ki jih razlaga spodnja tabela.

1. vrstica		2. vrstica	
1	številka vrstice (=1)	1	številka vrstice (=2)
3-7	registracijska številka satelita	3-7	registracijska številka satelita
10-11	zadnji dve cifri leta izstrelitve	9-16	naklon tirnice i [°]
12-14	zaporedna številka izstrelitve v letu	18-25	rektascenzija dvižnega vozla Ω [°]
15-17	označba kosa	27-33	ekscentričnost e
19-20	zadnji dve cifri leta, ko je bil satelit v perigeju	35-42	argument perigeja ω [°]
21-32	dan, ko je bil satelit v perigeju	44-51	srednja anomalija M
34-43	parameter povezan s hitrostjo	53-63	število tirnic v enem dnevu
45-52	parameter povezan s pospeševanjem	64-68	število tirnic od izstrelitve do podanega časa, ko je bil satelit v perigeju
54-61	ostali parametri	69	kontrolna vsota
63	tip astronomskih podatkov		
65-68	številka elementa		
69	kontrolna vsota		

Primer:

Analiziraj TLE iz galileo.txt.

GIOVE-A

1 28922U 05051A 13301.25493895 .00000074 00000-0 00000+0 0 1630

2 28922 56.4082 115.2582 0004736 29.8387 291.8091 1.69419578 48575

ime satelita: GIOVE-A

registrska številka satelita: 28922

izstreljen je bil leta 2005, kot 51 izstrelitveni objekt v letu 2005

zadnjič je bil satelit v perigeju leta 2013, 301 dne ($31+28+31+30+31+30+2*31+30+28=28$. oktober), ob času .25493895 (6h, 7min, 6s)

naklon tirnice $i = 56.4082^\circ$

rektascenzija dvižnega vozla $\Omega = 115.2582^\circ$

ekscentričnost $e = 0.0004736$

argument perigeja $\omega = 29.8387^\circ$

srednja anomalija $M = 291.8091$

število tirnic v enem dnevu = 1.69419578

del dneva, v katerem naredi eno tirnico = (število tirnic v enem dnevu)⁻¹ = 0,59025055534

čas, v katerem naredi eno tirnico = $0,59025055534 * 24h = 14,1660133282h = 14h 9min 57,65s$

število vseh tirnic od izstrelitve do podanega časa, ko je bil satelit v perigeju = 4857

celoten čas satelita v orbiti = $4857 * 0,58759422 = 2867$ dni = $7 * 365 + 312$

ocenjen dan izstrelitve satelita = 20. december 2005

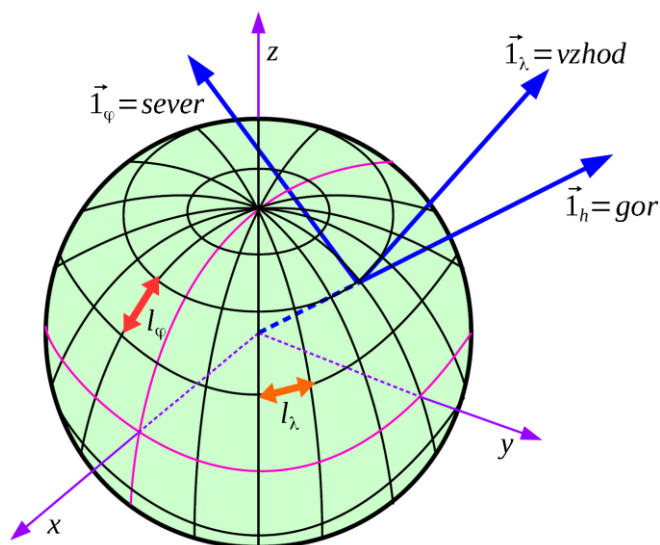
dejanski dan izstrelitve satelita = 29. december 2005

6. Usmerjenost zemeljske postaje

6.1. Zemljepisni koordinatni sistem

Lego poljubne točke na površini Zemlje lahko določimo s sferičnim (krogelnim) koordinatnim sistemom v obliki zemljepisnega koordinatnega sistema, ki ga prikazuje slika 21. Zemljepisni koordinatni sistem je tudi najbolj poljuden in najpogosteje uporabljen primer tridimenzionalnega pravokotnega krivočrtnega koordinatnega sistema, saj si z njim pomagamo določevati geodetske lege predmetov in oseb na površini Zemlje.

Med seboj pravokotne zemljepisne koordinate so osi λ (zemljepisna dolžina), φ (zemljepisna širina) in h (nadmorska višina). Zemljepisno dolžino in širino merimo v ločnih stopinjah [$^{\circ}$], minutah [$'$] in sekundah [$''$], nadmorsko višino pa v metrih [m]. Zemljepisna dolžina poteka od 0° do 360° , zemljepisna širina poteka od -90° do $+90^{\circ}$ in višina od $-R_Z$ do neskončnosti. Smernik $\vec{1}_{\lambda}$ kaže na vzhod, smernik $\vec{1}_{\varphi}$ kaže na sever in smernik $\vec{1}_h$ kaže gor.



Slika 21: Zemljepisni koordinatni sistem. ¹

Pretvorbo zemljepisnih koordinat (λ, φ, h) v kartezične (x, y, z) poenostavimo tako, da privzamemo, da je Zemlja krogla s povprečnim polmerom $R_Z \approx 6366$ km. Pri pretvorbi ne smemo pozabiti na merske enote zemljepisne dolžine in širine, kjer je potrebno stopinje najprej pretvoriti v radiane za trigonometrijske funkcije \sin in \cos . Iz znane povezave s kartezičnim koordinatnim sistemom lahko izračunamo Laméjeve koeficiente h_{λ} , h_{φ} , h_h .

Pretvorba $(\lambda, \varphi, h) \rightarrow (x, y, z)$

$$x = (h + R_Z) \cos\left(\frac{\pi}{180^{\circ}} \lambda\right) \cos\left(\frac{\pi}{180^{\circ}} \varphi\right)$$

$$y = (h + R_Z) \sin\left(\frac{\pi}{180^{\circ}} \lambda\right) \cos\left(\frac{\pi}{180^{\circ}} \varphi\right)$$

$$z = (h + R_Z) \sin\left(\frac{\pi}{180^{\circ}} \varphi\right)$$

$$R_Z \approx 6366 \text{ km}$$

Laméjevi koeficienti

$$h_{\lambda} = \frac{\pi(h + R_Z)}{180^{\circ}} \cos\left(\frac{\pi}{180^{\circ}} \varphi\right)$$

$$h_{\varphi} = \frac{\pi(h + R_Z)}{180^{\circ}}$$

$$h_h = 1$$

V krivočrtnem koordinatnem sistemu so smerniki funkcija koordinat. Na primer smernik $\vec{1}_h = \text{gor}$ kaže v osrednji Evropi drugam kot na jugu Afrike, v Novi Zelandiji pa skoraj v nasprotno smer kot v osrednji Evropi.

¹ Matjaž Vidmar, »Elektrodinamika«, <http://Iso.fe.uni-lj.si/literatura/ed.pdf>, 2005.

Podobno so lahko funkcija krivočrtnih koordinat tudi nekateri oziroma vsi Laméjevi koeficienti. Prekoceanska plovba ($h=0$ km) po poldnevniku ima konstanten Laméjev koeficient zemljepisne širine $h_\varphi=111,1$ km/°. Laméjev koeficient zemljepisne dolžine h_λ je odvisen od zemljepisne širine φ , saj so vzporedniki različno dolgi. Pri zemljepisni širini $\varphi=45^\circ$ znaša $h_\lambda=78,6$ km/°.

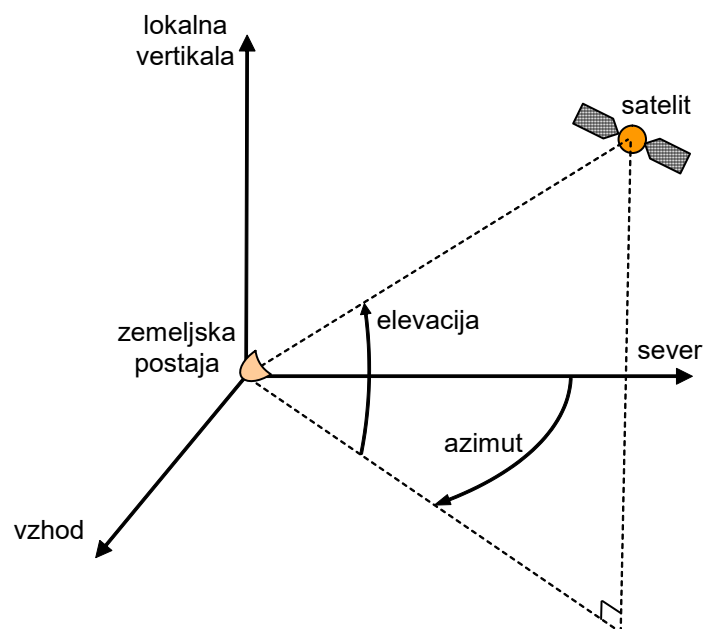
Med premikanjem po kateremkoli poldnevniku $\Delta\varphi=20^\circ$ prepotuje ladja $l_\varphi=2222$ km oziroma natančno $l_\varphi=20^\circ \cdot 60$ nm/°=1200 nm, saj je navtična milja definirana kot ena ločna stopinja na poldnevniku. Pripadajoči Laméjev koeficient znaša $h_\varphi=1$ nm/'=1,852 km/' zapisan na ločno minuto. Med plovbo po vzporedniku 45°N za $\Delta\lambda=20^\circ$ naredi ladja samo $l_\lambda=1571$ km!

Opisani poenostavljeni zemljepisni koordinatni sistem je podoben krogelnemu z nekaj preprostimi pretvorbami koordinat. Nadmorski višini prištejemo polmer Zemlje $h(\text{zemljepis})+R_Z=r(\text{krogla})$. Zemljepisno dolžino samo pretvorimo v radiane $\lambda(\text{zemljepis}) \cdot \pi/180^\circ=\Phi(\text{krogla})$. Zemljepisno širino pretvorimo v radiane in odštejemo od pravega kota $\pi/2-\varphi(\text{zemljepis}) \cdot \pi/180^\circ=\theta(\text{krogla})$, da dobimo pripadajočo polarno razdaljo.

6.2. Določitev kotov vidljivosti

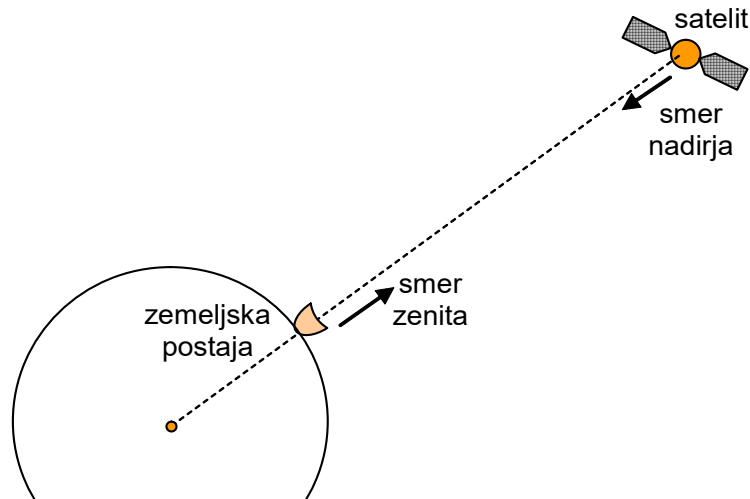
Koordinate, na katere mora biti usmerjena antena zemeljske postaje pri komunikaciji s satelitom, imenujemo azimut in elevacija (slika 22). **Elevacija** je kot dviga, ki se meri navzgor od lokalne horizontalne ravnine, v kateri je nameščena zemeljska postaja, do daljice med zemeljsko postajo in satelitom. **Azimut** je kot, ki se meri do geografskega severa (v smeri urinega kazalca) proti vzhodu do projekcije daljice med zemeljsko postajo in satelitom na horizontalno ravnino, katero definira zemeljska postaja.

Lokalna horizontalna ravnina je tangentna ravnina krogle, pri kateri je središče Zemlje oddaljeno od ravnine za polmer Zemlje. Lokalna horizontalna ravnina na sredini katere leži zemeljska postaja, definira kot elevacije, kot azimuta pa je določen glede na lokalno orientacijo v smeri severa.



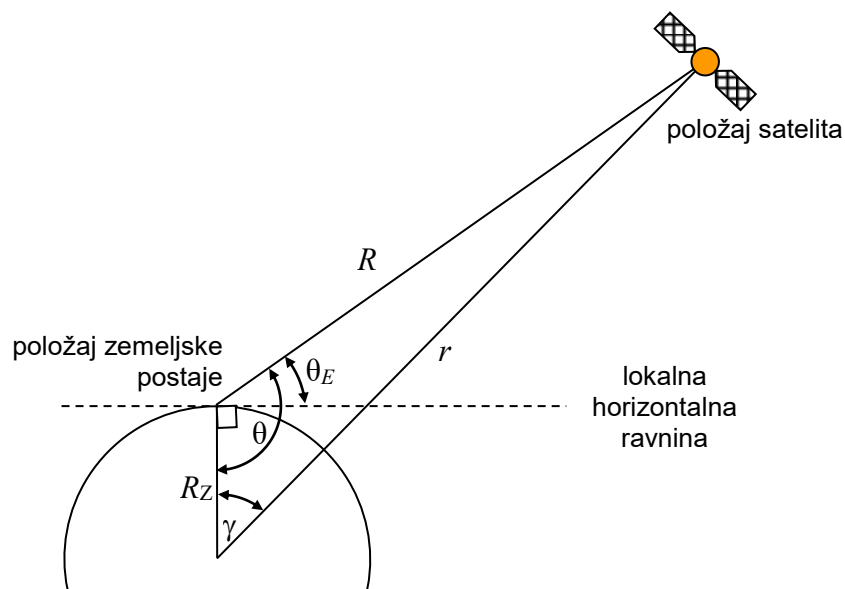
Slika 22: Azimut in elevacija.

Za opazovalca satelita, ki je na Zemlji in ima satelit točno nad glavo, pravimo, da se satelit nahaja v zenitu opazovalca. Pri tem se za satelit opazovalec nahaja v nadirju. Zenit in nadir imata točno nasprotno smer, čeprav ležita na isti daljici, kot prikazuje slika 23. Za zemeljsko postajo je zenit referenčna točka. Za pokrivanje področja na Zemlji s satelitskim signalom, pa je nadir referenčna točka.



Slika 23: Zenit in nadir.

Posvetimo se najprej kotu elevacije θ_E . Slika 24, prikazuje geometrijo za določitev kota elevacije. Pri tem je r razdalja od središča Zemlje do satelita, R od zemeljske postaje do satelita ter R_Z polmer Zemlje. Te tri daljice tvorijo trikotnik in ležijo v isti ravnini.



Slika 24: Geometrija za izračun elevacijskega kota.

Centralni kot γ leži med zemeljsko postajo in satelitom in je definiran glede na njune geografske koordinate. Zemeljska postaja leži na **zemljepisni širini** φ_Z severno od ekvatorja in **zemljepisni dolžini** λ_Z zahodno od Greenwich poldnevnik. Točka projekcije satelita na zemeljsko površino ima zemljepisno širino φ_S in zemljepisno dolžino λ_S .

Centralni kot [2] je glede na skalarni produkt med vektorjema položaja zemeljske postaje \vec{r}_Z in projekcije satelita \vec{r}_S določen z

$$\cos \gamma = \frac{\vec{r}_Z \cdot \vec{r}_S}{|\vec{r}_Z| \cdot |\vec{r}_S|}.$$

[2] Thomas H. Meyer, »Introduction to Geometrical and Physical Geodesy: Foundations of Geomatics III Edition«, Esri Press, julij, 2010.

Absolutne vrednosti vektorjev so enake polmeru Zemlje. Za skalarni produkt vektorjev pa je potrebno sešteti produkte pripadajočih komponent.

$$\cos \gamma = \frac{\vec{r}_Z \cdot \vec{r}_S}{R_Z^2} = \frac{R_Z^2 (\cos \lambda_Z \cos \varphi_Z \cdot \cos \lambda_S \cos \varphi_S) + R_Z^2 (\sin \lambda_Z \cos \varphi_Z \cdot \sin \lambda_S \cos \varphi_S) + R_Z^2 (\sin \varphi_Z \cdot \sin \varphi_S)}{R_Z^2}$$

$$\cos \gamma = (\cos \lambda_Z \cos \varphi_Z \cdot \cos \lambda_S \cos \varphi_S) + (\sin \lambda_Z \cos \varphi_Z \cdot \sin \lambda_S \cos \varphi_S) + (\sin \varphi_Z \cdot \sin \varphi_S)$$

$$\cos \gamma = \cos \varphi_Z \cos \varphi_S ((\cos \lambda_Z \cdot \cos \lambda_S) + (\sin \lambda_Z \cdot \sin \lambda_S)) + (\sin \varphi_Z \cdot \sin \varphi_S)$$

S pomočjo adicijskega izreka dobimo centralni kot zapisan s položajem zemeljske postaje in projekcije satelita na zemeljsko površino.

$$\cos \gamma = \cos \varphi_Z \cos \varphi_S \cos(\lambda_S - \lambda_Z) + \sin \varphi_Z \sin \varphi_S$$

S pomočjo kosinusnega izreka lahko zapišemo razdalje v trikotniku glede na središčni kot.

$$R = \sqrt{r^2 + R_Z^2 - 2rR_Z \cos \gamma}$$

S pomočjo sinusnega izreka lahko zapišemo

$$\frac{\sin \theta}{r} = \frac{\sin \gamma}{R}$$

Ker je lokalna horizontalna ravnina pravokotna na polmer Zemlje, velja za kot elevacije zveza

$$\theta = \theta_E + 90^\circ$$

Zgoraj zapisan sinusni izrek lahko preoblikujemo tako, da izračunamo elevacijski kot

$$\cos \theta_E = r \cdot \frac{\sin \gamma}{R} = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_Z}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{R_Z}{r}\right) \cos \gamma}}$$

Elevacijski kot torej lahko izračunamo, če imamo podane geografske koordinate zemeljske postaje in projekcije satelita, trenutno razdaljo od središča Zemlje do satelita in polmer Zemlje.

Posvetimo se sedaj še kotu azimuta. Ker zemeljska postaja, središče Zemlje, satelit in projekcija satelita na Zemeljsko površino ležijo v isti ravnini, je kot azimuta iz zemeljske postaje do satelita enak kotu azimuta iz zemeljske postaje do projekcije satelita. Le-tega ni tako enostavno določiti, ker je geometrija odvisna od tega ali je projekcijska točka satelita levo ali desno od zemeljske postaje in na kateri polobli sta zemeljska postaja ter projekcijska točka. Problem je seveda poenostavljen za geostacionarne satelite.

6.3. Posebnosti pri določitvi kotov vidljivosti za geostacionarne satelite

Geostacionarni sateliti se nahajajo na razdalji $r=42164,17$ km od središča Zemlje in so točno nad Zemljinim ekvatorjem. Za geostacionarne satelite velja, da ima njihova projekcija na Zemeljsko površino zemljepisno dolžino λ_S in zemljepisno širino φ_S , ki je enaka nič. Ker je projekcija zemljepisne širine enaka nič, se izraz za centralni kot γ precej poenostavi

$$\cos \gamma = \cos \varphi_Z \cos(\lambda_S - \lambda_Z).$$

V primeru geostacionarnega satelita centralni kot γ predstavlja kar zemljepisno širino.

Elevacijski kot se preprosto določi, vendar je potrebno preveriti, če je satelit v vidnem polju. Da bo satelit viden iz zemeljske površine, mora biti kot elevacije večji od 0° , kar pomeni, da satelit leži v lokalni horizontalni ravnini. Razdalja do satelita mora biti v tem primeru vidljivosti večja ali kvečjemu enaka od prikazane na sliki 25.

$$r \geq \frac{R_Z}{\cos \gamma}$$

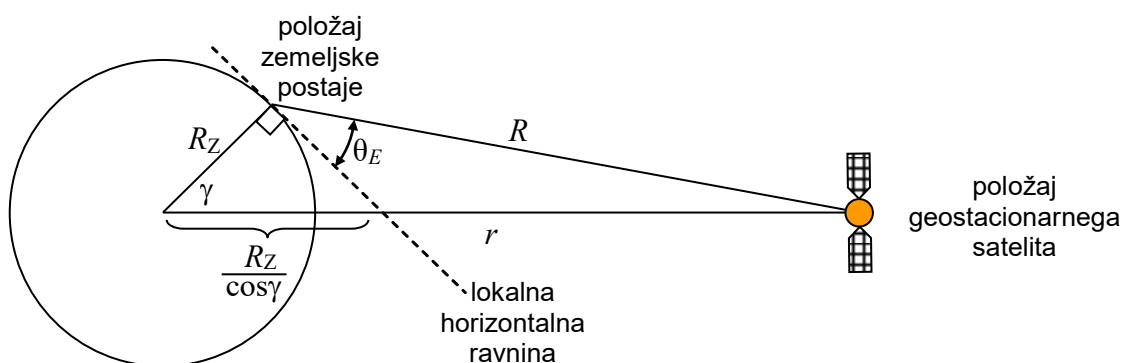
To pomeni, da je največji centralni kot med zemeljsko postajo in satelitom omejen na

$$\gamma \leq \arccos\left(\frac{R_Z}{r}\right).$$

Primer:

Izračunajte do katere zemljepisne širine so vidni geostacionarni sateliti, ki se nahajajo na razdalji $r=42164,17$ km. ($R_Z=6378$ km)

$$\gamma \leq \arccos\left(\frac{R_Z}{r}\right) = 81,3^\circ$$



Slika 25: Geometrija za izračun vidljivosti satelita.

Primer:

Izračunajte kot elevacije na katerega moramo nastaviti anteno zemeljske postaje v Ljubljani (zemljepisna širina Ljubljane je 46°), da bomo sprejemali signal iz geostacionarnega satelita na višini $h=35786$ km, ki leži na isti zemljepisni širini kot Ljubljana. ($R_Z=6378$ km)

$$\frac{\sin(90^\circ + \theta_E)}{h + R_Z} = \frac{\sin \gamma}{R}$$

$$R = \sqrt{R_Z^2 + (h + R_Z)^2 - 2(h + R_Z)R_Z \cos \gamma} = 38011 \text{ km}$$

$$\cos \theta_E = \frac{(h + R_Z) \cdot \sin \gamma}{\sqrt{R_Z^2 + (h + R_Z)^2 - 2(h + R_Z)R_Z \cos \gamma}} \quad \underline{\underline{\theta_E = 37^\circ}}$$

Za izračun kota azimuta pri geostacionarnem satelitni si je potrebno pomagati s pomožnim kotom α . Kot α omogoča pravilni izračun azimuta glede na kvadrant v katerem se nahajata satelit in zemeljska postaja. Pomožni kot α se izračuna kot

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\tan|\lambda_S - \lambda_Z|}{\sin \varphi_Z}\right).$$

Ko najdemo pomožni kot, se azimut določi glede na položaj satelita in zemeljske postaje po spodnji tabeli.

	Položaj geostacionarnega satelita	azimut
Zemeljska postaja na severni polobli	Vzhodno od zemeljske postaje	$180^\circ - \alpha$
	Zahodno od zemeljske postaje	$180^\circ + \alpha$
Zemeljska postaja na južni polobli	Vzhodno od zemeljske postaje	α
	Zahodno od zemeljske postaje	$360^\circ - \alpha$

Primer:

Izračunajte pomožni kot α in azimut na katerega moramo nastaviti zemeljsko postajo locirano na ekvatorju, če želimo opazovati geostacionarni satelit, ki se nahaja zahodno od zemeljske postaje.

Zemeljska postaja leži na zemljepisni širini (severno od ekvatorja) $\varphi_Z = 0$.

Ko računamo pomožni kot $\alpha = \arctan\left(\frac{\tan|\lambda_S - \lambda_Z|}{\sin \varphi_Z}\right)$ je imenovalec $\sin \varphi_Z = 0$ in za pomožni

kot dobimo vrednost 90° .

Ker zemeljska postaja leži na ekvatorju lahko za izračun azimuta vzamemo prvo ali drugo možnost iz zgornje tabele.

$$\text{Azimut} = 180^\circ + \alpha = 360^\circ - \alpha = 270^\circ$$

Primer:

Zemeljska postaja, ki se nahaja v Greenwichu (UK), mora izračunati kota opazovanja za Intelsatov geostacionarni satelit, ki se nahaja nad Indijskim oceanom na zemljepisni dolžini 66° vzhodno. Točne koordinate zemeljske postaje so $(52^\circ, 0^\circ)$. Izračunajte kota elevacije in azimuta. ($r = 42164,17$ km, $R_Z = 6378$ km).

Poiščimo najprej centralni kot

$$\cos \gamma = \cos \varphi_Z \cos(\lambda_S - \lambda_Z) = \cos 52^\circ \cos 66^\circ = 0,2504$$

$$\gamma = \arccos 0,2504 = 75,5^\circ$$

Ker je centralni kot manjši od $81,3^\circ$, bo geostacionarni satelit viden iz zemeljske postaje.

Poiščimo sedaj kot elevacije

$$R = r \sqrt{1 + \left(\frac{R_Z}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{R_Z}{r}\right) \cos \gamma} = 42164,17 \cdot \sqrt{1,02288235 - 0,30253825 \cos \gamma} \text{ km}$$

$$\cos \theta_E = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{1,02288235 - 0,30253825 \cos \gamma}}$$

$$\theta_E = 5,845^\circ$$

Poiščimo pomožni kot α

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\tan|\lambda_S - \lambda_Z|}{\sin \varphi_Z}\right) = \arctan\left(\frac{\tan|66^\circ - 0^\circ|}{\sin 52^\circ}\right) = 70,667^\circ$$

S pomočjo pomožnega kota pa določimo azimut. Glede na to, da je zemeljska postaja na severni polobli in satelit vzhodno od zemeljske postaje, znaša azimut

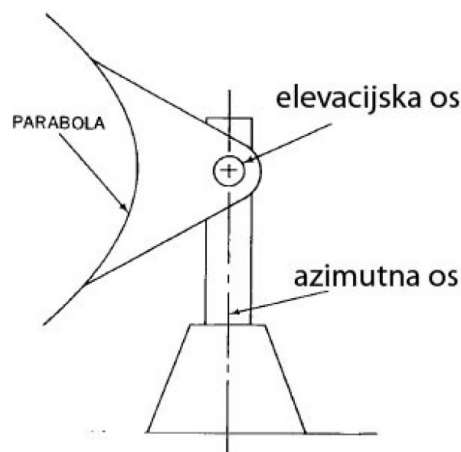
$$\text{Azimut} = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 70,667^\circ = 109,333^\circ$$

7. Gibanje antene

Pri vzpostavitvi in vzdrževanju povezave med zemeljsko postajo in satelitom je pomembno, da antena sledi satelitu in se pri tem pravilno premika. Ločimo različne izvedbe premikanja nosilne konstrukcije antene, kar moramo upoštevati že pri izgradnji zemeljske postaje za sledenje satelitom. Najpogosteje je uporabljeno dvoosno vpetje antene v izvedbi gibanja po azimutu in elevaciji, saj je to najcenejša in po teži najlažja namestitvev. Vpetje antene se lahko giblje tudi po X in Y osi ali po polarnih koordinatah. Poljubnemu dvoosnemu sistemu namestitve se v posebnih primerih doda še dodatna prostorska svoboda z uvedbo dodatne osi. Triosni sistemi omogočajo izboljšave nekaterih pomanjkljivosti dvoosnih sistemov, kot so zahteva po hitrem premikanju ali izguba signala v zenitu oziroma drugih točkah singularnosti. V primeru uporabe štirosovnega sistema imamo največjo natančnost sledenja satelitu, saj je stabilizacija ločena od vrtenja ne glede na hitrost vrtenja. V nadaljevanju so opisani različni sistemi premikanja antene in izdelani pregledi zahtev po hitrosti premikanja.

7.1. Namestitev azimut – elevacija z največjo elevacijo 90°

Az-El namestitev, ki je sestavljena iz azimutne ter elevacijske osi, odlikuje poceni, lahka in preprosta konstrukcija namestitve, kot je prikazana na sliki 26. Po azimutni osi se antena vrti za kot, ki je največkrat večji od 360° . Po elevacijski osi se vrti le do 90° navpično (gor/dol). Referenčna točka za obe osi je severni horizont, ki se ujema z 0° azimuta in 0° elevacije, hkrati mora biti vzhodni horizont 90° azimuta in 0° elevacije. Zaradi svojih lastnosti je sistem uporaben predvsem za namestitev na vozila.



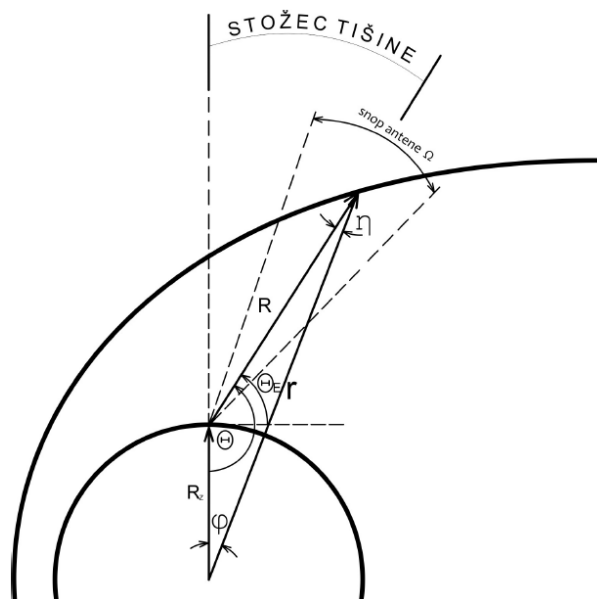
Slika 26: Antenska parabola nameščena na sistem za spreminjanje azimutne in elevacijske osi.

Na žalost pri antenah z azimut-elevacija namestitvijo prihaja do zapletene situacije, zaradi katere je oteženo spremljanje satelita. Ko se satelit približa zenitu, kjer je meja elevacijskega kota, se mora antena hitro zavrteti okrog azimutne osi (lahko tudi do 180°), da lahko sledi satelitu od zenita do horizonta. V tem primeru se kot elevacijske osi skoraj ne spreminja. Če je azimutno premikanje prepočasno, antena ne bo prišla pravočasno na točko srečanja s satelitom. Ker je širina antenskega snopa običajno ozka, pride v vmesnem času do izpada komunikacijske zveze. Prostorski kot, v katerem se to zgodi, imenujemo „stožec tišine“, ki ga prikazuje slika 25.

Znotraj „stožca tišine“ pride do izgube podatkov, pri čemer se definira celotni čas, ko antena ni usmerjena v satelit in komunikacijska zveza ni vzpostavljena. Za izgubo podatkov je krivo omejeno gibanje antene. Pri izračunu celotnega časa izpada pa je potrebno upoštevati tudi širino antenskega snopa. Dokler se satelit nahaja v območju širine snopa zemeljske antene, se podatki sprejemajo in antena lahko avtomatično sledi satelitu. Seveda se predvideva, da je sprejeta moč nad mejno vrednostjo sistema.

Izguba podatkov je podana v sekundah in je definirana kot celoten čas, ko satelit ni več v širini snopa zemeljske antene. Na sliki 27 vidimo, da je antenski snop širine Ω centriran okrog kota Θ oziroma $(90^\circ + \Theta_\epsilon)$, ki označuje stožec tišine. Do izgube podatkov ne pride, dokler je $\Theta + 0,5\Omega > 180$.

Izpadu podatkov v zenitu se je mogoče izogniti, če vrtenje antene dovoljuje 180° premike po elevaciji. Ker modifikacija zahteva bolj zapleten sistem vrtenja antene, je antenska konstrukcija te vrste dražja. Prednost takega vpetja je, da antena lahko sledi satelitu skozi zenit brez potrebe po hitrem vrtenju okrog azimutne osi.



Slika 27: Geometrija tirnice s prikazom stožca tišine.

Osnovna potrebna parametra za vodenje antene, ki lahko spremlja satelit, sta hitrost in največji pospešek antene. Za določitev teh dveh parametrov si izberemo najslabšo možno situacijo. Ta nastopi, ko satelit v vidno polje antene vstopi na horizontu in gre navpično proti največjemu kotu elevacije. Kako pogosto se tak primer zgodi v praksi, je odvisno od položaja zemeljske postaje ter tirnice opazovanega satelita.

Za opazovalca na Zemlji se hitrost in pospešek premikanja satelita na nebu močno spreminjata. V horizontu mora biti hitrost antene in pospeševanje antene zelo majhna, saj je za opazovalca z zemeljske postaje premikanje satelita zelo počasno. Ko se satelit približuje, pa se ta hitrost glede na opazovalca močno poveča in je potrebno anteno premikati hitreje. Parametra, ki to premikanje opisujeta, sta hitrost in pospešek premikanja antene.

7.2. Namestitev X – Y

X-Y namestitev, ki jo prikazuje slika 28, je mnogo dražja, težja in zapletenejša, kot prej omenjeni sistemi Az-El. Tovrstno krmiljenje se ne uporablja v splošne namene in za namestitve na mobilna vozila, ampak za satelite v nizkih tirnicah.

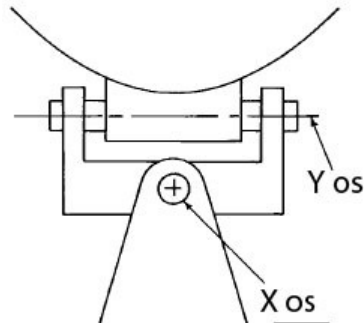
Antensko krmiljenje sestavljata X ter Y os.¹ Antena se lahko okrog obeh osi vrti za 180° od horizonta do horizonta, pri čemer je X os poravnana na vzhod/zahod, Y os pa sever/jug. Referenčna točka na obeh oseh je neposredno nad anteno v zenitu in 0° glede na obe osi. Antena se zato premika od -90° do $+90^\circ$ glede na sever v Y osi in glede na vzhod v X osi.

Tovrstno krmiljenje je primerno za spremljanje pošiljanja satelita v vesolje, saj tovrstna antena omogoča opazuje vesoljskega plovila tudi, ko je le-to nad anteno. Tudi pri X-Y namestitvi se pojavi singularnost, vendar v tem primeru nastopi v horizontu obeh osi.² Antena tako ne more slediti satelitu

¹ A. Taheri, M. A. Shoorehdeli, H. Bahrami, M. H. Fatehi, "Implementation and Control of X–Y Pedestal Using Dual-Drive Technique and Feedback Error Learning for LEO Satellite Tracking," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol.22, no.4, pp.1646-1657, July 2014.

² Andrew J. Rolinski, Donald J. Carlson, Robert J. Coates, »The X-Y Antenna Mount for Data Acquisition from Satellites«, IRE Transactions on Space Electronics and Telemetry, vol.SET-8, no.2, pp.159-163, June 1962.

v horizontu severa, juga, vzhoda in zahoda. Večina takih anten satelitu lahko sledi šele pri 5° elevacije glede na horizont. Izkaže se, da je ta napaka nepomembna, saj je izguba podatkov za tako namestitev izjemno majhna.

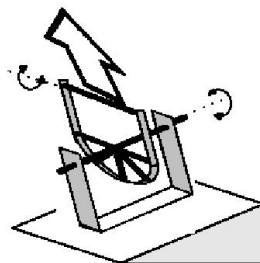


Slika 28: Antenska parabola nameščena na sistem za spreminjanje X in Y osi.

X-Y namestitev omogoča montažo pospeškometrov na osi, ki neposredno podajajo povratno informacijo iz osi za kontrolo pozicije.

7.3. Polarna namestitev

Polarna namestitev antene, ki je prikazana na sliki 29, se najpogosteje uporablja za sprejem signalov iz geostacionarnih satelitov, ki ležijo v ravnini zemeljskega ekvatorja. Antena s polarno namestitvijo zlahka zamenja sprejem iz satelita v geostacionarni tirnici, saj je za premik na drug geostacionarni satelit potreben premik le ene osi. Prva vrtljiva os te namestitve je vzporedna s polarno osjo Zemlje, druga pa je pravokotna na to os in poteka v smeri vzhod – zahod.



Slika 29: Polarna namestitev.

Astronovski teleskop za fotografiranje neba ima prav tako polarno namestitev, ki pa ji astronomi pravijo ekvatorialna namestitev (nastavitev). S konstantnim premikanjem zgolj ene osi teleskopa se kompenzira vrtenje Zemlje in ohranja pogled na isti del neba.

8. Dopplerjev pomik v satelitskih zvezah

Kot v vseh radijskih komunikacijah moramo tudi v satelitskih komunikacijah celotni radijski spekter deliti med veliko število uporabnikov, zaradi česar so radijske zveze običajno ozkopasovne zveze. Pasovna širina posameznega signala je običajno manjša od 10% osrednje frekvence. Najmanjša pasovna širina signala, ki si jo lahko privoščimo v radijskih zvezah, mora biti vsaj nekaj velikostnih razredov večja od stabilnosti frekvence izvorov, ki jih uporabljamo v radijskih oddajnikih in sprejemnikih.

Frekvenčna stabilnost radijskih oddajnikov in sprejemnikov pa ni edini vzrok odstopanja frekvence oziroma širitve spektralne črte. Spremembe na prenosni poti lahko prav tako kvarno vplivajo na radijski signal, na primer zaradi premikanja sprejemnika, oddajnika, ovir ali snovi, po kateri se širi radijsko valovanje. Od vseh naštetih pojavov je običajno največji Dopplerjev pomik, ki ga povzroča Dopplerjev pojav in ga običajno imenujemo kar »Doppler« po nemškem fiziku, ki je proučeval ta pojav v zvočnem valovanju.

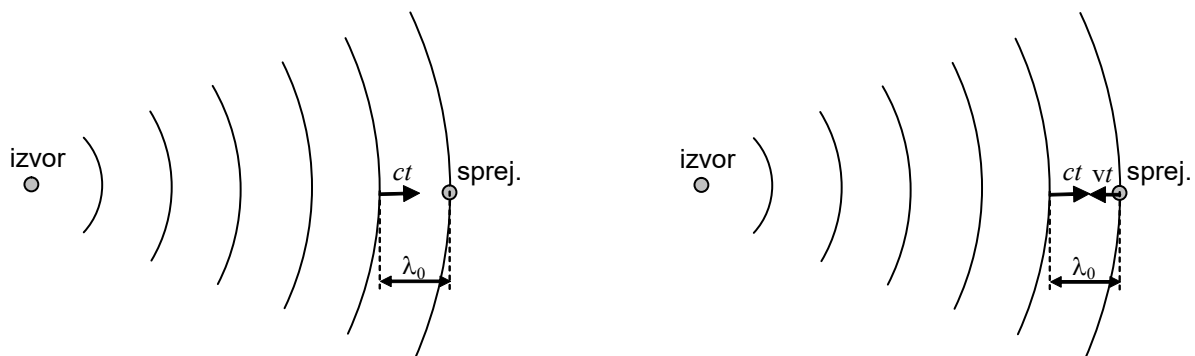
Dopplerjev pojav je pomik frekvence oddanega signala glede na frekvenco sprejetega signala. Ti sta namreč identični le, če sprejemnik in izvor mirujeta ali če se gibljeta enako hitro v enaki smeri. Če pa se gibljeta relativno drug na glede drugega (npr. da se približujeta drug k drugemu ali se drug od drugega oddaljujeta), je sprejemna frekvenca drugačna kot oddajna.

Dopplerjev pojav se odraža pri vseh valovanjih, tako longitudinalnih (vzdolžnih) kot transverzalnih (prečnih). Iz prakse pa je najbolj poznan na primeru zvoka in elektromagnetnega valovanja, katerega del sta tudi svetloba in radijsko valovanje.

Vzemimo izvor, ki oddaja valovanje s frekvenco f_0 , kot prikazuje leva stran slike 30. Hrbti valovanja izhajajo iz izvora v časovnih intervalih $t_0=1/f_0$ in potujejo s hitrostjo c v radialni smeri razmaknjeni za valovno dolžino

$$\lambda_0=c \cdot t_0=c/f_0.$$

Sprejemnik ugotavlja frekvenco prihajajočega signala po tem, kako hitro si hribi valovanja sledijo drug za drugim. Če prihajajo v časovnih razmikih t , registrira sprejemnik frekvenco $f=1/t$. Razdalja med sosednimi hrbti valovanja, kakor jih prestreza sprejemnik, je $\lambda=c \cdot t=c/f$.



Slika 30: Mirujoči sprejemnik in približujoči se sprejemnik.

Najprej vzemimo, da se sprejemnik približuje izvoru s hitrostjo v . V časovnem intervalu t od trenutka, ko sprejemnik prejme hrbet valovanja, se približa izvoru za pot vt , ko naleti na naslednji hrbet, ki se je med tem oddaljil od izvora za ct . Z desne strani slike 30. je razvidna zveza

$$\lambda_0 = ct + vt = (c + v)t = \frac{(c + v)}{f} = \frac{c}{f_0}$$

oziroma vidimo, da se frekvenca poveča za razmerje hitrosti.

$$f = f_0 \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

Ta izraz lahko uporabljamo tudi za primer, ko se sprejemnik oddaljuje od izvora; hitrost v je tedaj negativna in sprejemnik zazna manjšo frekvenco $f < f_0$

$$f = f_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \right) \quad \begin{array}{l} + \text{ sprejemnik se približuje oddajniku} \\ - \text{ sprejemnik se oddaljuje od oddajnika} \end{array}$$

Primer:

Izračunajte za koliko se spremeni frekvenca zvočnega izvora za opazovalca, ki se približuje/oddaljuje od izvora s hitrostjo 1 m/s. Hitrost zvoka znaša 340 m/s.

$$f_{\text{približevanje}} = \left(1 + \frac{v}{c} \right) f_0 = \left(1 + \frac{1 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s}} \right) \cdot f_0 = 1,003 \cdot f_0$$

$$f_{\text{oddaljevanje}} = \left(1 - \frac{v}{c} \right) f_0 = \left(1 - \frac{1 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s}} \right) \cdot f_0 = 0,997 \cdot f_0$$

V primeru, da sprejemnik miruje in se izvor približuje s hitrostjo v , se zgornji izraz obrne.

$$f = \frac{f_0}{1 \mp \frac{v}{c}} \quad \begin{array}{l} - \text{ oddajnik se približuje sprejemniku} \\ + \text{ oddajnik se oddaljuje od sprejemnika} \end{array}$$

Primer:

Izračunajte s kakšno stalno hitrostjo se giblje avtomobil po cesti in kolikšna je frekvenca tona, ki ga oddaja avtomobilska sirena, če med približevanjem avtomobila slišimo ton s frekvenco $f_1=531$ Hz, ko se avtomobil oddaljuje, pa ton s frekvenco $f_2=473$ Hz.

$$\text{Približevanje } f_1 = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} \quad \text{Oddaljevanje } f_2 = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}}$$

Enačbo za približevanje delimo z enačbo za oddaljevanje.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \Rightarrow v = c \cdot \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} = 340 \text{ m/s} \cdot \frac{531 - 473}{531 + 473} = 19,6 \text{ m/s} = 71 \text{ km/h}$$

Dopplerjev pomik nastane zaradi spreminjanja razdalje med oddajnikom in sprejemnikom in je sorazmeren medsebojni hitrosti oddajnika in sprejemnika.

Frekvenca valovanja se navidezno zviša, če se sprejemnik in oddajnik približujeta drug k drugemu. Če se oddaljujeta drug od drugega, se frekvenca v sprejemni točki seveda zniža.

Primer:

Netopir leti naravnost proti navpični steni in oddaja zvočni signal s frekvenco 40 kHz. Netopir zaznava, da ima od stene odbiti zvok za 600 Hz višjo frekvenco od oddanega zvoka. Kakšno hitrost letenja ima netopir?

V tem primeru se netopirjev oddajnik in sprejemnik približujeta.

$$f = f_0 \cdot \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \Rightarrow v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0} = 340 \text{ m/s} \cdot \frac{0,6 \text{ kHz}}{80,6 \text{ kHz}} = 2,5 \text{ m/s}$$

Elektromagnetno (radijsko, svetlobno) valovanje se običajno razširja po skoraj povsem praznem prostoru. Dopplerjev pojav je tedaj odvisen izključno od medsebojne hitrosti sprejemnika in oddajnika, kar je eno osnovnih načel relativnostne teorije, ki pravi, da lahko izmerimo le relativno (linearno) hitrost, nikakor pa ne moremo izmeriti absolutne hitrosti.

Sprememba frekvence se izračuna kot

$$\Delta f = f_{\text{približevanje}} - f_{\text{oddaljevanje}} = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} - \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}} = f_0 \frac{1 + \frac{v}{c} - \left(1 - \frac{v}{c}\right)}{\left(1 - \frac{v}{c}\right)\left(1 + \frac{v}{c}\right)} = f_0 \frac{2 \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

V primeru, da je hitrost valovanja velika v primerjavi s hitrostjo potovanja sprejemnika in oddajnika se izraz v imenovalcu poenostavi.

$$\Delta f = f_0 \frac{2v}{c} = \pm f_0 \frac{v}{c}$$

Poleg tega se v primeru, če je sprememba frekvence zgolj zaradi približevanja ali oddaljevanja, zgornji izraz deli z 2.

Z upoštevanjem enačbe, za spremembo frekvence, Dopplerjev pomik za elektromagnetno valovanje v praznem prostoru opišemo s spremembo razdalje med oddajnikom in sprejemnikom v časovnem intervalu

$$\Delta f = -f_0 \cdot \frac{v}{c} = -f_0 \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{d|\vec{r}_{su}|}{dt}$$

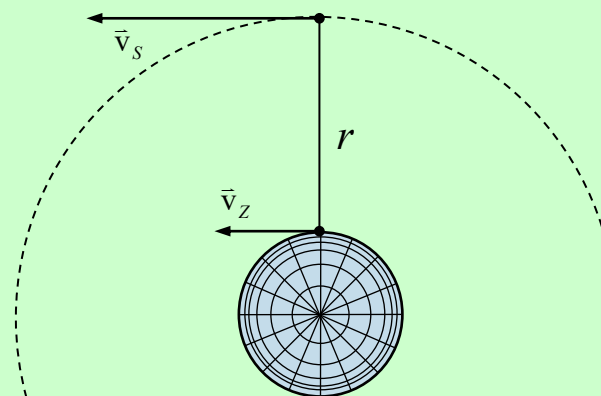
Negativni predznak pomeni, da se pri naraščanju razdalje (oddaljevanju) frekvenca valovanja v sprejemni točki zniža.

Primer:

Izračunajte Dopplerjev pomik frekvence $\Delta f = ?$ pri sprejemu signala iz satelita v idealni geostacionarni tirnici. Zemeljski sprejemnik se nahaja na ekvatorju in na isti zemljepisni dolžini kot satelit, ki oddaja na frekvenci $f_0 = 8$ GHz. ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $T_Z = 1436$ min, $R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²).

$$\Delta v = \frac{dr}{dt} = \underline{0}$$

$$\Delta f = -f_0 \cdot \frac{\Delta v}{c_0} = \underline{0}$$



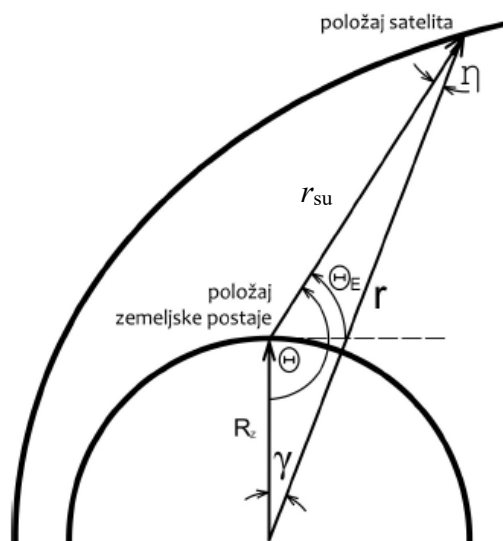
Vidimo, da je Dopplerjev premik frekvence za oddajnike na satelitih, ki so v geostacionarni tirnici, nič, kar je nedvomno še ena prednost geostacionarnih satelitov.

Dopplerjev pojav je odvisen od hitrosti spreminjanja razdalje med satelitom in zemeljsko postajo, zato jo poskušamo določiti, kot prikazuje slika 31. Hitrost, s katero se spreminja razdalja med satelitom in zemeljsko postajo, se dobi s časovnim odvodom razdalje.

$$r_{su} = \sqrt{R_Z^2 + r^2 - 2rR_Z \cos \gamma}$$

Z upoštevanjem časovne odvisnosti nekaterih spremenljivk, lahko zapišemo.

$$r_{su}(t) = \sqrt{R_Z^2 + r(t)^2 - 2r(t)R_Z \cos(\gamma(t))}$$



Slika 31: Geometrija tirnice satelita.

Po pravilu za odvajanje korena $\frac{d(\sqrt{x})}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dobimo

$$\frac{dr_{su}(t)}{dt} = \frac{2r(t)\frac{dr(t)}{dt} + R_Z \left(\frac{dr(t)}{dt} \cos(\gamma(t)) + r(t) \sin(\gamma(t)) \frac{d\gamma(t)}{dt} \right)}{2r_{su}(t)}$$

$$\frac{dr_{su}(t)}{dt} = \frac{\frac{dr(t)}{dt} (r(t) + R_Z \cos(\gamma(t))) + \frac{d\gamma(t)}{dt} r(t) R_Z \sin(\gamma(t))}{r_{su}(t)}$$

kjer je $\frac{dr(t)}{dt}$ hitrost spreminjanja razdalje od satelita do središča Zemlje in je pri krožnih tirnicah enaka nič.

Hitrost spreminjanja centralnega kota γ se lahko izračuna iz obsega tirnice in periode tirnice, ki v primeru krožne tirnice polmera r znaša

$$\frac{d\gamma(t)}{dt} = \frac{\text{obseg tirnice}}{\text{perioda tirnice}} = \frac{2\pi r}{2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\mu}}} = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$$

Ob upoštevanju, da imamo krožno tirnico, dobimo za hitrost spreminjanja razdalje med satelitom in zemeljsko postajo

$$\frac{dr_{su}(t)}{dt} = \frac{\sqrt{\mu} r(t) R_Z \sin(\gamma(t))}{r_{su}(t) \sqrt{r}}$$

Če predpostavimo, da se lahko premikata tako oddajnik kot sprejemnik (slika 32), Dopplerjev pomik po definiciji iz fizike opišemo s spremembo razdalje med oddajnikom in sprejemnikom

$$\Delta f = -\frac{f_0}{c_0} \cdot \frac{d|r_{su}|}{dt}$$

$$\Delta f = -\frac{f_0}{c_0} \cdot \frac{d}{dt} \sqrt{r_{su} \cdot r_{su}}$$

$$\Delta f = -\frac{f_0}{c_0} \cdot \frac{d}{dt} \sqrt{(\vec{r}_s - \vec{r}_u) \cdot (\vec{r}_s - \vec{r}_u)}$$

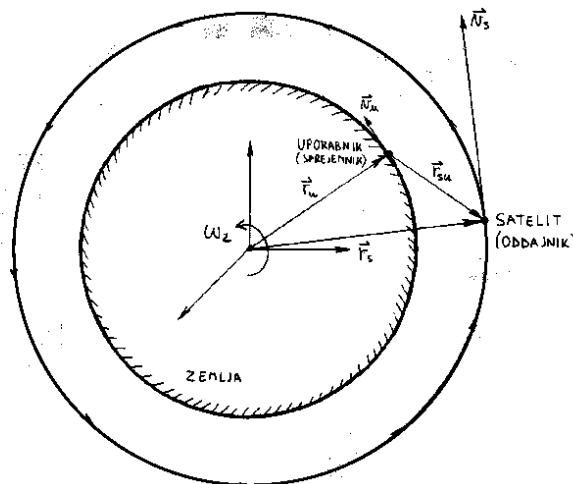
$$\Delta f = -\frac{f_0}{c_0} \cdot \frac{1}{2\sqrt{(\vec{r}_s - \vec{r}_u) \cdot (\vec{r}_s - \vec{r}_u)}} \cdot \frac{d}{dt} (\vec{r}_s - \vec{r}_u) \cdot (\vec{r}_s - \vec{r}_u)$$

Ker je časovni odvod krajevnih vektorjev hitrost $\frac{d}{dt} (\vec{r}_s - \vec{r}_u) = (\vec{v}_s - \vec{v}_u)$, velja

$$\Delta f = -\frac{f_0}{c_0} \cdot \frac{2(\vec{r}_s - \vec{r}_u) \cdot (\vec{v}_s - \vec{v}_u)}{2\sqrt{(\vec{r}_s - \vec{r}_u) \cdot (\vec{r}_s - \vec{r}_u)}}$$

V končnem rezultatu za odvod medsebojne razdalje po času nastopajo vektorja položaja in vektorja hitrosti oddajnika in sprejemnika. Vektorja hitrosti nujno nastopata izključno v razliki skladno z relativnostno teorijo.

$$\Delta f = -\frac{f_0}{c} \cdot \frac{(\vec{r}_s - \vec{r}_u) \cdot (\vec{v}_s - \vec{v}_u)}{|\vec{r}_s - \vec{r}_u|}$$



Slika 32: Dopplerjev premik v primeru premikanja sprejemnika na Zemlji in oddajnika na satelitu.

V satelitskih zvezah se sprejemnik in oddajnik ne gibljeta v isti črti, drug od drugega ali proč od drugega, temveč se gibljeta drug mimo drugega. V tem primeru moramo v Dopplerjevih enačbah namesto hitrosti vzeti projekcijo hitrosti glede na veznico oddajnik–sprejemnik.

Primer:

Sateliti GPS se gibljejo po krožnicah na višini $h=20400$ km nad zemeljsko površino. Izračunajte širino frekvenčnega pasu $\Delta f=?$ v kateri uporabniški sprejemnik išče vklepitev na oddajo satelita na nazivni frekvenci $f=1575,42$ GHz. Pri računu upoštevamo Dopplerjev pomik zaradi gibanja satelita. Gibanje uporabnika zanemarimo. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s², $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

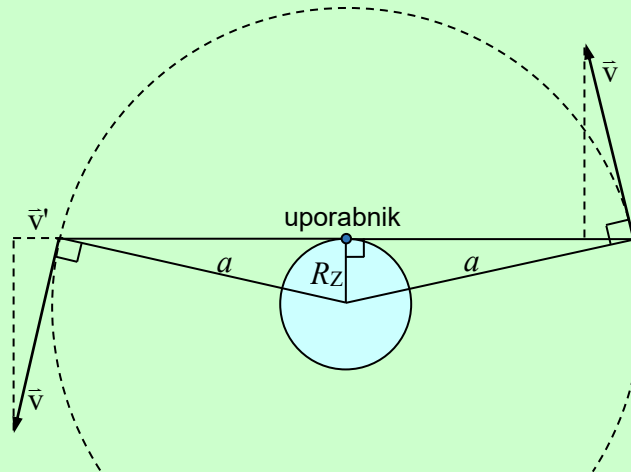
$$a = h + R_Z = 26778 \text{ km}$$

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 3870 \text{ m/s}$$

Podobni trikotniki

$$v' = v \cdot \frac{R_Z}{a} = 918,94 \text{ m/s}$$

$$\Delta f = f \cdot \frac{2v'}{c} = 9651 \text{ Hz}$$



Ker je hitrost razširjanja elektromagnetnega valovanja v praznem prostoru zelo velika, približno 300,000 km/s, Dopplerjevega pomika običajno sploh ne opazimo v večini resničnih radijskih zvez, kjer so hitrosti oddajnikov in sprejemnikov razmeroma majhne. Že sama nestabilnost frekvence oddajnika ali sprejemnika oziroma širina nemodulirane spektralne črte je običajno za nekaj velikostnih razredov večja od Dopplerjevega pomika. Dopplerjev pomik zlahka opazimo edino v napravah, ki uporabljajo isti izvor visokofrekvenčnega nihanja v oddajniku in v sprejemniku, na primer v enostavnem radarju za merjenje hitrosti.

Dopplerjev pomik lažje opazimo v mobilnih zvezah s hitrimi vozili, reaktivnimi letali ali umetnimi Zemljinimi sateliti. Hitrost satelita v zemeljski tirnici lahko preseže 10 km/s, kar v primerjavi s svetlobno hitrostjo znaša en del v 30000. Ker znaša stabilnost frekvence sodobnih radijskih oddajnikov in sprejemnikov en del v milijonu, je Dopplerjev pomik v satelitskih zvezah običajno lahko opazovati in natančno izmeriti.

Dopplerjev pomik je največji v satelitskih zvezah, ker je hitrost satelita glede na uporabnika na Zemlji zelo velika. Dopplerjev pomik ni zanemarljiv niti v zemeljskih mobilnih zvezah.

$$\Delta f_{\max} = \pm f_0 \frac{\Delta v_{\max}}{c}$$

Pri določanju Dopplerjevega pomika v radijski zvezi s satelitom moramo upoštevati premikanje obeh, satelita in zemeljske postaje (uporabnika). Hitrost satelita v nizki tirnici okoli Zemlje znaša okoli 8 km/s, pri določanju hitrosti uporabnika pa ne smemo pozabiti na vrtenje Zemlje, ki hitrosti uporabnika dodaja do 465 m/s na ekvatorju.

Satelitska zveza	$\Delta v_{\max} = 12 \text{ km/s}$	$\frac{\Delta f_{\max}}{f_0} = \pm 4 \cdot 10^{-5}$
Zemeljska mobilna zveza	$\Delta v_{\max} = 40 \text{ m/s}$ (144 km/h)	$\frac{\Delta f_{\max}}{f_0} = \pm 1,3 \cdot 10^{-7}$

Ker se sateliti v nizkih tirnicah gibljejo najhitreje, je tudi Dopplerjev premik frekvence pri tovrstnih satelitih največji.

Primer:

Izračunajte največji Dopplerjev pomik $\Delta f = ?$ pri sprejemu satelita, ki leti v krožnici na višini $h=300$ km nad zemeljsko površino in oddaja na frekvenci $f_0=2,2$ GHz. Opazovalec (sprejemnik) se nahaja na ekvatorju in se vrti skupaj z Zemljo ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²), naklon tirnice satelita pa znaša $i=0$.

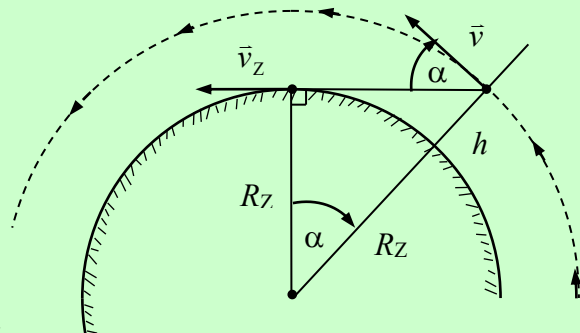
Krožnica: $e = 0$, $a = R_Z + h = 6678$ km = r

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = 7726 \text{ m/s}$$

$$v_Z = R_Z \omega_Z = R_Z \frac{2\pi}{T_Z} = 465 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v \cos \alpha - v_Z = v \cdot \frac{R_Z}{R_Z + h} - v_Z = 6914 \text{ m/s}$$

$$\Delta f = f_0 \cdot \frac{\Delta v}{c_0} = 50,7 \text{ kHz}$$

**Primer:**

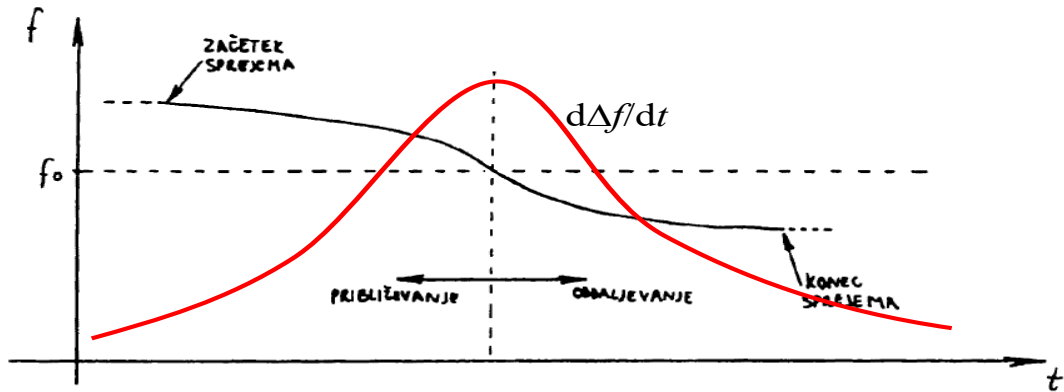
Izračunajte Dopplerjev pomik frekvence, ki nastane pri satelitu iz prejšnjega primera, ki ima še en oddajnik na 20 GHz. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$\Delta f = f_0 \cdot \frac{\Delta v}{c_0} = 20 \cdot 10^9 \text{ Hz} \cdot \frac{6914 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 460,9 \text{ kHz}$$

Povečanje frekvence oddajnika povzroči povečanje vhodnega signala sprejemnika, zato je za satelite na nižjih tirnicah bolj smotno uporabljati nižje frekvence. In obratno, pri satelitih na višjih tirnicah premik ni več velik. Seveda pri satelitih na geostacionarni tirnici, Dopplerjev premik ne igra nobene vloge.

Pri sodobnih komunikacijskih zvezah se načrtuje uporabo nezasedenih višjih frekvenčnih pasov. Iz predhodnega primera vidimo, da višje frekvence oddajnika povzročijo tudi večji Dopplerjev pojav in širši Δf . Potemtakem lahko sklepamo, da višje frekvence ne bodo uporabljene na ne-geostacionarnih satelitih, temveč zgolj na oddajnikih, ki se nahajajo v geostacionarni tirnici.

Časovni potek Dopplerjevega pomika pri sprejemu satelita v nizki tirnici okoli Zemlje je prikazan na sliki 33. Zaradi veliko večje hitrosti je prevladujoči vzrok Dopplerjevega pomika premikanje satelita. Na začetku sprejema signalov s satelita, ko se satelit ravno prikaže nad obzorjem, je frekvenca signala višja in le počasi upada. Hitrost upadanja frekvence doseže najvišjo vrednost ravno takrat, ko se nam satelit najbolj približa in doseže najvišjo elevacijo na vidnem delu neba. Z oddaljevanjem se hitrost upadanja frekvence spet niža, vse dokler satelit ne zaide za naše obzorje.



Slika 33: Časovni potek Dopplerjevega premika v radijski satelitski zvezi.

Dopplerjev pomik običajno obravnavamo kot škodljiv pojav v satelitskih komunikacijah, saj morajo biti sprejemniki in oddajniki načrtovani za sprotno popraviljanje frekvence. Vsi izvori odstopanja frekvence imajo v radijski zvezi enake posledice. Pasovno širino signala in vrsto modulacije moramo izbrati tako, da nas odstopanje frekvence ne bo motilo. Radijski sprejemnik moramo načrtovati tako, da njegov demodulator zna popravljati manjša odstopanja frekvence.

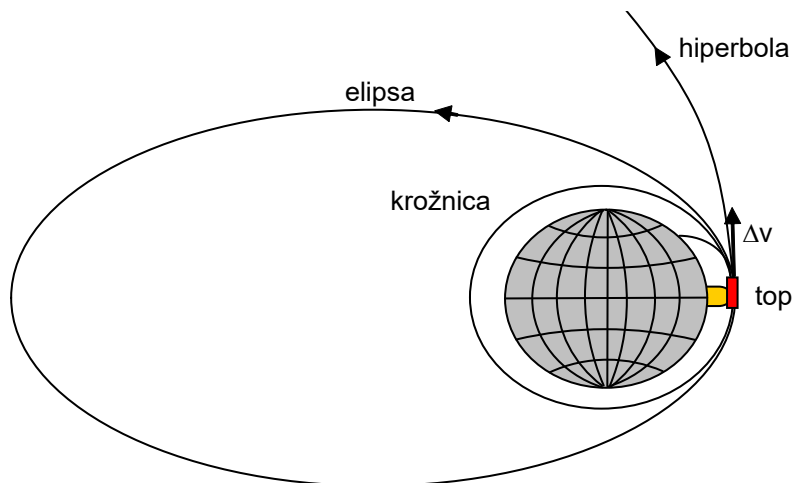
Zaradi Dopplerjevega pomika satelitska oddaja navidezno zavzame širši frekvenčni pas, kar pomeni, da je potrebno na vhodni stopnji sprejemnika imeti širše frekvenčno sito, ki pa v sprejemnik prepusti tudi več šuma.

Po drugi strani pa je Dopplerjev pomik lahko zelo koristen pojav, ki ga izkoriščamo v satelitski navigaciji, to je za določanje položaja zemeljske postaje, točne tirnice satelita ali obeh. Odvod časovnega poteka Dopplerjevega premika je koristen za usmerjanje zemeljske postaje.

9. Prevoz satelita v tirnico

9.1. Izstrelitev satelita v tirnico

Za začetek predpostavimo najbolj enostaven primer, ko bi za izstrelitev satelita v tirnico uporabljali top, ki je sposoben izstrelku dati neko hitrost. Satelit se po izstrelitvi začne gibati po tirnici, za katero smo že ugotovili, da je stožnica. Pri čemer je stožnica lahko poljubno zasukana glede na Zemljo. S topom izstreljen satelit ima za tirnico gibanja štiri možnosti, kot prikazuje spodnja slika 34. V primeru, ko top proizvede majhen sunek sile, izstrelek pade nazaj na Zemljo. Izstrelek pade nazaj na tla tem dlje od izstrelišča, s čim večjo hitrostjo je potisnjen iz topa.



Slika 34: Primera izstrelitve umetnega satelita iz topa.

Pri dovolj veliki hitrosti, se tirnica izstrelka zaokroži v krog in telo se giblje po krogu s polmerom Zemlje. Hitrosti, ki jo mora imeti izstrelek, da teoretično nikoli več ne pade na Zemljo, pravimo **prva kozmična hitrost**. S pomočjo izraza za računanje hitrosti v perigeju, lahko določimo prvo kozmično hitrost za telesa, ki potujejo okrog Zemlje na primeru Zemlje.

Primer:

Izračunajte najmanjši potrebni $\Delta v = ?$ rakete, da koristni tovor ne pade nazaj na Zemljo. Pri izračunu zanemarimo vrtenje Zemlje. ($R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

Velika polos elipse $a = R_Z$

Perigej se nahaja na $r_p = R_Z = 6378$ km

$$v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{R_Z} - \frac{1}{R_Z} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{R_Z}} = \underline{7905 \text{ m/s}}$$

Če top proizvede še večji sunek sile, omogoči satelitu gibanje okrog Zemlje po elipsi. Tak satelit se po eni periodi teoretično vrne na točko izstrelitve. V praksi, kjer je prisotno še trenje ozračja, satelit zgubi energijo in že prej pade na Zemljo.

Če proizvede top velik sunek sile, se satelit giblje po paraboli in zapusti območje zemeljske privlačnosti. Hitrosti, ki je za to potreba pravimo ubežna hitrost (angl. escape velocity) ali **druga kozmična hitrost**. Ta primer je zanimiv, ko hočemo s plovilom priti na Luno ali kakšno drugo nebesno telo. Skrajno nezanimiv in neuporaben pa je za satelitske in navigacijske sisteme, saj parabola, kot primer ubežne tirnice (angl. escape orbit) ni periodična tirnica.

Primer:

Izračunajte najmanjši potrebni $\Delta v = ?$ rakete, da koristni tovor ubeži težnostnemu polju Zemlje. Pri izračunu zanemarimo vrtenje Zemlje. ($R_Z = 6378 \text{ km}$, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$)

Velika polos elipse $a = \infty$

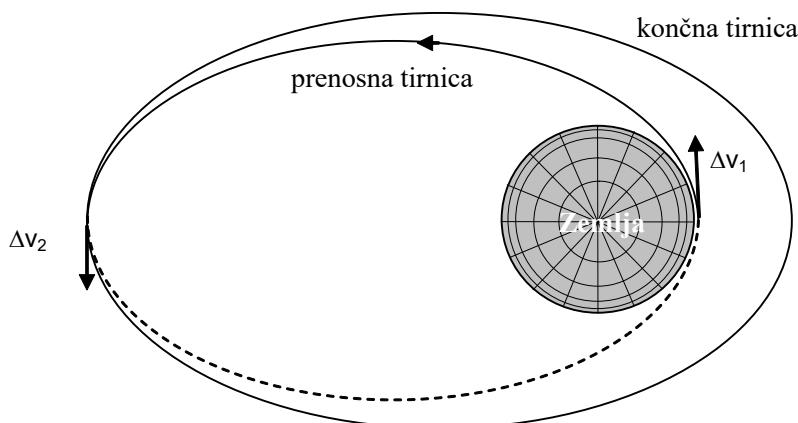
Perigej se nahaja na $r_p = R_Z = 6378 \text{ km}$

$$v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{\frac{2\mu}{R_Z}} = \underline{11180 \text{ m/s}}$$

Iz primerov prve in druge kozmične hitrosti smo ugotovili, da bo satelit za vstop v tirnico okrog Zemlje potreboval spremembo hitrosti med 8 km/s in 12 km/s. Zgornja primera nas pripeljeta do sklepanja, da za postavitve umetnega satelita na primerno višino potrebujemo več kot en sunek sile. Iz tega razloga je top neprimeren za izstreljevanje satelitov.

Za končno postavitve satelita v tirnico je potrebno v najvišji točki prenosne tirnice (angl. transfer orbit), to je v apogeju, proizvesti drugi sunek sile. En sam top nikakor ne zmore proizvesti dva časovno in prostorsko ločena sunka sile. Ker je v vesolju prostor skoraj prazen, je edino praktično uporabno pogonsko sredstvo raketa. Drugi sunek mora zato nujno proizvesti raketni motor. Ko na raketi prižgemo motorje, ji damo s tem potisk, ki ji spremeni hitrost za Δv .

Prvi sunek raketnega motorja postavi plovilo v prenosno eliptično tirnico, ki se v najnižji točki (perigeju) dotika površine Zemlje, v najvišji točki (apogeju) pa končne tirnice. Z drugim sunkom moramo seveda počakati, da plovilo doseže najvišjo točko prenosne tirnice.



Slika 35: Primera izstrelitve umetnega satelita preko prenosne tirnice s perigejem na Zemlji.

Glede na to, da manever potiska Δv traja maksimalno nekaj minut, sam obhodni čas pa je zelo dolgotrajen (za geostacionarno tirnico 1436 min), lahko manever potiska smatramo kot trenuten, kar olajša nadaljnjo računanje.

Primer:

Izračunajte potrebni spremembi hitrosti $\Delta v_1 = ?$ in $\Delta v_2 = ?$ za prevoz navigacijskega satelita GPS v dokončno krožnico na višini $h = 20000 \text{ km}$ nad zemeljsko površino. Vrtenje Zemlje in trenje v ozračju zanemarimo. ($\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, $R_Z = 6378 \text{ km}$)

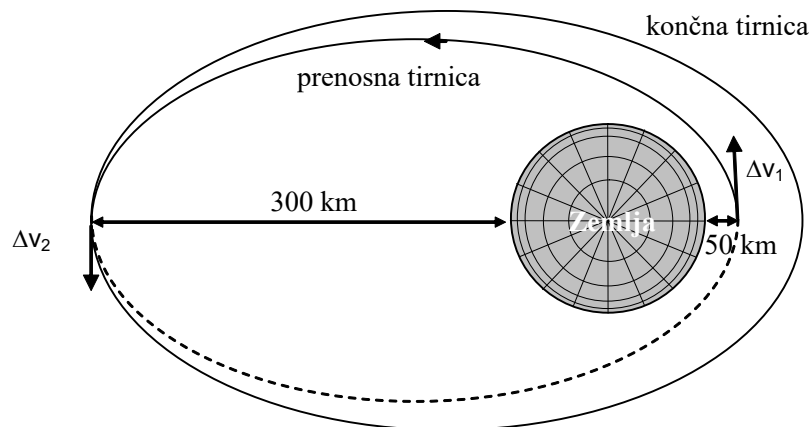
$$a = \frac{1}{2} \cdot (R_Z + (R_Z + h)) = \underline{16378 \text{ km}}$$

$$\Delta v_1 = v_p = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{R_Z} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{10033 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v_2 = v_k - v_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_Z + h}} - \sqrt{\mu \left(\frac{2}{R_Z + h} - \frac{1}{a} \right)} = 3887 \text{ m/s} - 2426 \text{ m/s} = \underline{1461 \text{ m/s}}$$

Pri resnični izstrelitvi vesoljske rakete se želimo kolikor je mogoče izogniti nezaželenemu trenju med raketo in ozračjem. Pot rakete je zato smiselno v začetnem delu leta usmeriti navpično navzgor, da se čim prej izogne gostim plastem ozračja. Ko raketa doseže višino okoli 50 km se počasi obrne v vodoravno smer, da pridobiva vodoravno komponento hitrosti in si zagotovi varen polet do prenosne tirnice. Med potovanjem odvrže porabljene rezervoarje goriva, ki padejo proti Zemlji in zgorijo v atmosferi.

Prvo vesoljsko plovilo z možnostjo ponovne uporabe je bil ameriški raketoplan Space Shuttle, ki je deloval od leta 1981 do 2011. Podobni strategiji ponovne uporabe sledi podjetje SpaceX, ki jim je leta 2015 uspelo ponovno pristati z raketo Falcon 9 (20. polet).



Slika 36: Primera izstrelitve umetnega satelita preko prenosne tirnice s perigejem nad Zemljo.

Primer:

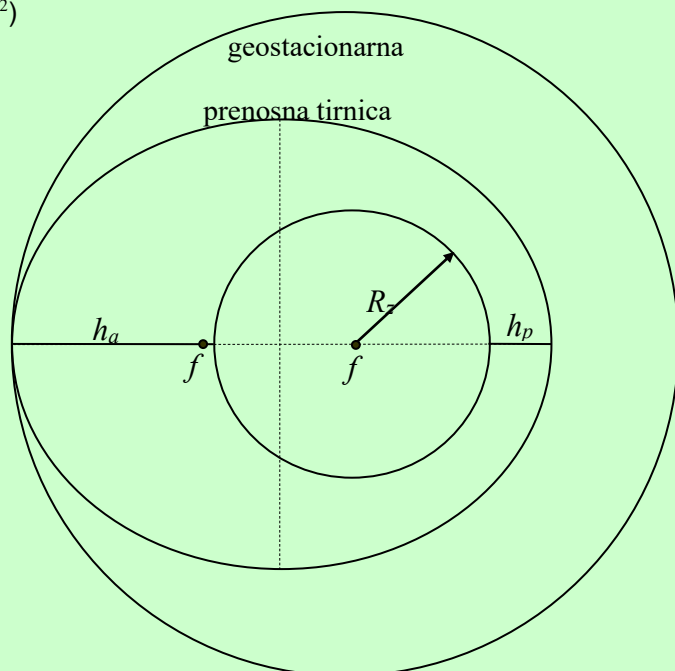
Raketa pripelje komunikacijski satelit v prenosno tirnico s perigejem tik nad zemeljskim ozračjem ($h_p=200$ km, $R_Z=6378$ km) in apogejem, ki se dotika geostacionarne tirnice ($h_a=35800$ km). Določite spremembo hitrosti $\Delta v=?$, ki jo mora zagotoviti motor na krovu satelita za prenos v dokončno geostacionarno tirnico. ($\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

$$a = \frac{h_p + h_a + 2R_Z}{2} = \underline{24378 \text{ km}}$$

$$v_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{h_a + R_Z} - \frac{1}{a} \right)} = \underline{1597 \text{ m/s}}$$

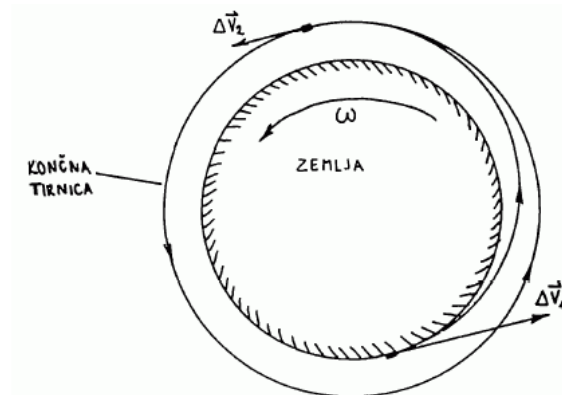
$$v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{h_a + R_Z}} = \underline{3074 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \underline{1477 \text{ m/s}}$$



Ker je raketno izstrelišče nekajkrat dražje od rakete s tovorom, se v praksi izstreljuje raketo za nekaj stopinj manj kot je pravokotnica na izstrelišče. S tem se izognemo, da bi v primeru neuspele izstrelitve raketa padla na izstrelišče in povzročila ogromno gmotno škodo.

Pri izstrelitvi rakete je seveda smiselno izkoristiti vrtenje Zemlje okoli njene osi. To naredimo tako, da satelit izstrelimo v tirnico, kjer se bo vrtil v isto smer, kot se vrti Zemlja – napredno (progradno) gibanje. Taki tirnici pravimo **progradna tirnica** in jo prikazuje spodnje slika. Ker se Zemlja vrti okrog svoje osi od zahoda proti vzhodu, je raketo potemtakem smiselno streljati proti vzhodu, saj bo vrtenje Zemlje prispevalo k skupni hitrosti.



Slika 37: Pri izstrelitvi satelita pomaga vrtenje Zemlje.

Izstrelitev satelita v progradno tirnico zmanjša potrebni Δv rakete za približno 5%, kot prikazuje spodnji primer. Ker je največja hitrost vrtenja Zemlje na ekvatorju, je izstrelišče najbolj primerno imeti blizu ekvatorja.

Primer:

Izračunajte za koliko največ se zmanjša potrebni začetni sunek hitrosti, če pri izstrelitvi rakete izkoristimo vrtenje Zemlje. ($R_Z=6378$ km)

Obhodni čas Zemlje $T_z = 24 \text{ ur} \cdot 60 \text{ min} - 4 \text{ min} = 1436 \text{ min}$

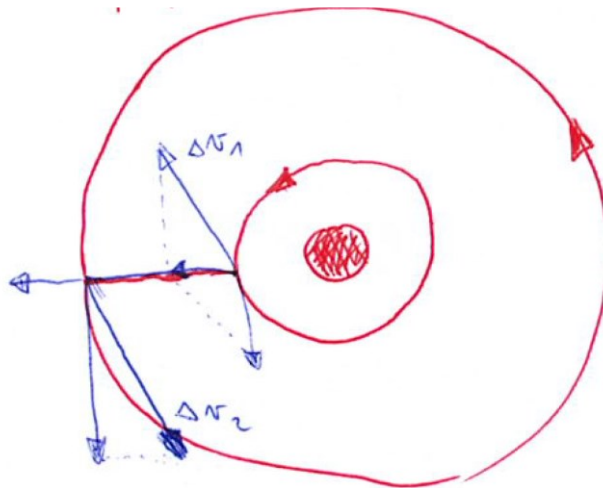
Obhodni čas Zemlje je 4 min krajši od enega dneva, ker Zemlja kroži okrog Sonca in mora vsaki dan podaljšati svoje vrtenje za $1/365$ enote dneva.

$$\text{Hitrost vrtenja Zemlje } v_z = \frac{2\pi R_Z}{T_z} = \underline{465 \text{ m/s}}$$

V primeru, da se satelit izstrelji v tirnico, ki se vrti v nasprotni smeri vrtenja Zemlje pravimo, da se satelit vzvratno (retrogradno) giblje. Izstreljevanje v retrogradno tirnico potrebuje večji Δv , kar posledično pomeni večjo izstrelitveno raketo. V primeru, ko se satelit vrti v obratni smeri vrtenja Zemlje pravimo, da se nahaja na **retrogradni tirnici**.

9.2. Sprememba tirnice satelita

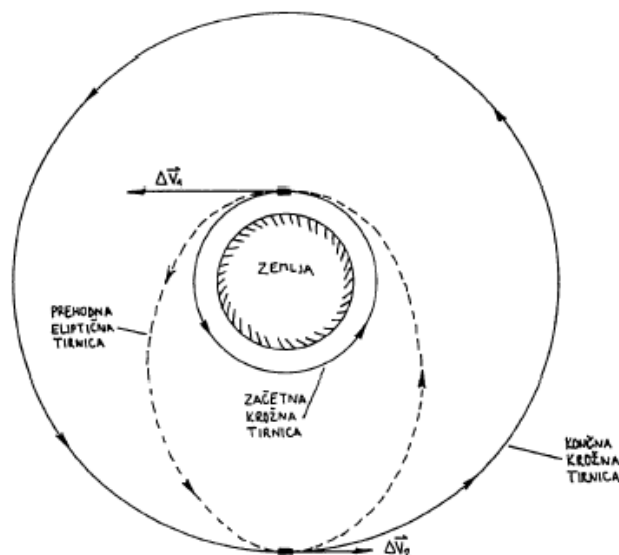
Vse spremembe oblike ali zgolj višine tirnice umetnega satelita je potrebno pravilno načrtovati. Z vidika varčevanja z gorivom ni vseeno, kdaj bomo izvajali spremembo tirnice. Sprememba tirnice po najkrajši poti je energetsko zelo potratna, saj potrebujemo velike sunke sile. Tudi zvezni potisk se za premik med tirnicami ne izplača.



Slika 38: Sprememba višine krožne tirnice v primeru nepravilnega (energetsko potratnega) utirjenja.

Podobno kot izstrelitev satelita je najbolj smiselno tudi spremembo višine krožne tirnice izvesti s pomočjo dveh prostorsko in časovno ločenih sunkov, kar je prikazano na spodnji sliki. Prvi sunek postavi plovilo v prenosno eliptično tirnico, ki se v najnižji točki (perigeju) dotika prejšnje tirnice, v najvišji točki (apogeju) pa končne tirnice. Z drugim sunkom moramo seveda počakati, da plovilo doseže najvišjo točko prenosne tirnice.

Tirnici, kjer damo satelitu v začetni točki potisk v isti smeri, kot se giblje satelit, in ki povezuje začetno in končno tirnico, pravimo Hohmannova prenosna tirnica¹. (po Nemcu Walterju Hohmannu, ki je manever opisal leta 1925). Ta tirnica je v bistvu polovica eliptične tirnice, ki se v perigeju dotika začetne tirnice, v apogeju pa se dotika končne tirnice.



Slika 39: Sprememba višine krožne tirnice s Hohmannovim prenosom.

Delovanje raketnega motorja pomeni spremembo stožnice, po kateri se giblje vesoljsko plovilo. Račun pokaže, da so kratki in močni sunki raketnega motorja učinkovitejši, ker zahtevajo manjši skupen Δv

¹ O. Montenbruck & E. Gill. »Satellite Orbits«, Springer, 2000

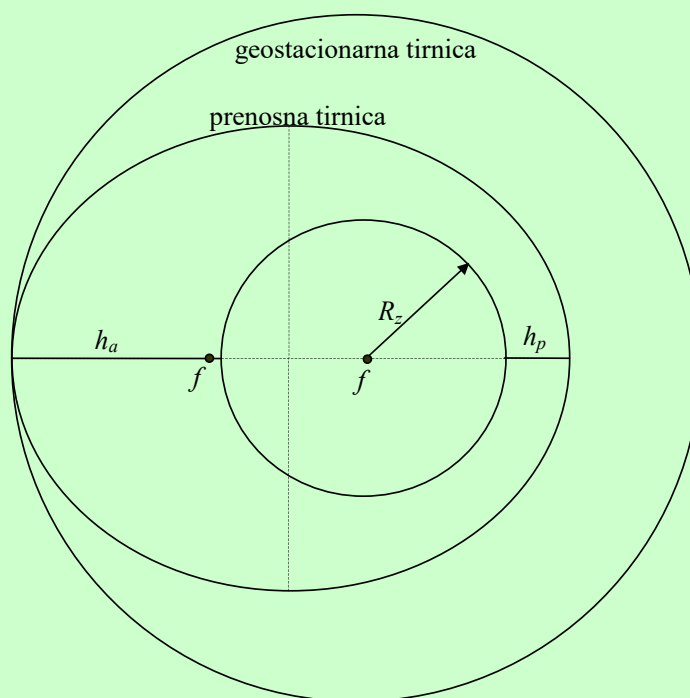
od raketnega motorja z majhnim, a stalnim potiskom. Raketni motor torej vključimo za razmeroma kratek čas, a s polno močjo, na presečišču stare stožnice z novo stožnico.

Raketni motor najbolj učinkovito izkoristimo takrat, ko je smer vektorja spremembe hitrosti enaka smeri vektorja hitrosti vesoljskega plovila. Učinkovit zgled spremembe višine krožne tirnice je prikazan na zgornji sliki. Prvi sunek prestavi plovilo iz začetne krožnice na prenosno elipso, drugi sunek pa iz elipse na končno krožnico. Prehodna eliptična tirnica se lepo dotika obeh krožnic.

Sprememba tirnice preko prenosne tirnice je pravilni in najbolj ekonomični način prenosa. Mogoč je tudi zvezni preskok med tirnicami, vendar je skrajno neekonomičen, zaradi velikih Δv , ki so potrebni v tem primeru.

Primer:

Satelit z maso $m=1000$ kg se nahaja v prenosni tirnici z višino perigeja $h_p=200$ km in višino apogeja $h_a=35800$ km. Kolikšna je sprememba energije satelita $\Delta W=?$, ko z raketnim motorjem poženemo satelit v krožnico na višini $h=35800$ km? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)



Velika polos elipse za prenosno tirnico znaša $a_p = \frac{h_a + R_Z + h_p + R_Z}{2} = \underline{24378 \text{ km}}$

Velika polos za geostacionarno tirnico znaša $a_g = h_a + R_Z = \underline{42178 \text{ km}}$

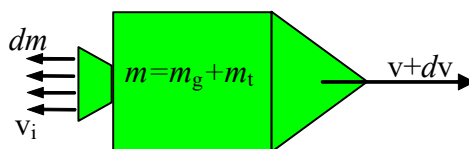
Energija satelita na prenosni tirnici znaša $W_p = -\frac{\mu m}{2a_p} = \underline{-8,18 \text{ GJ}}$

Energija satelita na geostacionarni tirnici znaša $W_g = -\frac{\mu m}{2a_g} = \underline{-4,73 \text{ GJ}}$

Sprememba energije satelita $\Delta W = W_g - W_p = \underline{+3,45 \text{ GJ}}$

9.3. Gibanje rakete

V praznem prostoru se pospeševanje vesoljskega plovila za določeno **spremembo hitrosti** dv lahko izvede samo s pomočjo raketnega (reaktivnega) pogona. Raketa »izmetuje« izpušne pline, ki z **reakcijsko silo** porivajo raketo naprej v nasprotni smeri iztekanja plinov. Raketa nosi s seboj gorivo, ki izgoreva v posameznih komorah. Nastali vroči plini z veliko hitrostjo izstopajo skozi izpušne šobe in odrivajo raketo z reakcijsko silo, tako da se raketa lahko pospešuje tudi skozi brezračni prostor. Raketa potrebuje gorivo iz dveh razlogov: kot maso, ki jo pošilja skozi izpušno šobo s **hitrostjo izpuha** v_i in kot izvor energije v motorju, ki to isto maso pospešuje skozi šobo.



Slika 40: Delovanje raketnega pogona.

Celotna masa rakete m , ki potuje v vesolje, je sestavljena iz mase goriva m_g in mase tovora m_t . Masa tovora tvori masa rakete (po večini rezervoarji) in masa koristnega tovora, ki ga želimo prenesti v vesolje. Celotna masa se zaradi delovanja raketnega motorja zmanjšuje na račun zmanjševanja mase goriva. Sprememba celotne mase po času je torej negativna.

$$\frac{dm}{dt} < 0$$

V nekem trenutku ima raketa maso m in se giblje s hitrostjo v . V naslednjem kratkem časovnem intervalu dt raketa odvrže pline z maso dm z relativno hitrostjo v_i , zaradi česar se hitrost rakete poveča za dv . Gibalna količina izpušnih plinov v smeri naprej se zmanjša iz vdm na $(v-v_i)dm$. Za toliko se poveča gibalna količina rakete v smeri naprej: mdv . Sledi:

$$v_i \cdot dm = m \cdot dv$$

Enačbo delimo z dt , da dobimo spremembo gibalne količine v časovni enoti, kar je sunek sile.

$$v_i \cdot \frac{dm}{dt} = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

Količnik dm/dt se imenuje **masni tok** izpušnih plinov in pove maso snovi, ki jo raketa odvrže v časovni enoti (merska enota je kg/s).

$$\Phi_m = \frac{dm}{dt}$$

Produkt relativne hitrosti v_i iztekanja in masnega toka Φ_m iztekajočih plinov ima dimenzijo sile: imenuje se **reakcijska sila** iztekajočih plinov. Ta je tem večja, s čim večjo hitrostjo plini iztekajo iz rakete in čim večji je njihov masni tok.

Vsota vseh sil, ki delujejo na raketo, je enaka nič.

$$\sum \vec{F} = 0 = -\frac{dm}{dt} \vec{v}_i + \vec{a}m$$

Pospešek rakete zaradi reakcijske sile izpušnih plinov potemtakem računamo z enačbo:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_i}{m} \frac{dm}{dt}$$

Primer:

Plini iztekajo iz rakete z relativno hitrostjo $v_i=1500$ m/s, masni tok je $\Phi_m=150$ kg/s. Kolikšen pospešek vsiljuje reakcijska sila raketi z maso $m=10$ t?

$$a = v_i \cdot \frac{\Phi_m}{m} = 1500 \text{ m/s} \cdot \frac{150 \text{ kg/s}}{10000 \text{ kg}} = 22,5 \text{ m/s}^2$$

Izračunajmo spremembo hitrosti, ki nastane s spremembo mase v časovnem obdobju

$$\Delta \bar{v} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{a} dt = \int_{m_1}^{m_2} \frac{\bar{v}_i}{m} dm = -\bar{v}_i \cdot \ln \frac{m_1}{m_2} = -\bar{v}_i \cdot \ln \left(1 + \frac{m_g}{m_t} \right)$$

Raketa je energetsko zelo neučinkovita naprava, povrh pa potrebna masa goriva m_g narašča eksponentno s spremembo hitrosti Δv .

$$m_g = m_t \left(e^{\frac{\Delta \bar{v}}{\bar{v}_i}} - 1 \right)$$

Učinkovitost raketnega motorja preprosto opišemo s hitrostjo izpuha v_i oziroma s **specifičnim impulzom** I_{sp} , ki je hitrost izpuha deljena s težnostnim pospeškom na površini Zemlje $g=9,81$ m/s². Specifični impulz nam pove, koliko časa lahko en kilogram tovora lebdi nad površino Zemlje pri porabi enega kilograma goriva.

$$I_{sp} = \frac{v_i}{g}$$

Primer:

Komunikacijski satelit s suho maso (brez goriva) $m_t=1500$ kg ima na krovu še $m_g=1000$ kg dvokomponentnega goriva. Koliko goriva $m'_g=?$ ostane na krovu satelita kot zaloga za manjše popravke tirnice, če glavnino potiska motorja z $I_{sp}=300$ s uporabimo za premik satelita iz prenosne v dokončno geostacionarno tirnico, ki zahteva $\Delta v=1,5$ km/s? ($g=9,81$ m/s²)

$$v_i = g \cdot I_{sp} = \underline{2943 \text{ m/s}} \qquad \Delta v = -v_i \ln \frac{m_g + m_t}{m'_g + m_t}$$

$$m'_g = (m_g + m_t) \cdot e^{\frac{\Delta v}{v_i}} - m_t = 2500 \text{ kg} \cdot e^{\frac{1500}{2943}} - 1500 \text{ kg} = \underline{\underline{1,713 \text{ kg}}}$$

Primer:

Raketni motorji Ariane 5, ki se uporabljajo za prevoz satelitov v GEO in LEO, uporabljajo mešanico tekočega vodika (H₂) in tekočega kisika (O₂). V idealnih razmerah izpušni plini iztekajo iz rakete z relativno hitrostjo $v_i=4,5$ km/s. Masa rakete pred vzletom znaša $750 \cdot 10^3$ kg, od česar $600 \cdot 10^3$ kg pripada gorivu. Kakšno hitrost doseže raketa, ko porabi vso gorivo, če zanemarimo gravitacijo?

$$v = v_i \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - m_g} \right) = 4,5 \cdot 10^3 \text{ m/s} \cdot \ln \left(\frac{750 \cdot 10^3 \text{ kg}}{750 \cdot 10^3 \text{ kg} - 600 \cdot 10^3 \text{ kg}} \right)$$

$$v = 4,5 \cdot 10^3 \text{ m/s} \cdot \ln \left(\frac{750 \cdot 10^3 \text{ kg}}{150 \cdot 10^3 \text{ kg}} \right) = \underline{\underline{7,24 \cdot 10^3 \text{ m/s}}}$$

Lastnosti različnih raketnih goriv so zbrane v spodnji tabeli. K masi goriva je treba prišteti še maso posode za gorivo in maso raketnega motorja. V primeru smodnika je masa posode raketnega motorja zelo velika. Dvokomponentna goriva (gorivo in oksidant v tekočem stanju) omogočajo lahke posode in raketne motorje ter velik I_{sp} . Nesimetrični dimetilhidrazin UDMH in dušikov tetroksid N_2O_4 sta na sobni temperaturi tekočini, ki pa sta zaradi svoje strupenosti neprimerni za uporabo na Zemlji. Obratno je utekočinjeni vodik, ki ga je potrebno hladiti na $-250^\circ C$, kot gorivo primeren samo za prvo stopnjo, ker po nekaj urah povpre.

Ker na krovu rakete ni hladilnikov, lahko zelo učinkovita goriva, kot so tekoči vodik in tekoči kisik, uporabljamo le v začetnem delu leta rakete. Po nekaj urah bi ta goriva izhlapela, od tam naprej zato uporabljamo UDMH in N_2O_4 .

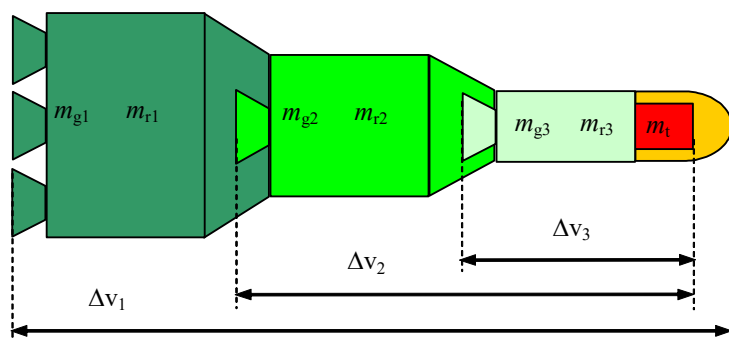
Učinkovitejši motorji zahtevajo večjo hitrost izpuha v_i . Zelo velik I_{sp} preko 1000 s dosežejo raketni motorji, kjer curek ionov pospešujemo z električnim poljem. Zaradi velike porabe električne energije se takšni motorji danes uporabljajo le za popravke tirnic umetnih satelitov.

	vrsta goriva	v_i	I_{sp}	$\Delta v;$ $m_g=m_t$	$\Delta v;$ $m_g=3m_t$	$\Delta v;$ $m_g=9m_t$
eno-komponentna goriva	stisnjen hladen plin (N_2)	0,3 km/s	30 s	0,2 km/s	0,42 km/s	0,7 km/s
	vodikov peroksid (H_2O_2)	1,5 km/s	150 s	1,04 km/s	2,1 km/s	3,45 km/s
	hidrazin (N_2H_4)	2,2 km/s	220 s	1,5 km/s	3,05 km/s	5,1 km/s
dvo-komponentna goriva	smodnik ($Al+NH_3ClO_4$)	2,7 km/s	270 s	1,87 km/s	3,74 km/s	6,2 km/s
	UHMH + N_2O_4 (strup)	3,0 km/s	300 s	2,1 km/s	4,16 km/s	6,9 km/s
	tekoča vodik in kisik (H_2+O_2) ($-250^\circ C$)	4,5 km/s	450 s	3,1 km/s	6,2 km/s	10,4 km/s
	kerozin (RP1+LOX) ($C_{12}H_{26} + O_2$)	3,5 km/s	350 s	2,4 km/s	4,85 km/s	8,1 km/s

Slika 41: Lastnosti raketnih goriv.

Potrebni Δv za doseganje uporabne tirnice okoli Zemlje je razmeroma velik v primerjavi s hitrostjo izpuha v_i raketnih motorjev na kemično gorivo. Rešitev je večstopenjska raketa, kjer izpraznjene posode za gorivo in izrabljene raketne motorje takoj zavržemo, da nadaljujemo pot s čim manjšo maso tovora. Prevoz satelita v tirnico je zato izredno drag.

Vsota vseh potrebnih Δv za prevoz satelita v nizko tirnico je približno 8 km/s, za kar zadostuje dvo- ali tristopenjska raketa. Za prevoz v geostacionarno tirnico je potrebnih približno 12 km/s, kar pa zmore le 4 stopenjska raketa. V primeru, da izstreljujemo v progradno tirnico, nam vrtenje Zemlje pomaga in zniža potrebno vsoto Δv za približno 0,5 km/s.



Slika 42: Večstopenjska raketa.

Zaradi eksponentnega naraščanja potrebne mase goriva znaša masa končnega koristnega tovora (satelita) običajno manj kot 1% mase celotne večstopenjske rakete.

$$\frac{m_t}{\sum m_r m_g} = 1 : 100 \text{ do } 1 : 1000$$

V dobro načrtovani raketi na tekoče gorivo sicer znaša masa goriva kar 90% celotne mase rakete.

$$\frac{m_r}{m_g} = 1 : 10$$

10. Motnje tirnic umetnih satelitov in izbira posebnih tirnic

Umetnega satelita žal ne moremo zadržati na poljubni točki na nebu. Najosnovnejša omejitev so Keplerjevi zakoni, ki narekujejo, da umetni satelit lahko zadržimo brez stalnega pogona le v eliptični tirnici, kjer eno od gorišč elipse sovпада z Zemljinim središčem. Nadalje moramo upoštevati izmere Zemljine oble in vrtenje Zemlje ter uporabnikov na njeni površini. Pri izračunu in načrtovanju tirnice umetnega satelita moramo upoštevati tudi motnje tirnice, to se pravi odstopanja od preproste rešitve naloge problema dveh teles.

Na tirnico umetnega Zemljinega satelita učinkujejo različne motnje, ki imajo več različnih izvorov.

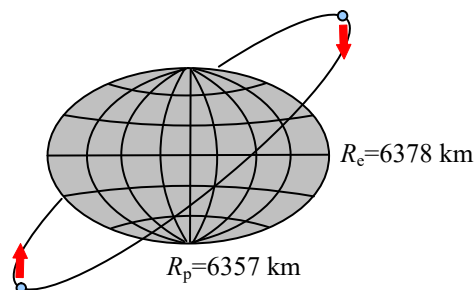
- Težnostno polje Zemlje nekoliko odstopa od težnostnega polja točkaste mase.
- Težnostno polje Sonca in Lune na umetni satelit ni zanemarljivo.
- Pritisk sončne svetlobe.
- Trenje z ozračjem Zemlje.

Vse različne motnje imajo lahko kratkoročne učinke znotraj ene periode tirnice satelita oziroma dolgoročne (sekularne) učinke, ki se seštevajo v časovnem obdobju večjega števila period tirnice. Predvsem slednjih ne moremo zanemarjati.

10.1. Motnje zaradi nepravilnosti v težnosti Zemlje

Težnostno polje Zemlje je samo v prvem približku podobno težnostnemu polju točkaste mase. Pri večini tirnic umetnih satelitov opazimo **učinek sploščenosti Zemlje** na tečajih in v skrajnih primerih tudi višje krogelne harmonike težnostnega polja Zemlje. Učinki nepravilnosti težnostnega polja Zemlje se z oddaljenostjo hitro zmanjšujejo.

Ker se Zemlja vrti okrog svoje osi, povzroča centrifugalna sila, da nese na ekvatorju maso navzven. Iz tega razloga je polmer Zemlje na tečajih za 21 km manjši od polmera Zemlje na ekvatorju, kar prikazuje slika 43. Pripadajoča porazdelitev mase povzroči odstopanje težnosti v velikostnem razredu 10^{-3} na površini Zemlje. Ostale nepravilnosti težnostnega polja Zemlje (relief) ali koeficienti višjih krogelnih harmonikov so v velikostnem razredu 10^{-6} ali manjše.



Slika 43: Zaradi vrtenja okrog lastne osi pride do sploščenosti Zemlje. Ekvatorialne izbokline imajo za posledico moteč navor na tirnico satelita.

Kratkoročni učinki nepravilnosti težnostnega polja Zemlje so majhni in povzročijo periodično odstopanje tirnice satelita v velikostnem razredu 10 km ali manj glede na preprosto rešitev problema dveh teles.

Najpomembnejša dolgoročna učinka sploščenosti Zemlje na tečajih sta prikazana na sliki 44. **Sploščenost povzroči precesijo vektorja vrtilne količine satelita** in posledično **precesijo dvižnega vozla** (angl. nodal precession) ter **precesijo perigeja tirnice**. Zaradi precesije vektorja vrtilne količine tirnica satelita ne poteka več v eni sami ravnini.

Precesija perigeja povzroča težave pri definiciji periode tirnice. **Vozlovna perioda (angl. nodal period)** tirnice pomeni čas od enega dvižnega vozla do naslednjega. **Anomalistična perioda (angl. anomalistic period)** tirnice pomeni čas od enega perigeja do naslednjega. Ti dve periodi seveda nista enaki!

Dolgoročni učinki sploščenosti Zemlje na tečajih, bolj točno drugega konskega harmonika težnostnega polja Zemlje ($J_2=1,08263 \cdot 10^{-3}$), se izražajo kot precesija perigeja

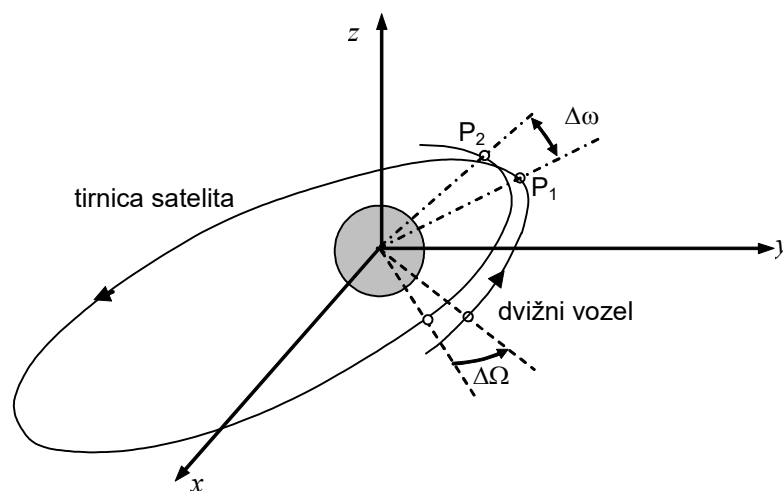
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^2} \cdot J_2$$

in precesija dvižnega vozla

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{\cos i}{(1 - e^2)^2} \cdot J_2$$

Poleg precesije vozla in perigeja se malenkost spremeni tudi krožna frekvenca tirnice. Popravljen krožna frekvenca znaša

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{3 \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^{3/2}} \cdot J_2$$

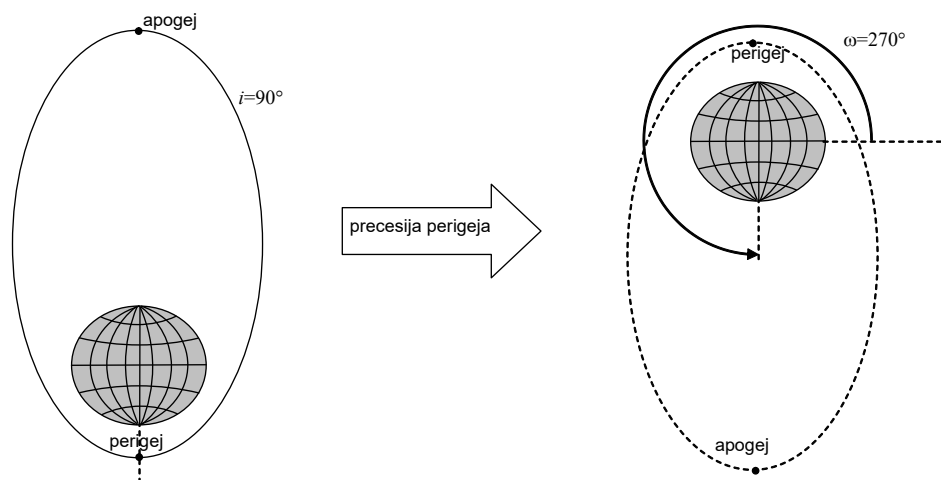


Slika 44: Precesija dvižnega vozla in perigeja.

Vsi trije učinki so obratno sorazmerni kvadratu razdalje, to se pravi velike polosi eliptične tirnice, popravljene z ekscentričnostjo. Dolgoročni učinki zaradi sploščenosti Zemlje na tečajih so seveda odvisni od naklona tirnice na različne načine.

Tirnica, ki bi zagotavljala istočasno pokrivanje skoraj celotne poloble, je **visoka eliptična tirnica**. Drugi Keplerjev zakon pri tem omogoča, da se umetni satelit razmeroma dolgo časa zadržuje v bližini visokega apogeja na višini več premerov Zemlje ter hitro švigne skozi perigej komaj nad ozračjem na višini samo nekaj sto kilometrov. Apogej tirnice seveda postavimo natančno nad sredino področja, ki ga želimo pokrivati.

Naloga izbire položaja apogeja žal ni vedno izvedljiva zaradi precesije perigeja. Precesija perigeja lahko že v nekaj mesecih povsem obrne veliko os elipse tirnice tako, da se apogej in perigej zamenjata med sabo, kot prikazuje slika 45. Pojav se sicer periodično ponavlja, vendar je satelit v takšni tirnici za dolga obdobja neuporaben za radijske zveze v izbranem zemljepisnem področju.



Slika 45: Učinki precesije perigeje na visoko eliptično tirnico.

Primer:

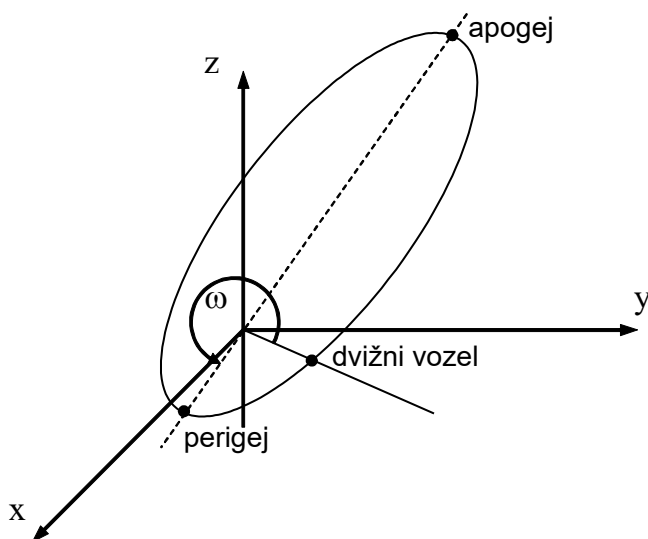
Izračunaj naklon tirnice, ki nima precesije perigeja.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} \cdot n \cdot \left(\frac{R_e}{a}\right)^2 \cdot \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1 - e^2)^2} \cdot J_2 = 0$$

$$5 \cos^2 i - 1 = 0$$

$$\cos i = \pm \sqrt{\frac{1}{5}} \quad \rightarrow \quad i = \pm 63,435^\circ$$

Precesijo perigeja izničimo s skrbno izbiro naklona tirnice $i=63,435^\circ$ oziroma pripadajoče retrogradne vrednosti. Retrogradna tirnica sicer v tem primeru ni uporabna, ker zahteva večjo raketo in ne sledi uporabniku, ki se vrti skupaj z Zemljo. Periodo progradne tirnice (slika 46) izberemo tako, da je sinhronizirana z vrtenjem Zemlje, torej približno 12 ur za satelite **Molnija** oziroma 24 ur za satelite **Tundra**. Ti dve tirnici uporablja Rusija za komunikacijo s sibirskimi in polarnimi pokrajinami.



Slika 46: Precesija perigeja je izničena v progradni tirnici z naklonom $63,435^\circ$.

Primer:

Satelit »Molniya« izstrelimo v visoko eliptično tirnico z naklonom $i=63,5^\circ$ in periodo $T=11$ h 58 min. Izračunajte višino apogeja $h_a=?$ nad zemeljsko površino, če izberemo višino perigeja $h_p=1000$ km. Koliko znaša ekscentričnost $e=?$ takšne tirnice? Koliko naj bo argument perigeja ω , da se satelit zadržuje najdlje nad severno poloblo? ($T_Z=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²)

11 h 58 min = 718 min

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{718 \text{ min} \cdot 60 \text{ s}}{2\pi}\right)^2} = \underline{26561 \text{ km}}$$

$$h_a = 2a - 2R_Z - h_p = \underline{39366 \text{ km}}$$

$$h_p + R_Z = r_p = a(1-e) \rightarrow e = 1 - \frac{h_p + R_Z}{a} = \underline{0,722}$$

Iz slike dobimo, da je argument perigeja $\omega=270^\circ$

Dolgoročne motnje tirnice umetnega satelita zaradi sploščenosti Zemlje na tečajih niso nujno škodljive. Ravno obratno, precesija dvižnega vozla omogoča **heliosinhrono tirnico**, ki sicer ne bi bila izvedljiva. Zahteve za heliosinhrono tirnico so prikazane na sliki 47.

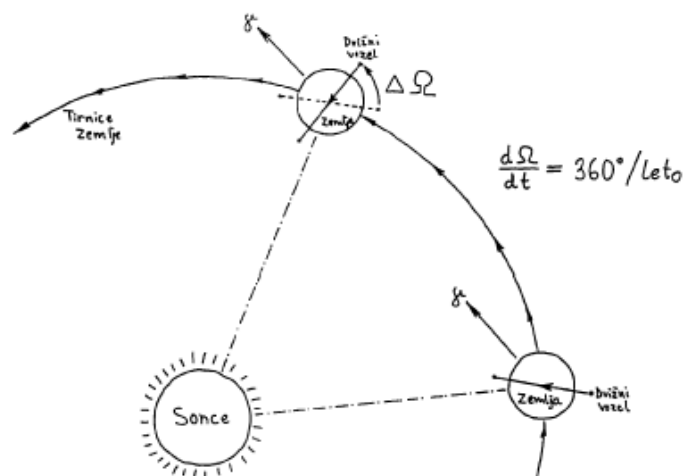
Umetne satelite za slikanje Zemljine površine ter satelite za mobilne komunikacije pogosto izstrelujemo v nizkozemeljske tirnice (angl. Low Earth Orbit – LEO) na višinah med 500 km in 1500 km nad površino Zemlje. Manjša višina omogoča preprostejšo optiko za slikanje ter manjše antene in manjše zakasnitve v radijskih zvezah. Perioda tirnic LEO je manjša od dveh ur, torej precej manjša od periode vrtenja Zemlje.

Da čimbolj izkoristimo drag umetni satelit, ga izstrelimo v polarno tirnico z naklonom blizu 90° . Nadalje izkoristimo vrtenje Zemlje, da v enem dnevu satelit dvakrat opiše celotno površino Zemlje. Višina satelita običajno zadošča, da se sosednji trakovi pokrivanja prekrivajo tudi na ekvatorju.

Slikanje Zemljine površine v spektru vidne svetlobe zahteva, da je tisti del Zemlje takrat osvetljen od Sonca in je vpadni kot sončnih žarkov primeren. Tudi človeška dejavnost na Zemlji in zahteve po zmogljivosti radijskih zvez so odvisne od ure dneva.

Satelit bi torej moral imeti ugodne prelete ob istem lokalnem sončnem času. Zaradi vrtenja Zemlje okoli Sonca je naloga neizvedljiva s tirnico, ki ohranja svojo lego v prostoru.

Pri heliosinhorni tirnici skrbno izberemo takšen naklon tirnice, da precesija dvižnega vozla natančno nadomešča napako zaradi kroženja Zemlje okoli Sonca. Kot med ravnino heliosinhorne tirnice in Soncem se zato z letnimi časi ne spreminja.



Slika 47: Heliosinhrona tirnica.

Glede na smer kroženja Zemlje okoli Sonca potrebujemo naraščanje rektascenzije dvižnega vozla, kar pomeni naklon tirnice večji od 90° . Satelit v heliosinhorni tirnici se torej vrti v obratni smeri vrtenja

Zemlje (**retrogradna tirnica**), kar zahteva večji Δv in zmogljivejšo nosilno raketo pri prevozu satelita v tirnico. Naklon heliosinhronih tirnic se glede na višino giblje med 97° in 102° .

Najiminenitnejša tirnica satelita bi bila seveda takšna, da uporabnik na Zemlji vidi umetni satelit vedno na isti točki na nebu. Takšna tirnica je možna le, če vrtenje satelita natančno ustreza vrtenju Zemlje. Tirnica v kateri satelit obkroži Zemljo natanko enkrat na dan (ima periodo natančno enako periodi vrtenja Zemlje $T=T_z=23$ h 56 min) pravimo **geosinhrona tirnica** (angl. geosynchronous orbit). V primeru, da je to krožnica ($e=0$), leži v ekvatorialni ravnini ($i=0$) in satelit na njej potuje v isti smeri kot se vrti Zemlja, jo imenujemo **geostacionarna tirnica**. Uporabnik iz Zemlje vidi geostacionarni satelit vedno v isti točki nad ekvatorjem.

Zamiselj za geostacionarno tirnico pripisujejo znanstvenemu fantastiku Arthurju C. Clarku, ki je Februarja leta 1945 je objavil članek v Britanski reviji Wireless World in opisal rešitev, kako globalno komunicirati s pomočjo umetnih satelitov [1]. Vendar je pred tem že Herman Potočnik Noordung napravil natančen izračun hitrosti in višine satelita nad zemeljsko površino [2], [3].

Primer:

Izračunajte višino geostacionarne tirnice h nad površino Zemlje in hitrost satelita v . ($e=0$, $T=1436$ min, $R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²).

Iz enačbe za periodo tirnice lahko izračunamo veliko polos elipse

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \rightarrow a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \left(\frac{1436 \cdot 60 \text{ s}}{2\pi}\right)^2} = \underline{\underline{42163 \text{ km}}}$$

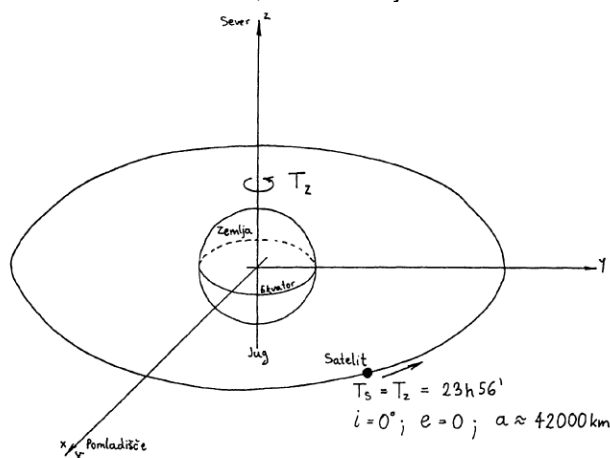
Višina geostacionarne tirnice znaša $h = a - R_Z = \underline{\underline{35785 \text{ km}}}$.

Hitrost satelita, ki potuje po krožnici

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2}{42163 \cdot 10^3 \text{ m}}} = \underline{\underline{3075 \text{ m/s}}}$$

Geostacionarna tirnica je prikazana na sliki 48. Tirnica se nahaja razmeroma visoko, okoli 35800 km nad ekvatorjem, kar je približno tri premere Zemlje. Kljub svoji veliki praktičnosti za Zemeljskega uporabnika, geostacionarna tirnica ni primerna za komunikacijo s polarnimi pokrajinami.

Izstrelitev satelita v geostacionarno tirnico zahteva zmogljivo večstopenjsko raketo z velikim Δv v velikostnem razredu 12 km/s. V primerjavi z ostalimi tirnicami namenjeni za komunikacijske satelite, ki se nahajajo na nižje, je prevoz satelita v geostacionarno tirnico najdražji. Kljub temu je po podatkih iz leta 2009 v geostacionarni tirnici 1150 satelitov, od katerih je 365 satelitov delujočih.



Slika 48: Geostacionarna tirnica.

[1] Arthur C. Clarke, »Extra-Terrestrial Relays«, Wireless World, str. 205-308, november, 1945 November issue of (page 336)

[2] Noordung.doc, Izbor odlomkov iz Problema vožnje po vesolju Hermana Potočnika Noordunga, Založba Rokus Klett, str. 15, 2009

[3] Herman Potočnik, Problem vožnje po vesolju, Slovenska Matica Ljubljana, 1986, str. 225.

Ker geostacionarna tirnica leži v ekvatorialni ravnini, sploščenost Zemlje na tečajih nanjo nima posebnega vpliva. Pač pa imajo močen vpliv ostale nepravilnosti težnostnega polja Zemlje, ker je gibanje satelita sinhronizirano z vrtenjem Zemlje in pride do pojava resonance. Posledica resonance sta dve stabilni (76,8°E in 108,1°W) in dve labilni točki (161,8°E in 12,2°W) na geostacionarni tirnici. Če položaja satelita vsakih nekaj mesecev ne popravljamo v smeri vhod-zahod z malimi raketnimi motorji, satelit počasi zdrsne proti eni od stabilnih točk.

10.2. Motnje zaradi težnosti ostalih nebesnih teles

Motnje zaradi vpliva težnosti ostalih nebesnih teles se poznajo pri tirnicah umetnih satelitov, ki se nahajajo na višinah nad 10.000 km. Odražajo se kot spremembe naklona tirnic

$$\text{Motnja Sonca: } \frac{di}{dt} = 0,737^\circ/\text{leto} \sin i_s \cos i_s$$

$$i_s = 23,5^\circ$$

$$\text{Motnja Lune: } \frac{di}{dt} = 1,61^\circ/\text{leto} \sin i_L \cos i_L$$

$$i_L = 18,5^\circ \dots 28,5^\circ$$

Zaradi razmeroma velike višine je tudi geostacionarna tirnica podvržena težnosti Sonca in Lune. Učinek obeh je enak in se kaže kot precesija ravnine geostacionarne tirnice glede na ravnino ekliptike oziroma ravnino Lunine tirnice. Dolgoročno je pojav periodičen, kratkoročno pa pomeni naraščanje naklona tirnice od nazivne vrednosti $i=0$.

Geostacionarni satelit torej v vsakem primeru potrebuje male raketne motorje za popravke tirnice. Popravki v smeri vzhod-zahod so potrebni, da satelit po izstrelitvi in vtirjenju pripeljemo na željeno zemljepisno dolžino ter ta položaj zadržimo. Popravki v smeri sever-jug so potrebni za popravljanje naklona tirnice. Popravki v smeri vzhod-zahod zahtevajo Δv od 3 do 4 m/s na leto, popravki v smeri sever-jug pa Δv od 30 do 50 m/s na leto.

Primer:

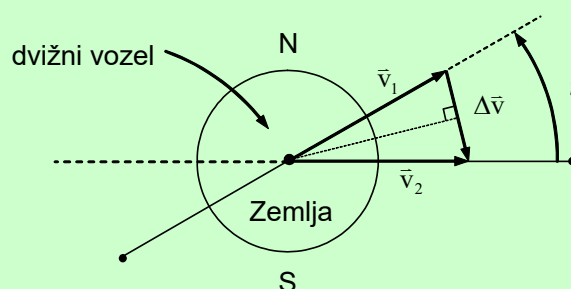
Težnostni vpliv Sonca in Lune je geostacionarno tirnico pokvaril tako, da je naklon tirnice narasel na $i=5^\circ$. V kateri točki tirnice moramo vključiti raketni motor na krovu satelita in kam mora biti usmerjena šoba (skica!), da popravimo naklon tirnice? Koliko znaša potrebna sprememba hitrosti $\Delta v = ?$ ($R_Z = 6378$ km, $\mu = 3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²).

Ker imajo stara in nova tirnica satelita isti dvižni voz, bomo motorje vključili v točki dvižnega vozla. Absolutni vrednosti vektorja hitrosti sta za obe tirnici enaki.

$$\text{Sprememba hitrosti mora znašati } \Delta v = 2v \cdot \sin\left(\frac{i}{2}\right) = \underline{\underline{268 \text{ m/s}}}$$

$$\Delta v = v \cdot 2 \sin \frac{i}{2} \approx v \cdot i$$

↑
v radianih

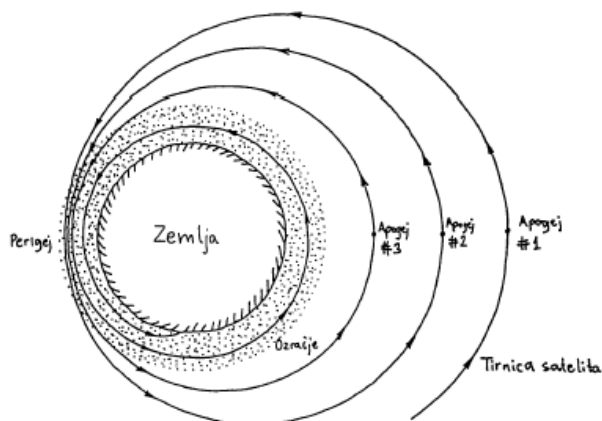


10.3. Motnje zaradi trenja z ozračjem

Vpliv trenja ozračja se pozna pri tirnicah umetnih satelitov, ki se nahajajo na višinah pod 1000 km. Pri tem trenje z zemeljskim ozračjem občutijo že tirnice satelitov, ki imajo zgolj perigej nižji od 1000 km. Velikost trenja je težko napovedati, ker je gostota ozračja na velikih višinah zelo odvisna od drugih dejavnikov. Zunanje plasti ozračja segreva predvsem aktivnost Sonca, ki niha z 11-letno periodo števila sončnih peg. Trenje z ozračjem se bistveno poveča ob maksimumu sončnih peg.

Vpliv trenja z ozračjem postane zelo velik, ko je perigej nižji od 300 km. Trenje najprej zmanjšuje hitrost satelita v perigeju, zato se začne nižati apogej, kot je to prikazano na sliki 49. Ko celotna tirnica zaide v zemeljsko ozračje, se učinek trenja še dodatno poveča. Končno satelit zgori v zemeljskem ozračju na višini okoli 100 km.

Učinek trenja je seveda močno odvisen od razmerja med presekom (površino) in maso vesoljskega plovila.



Slika 49: Vpliv trenja v ozračju.

10.4. Motnje zaradi pritiska Sončne svetlobe

Sila pritiska sončne svetlobe je sicer majhna, a deluje dolgočasno in ima lahko velik vpliv na tirnico umetnega satelita. Podobno kot pri trenju je tudi v primeru pritiska Sončne svetlobe učinek močno odvisen od razmerja med presekom (površino) in maso vesoljskega plovila.

Med trkom fotona s satelitom, ki traja dt časa, deluje foton na satelit s silo F . Pri tem pride do spremembe gibalne količine

$$\vec{F} \cdot dt = d(m \cdot \vec{v})$$

Sila je enaka odvodu gibalne količine po času in ker je hitrost fotona konstanta $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s, jo postavimo pred odvod.

$$\vec{F} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d(m \cdot c_0)}{dt} = c_0 \frac{dm}{dt}$$

Po Einsteinovi enačbi je zveza med maso in energijo podana kot

$$W = m \cdot c_0^2$$

Moč je sprememba energije po času

$$P = \frac{dW}{dt} = c_0^2 \frac{dm}{dt}$$

Potemtakem je sila potiska sončne svetlobe, ki jo povzročajo fotoni enaka

$$\vec{F} = c_0 \frac{P}{c_0^2} = \frac{P}{c_0} = \frac{S \cdot A}{c_0}$$

pri čemer je S gostota pretoka moči, ki vpada osvetljeni presek satelita A .

Primer:

V bližini Zemlje znaša gostota pretoka moči sončne svetlobe $1,4 \text{ kW/m}^2$. Ta gostota moči vpada na satelit v obliki črne krogle s polmerom 1 m . Izračunajte silo, ki jo na satelit povzročijo fotoni.

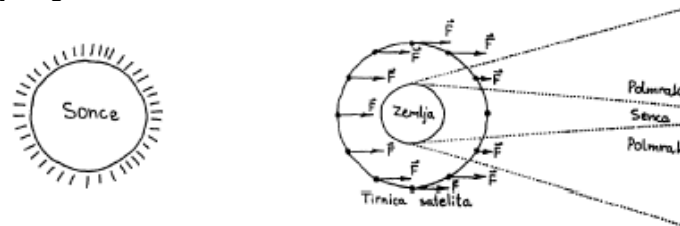
$$P = \bar{S} \cdot A = |\bar{S}| \pi r^2 = 4398 \text{ W}$$

$$\bar{F} = \frac{P}{c_0} = \frac{4398 \text{ W}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,466 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

$$F = \frac{S \cdot A}{2c_0} (1 + |\Gamma|^2)$$

Pri tem je S gostota pretoka moči, ki blizu Zemlje znaša $1,4 \text{ kW/m}^2$. Z Γ je označena odbojnost površine satelita, pri čemer velja, da je odbojnost idealnega "črna" telesa 0 po celotnem spektru, saj telo vso vpadlo svetlobo absorbira, ter da je odbojnost idealnega "belega" telesa 1 po celotnem spektru, saj telo vso vpadlo svetlobo odbija. Ostala telesa imajo odbojnost med 0 in 1 .

Ker je pritisk svetlobe vedno usmerjen proč od Sonca, satelit pa kroži v tirnici okoli Zemlje, se na celotni tirnici učinki pritiska svetlobe izničijo. Izjema je tirnica, ki delno poteka skozi senco Zemlje (slika 50) oziroma satelit, ki se v tirnici obrača in se njegov presek za sončno svetlobo spreminja. Končno mora biti satelit izdelan dovolj simetrično, da pritisk svetlobe ne učinkuje z navorom okoli težišča satelita in ne spreminja lege satelita.



Slika 50: Vpliv pritiska sončne svetlobe.

11. Tehnološke značilnosti satelitov

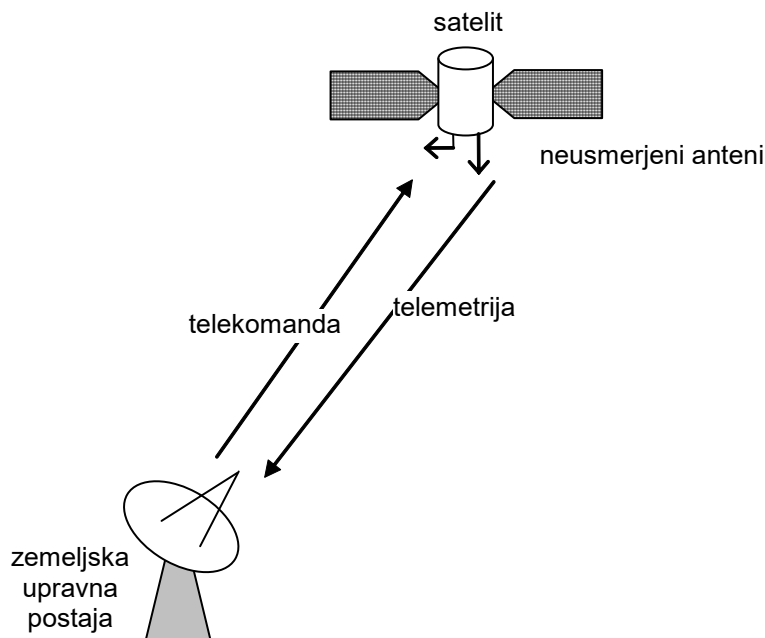
V tem poglavju so obravnavane nekatere tehnološke značilnosti umetnih satelitov in sicer:

- sistem za vodenje satelita na daljavo,
- sistem za uravnavanje lege,
- toplotno ravnovesje,
- izvori energije za pogon naprav,
- ionizirajoče sevanje.

Uravnavanje lege, toplotno ravnovesje in izvor energije so med seboj zelo povezani dejavniki, zato se pri skrbno načrtovanem satelitu vedno rešujejo skupaj.

11.1. Vodenje satelita na daljavo

Čeprav so vsi dobro načrtovani sateliti izdelani za čim bolj samostojno delovanje, je zveza z upravno postajo na Zemlji še vedno potrebna. Običajno s satelitom potrebujemo dvosmerno radijsko zvezo, kot jo prikazuje slika 51. V smeri od Zemeljske postaje proti satelitu poteka radijska zveza imenovana telekomanda, ki služi za upravljanje, vodenje satelita na daljavo. V smeri od satelita do zemeljske postaje pa poteka telemetrijska radijska zveza, ki služi pošiljanju podatkov iz satelita na Zemljo.



Slika 51: Radijska zveza za telekomando in telemetrijo.

Preko telekomandne zveze posreduje zemeljska upravna postaja ukaze na satelit. Ukazi se lahko izvršijo takoj ali pa kasneje, ob določenem času oziroma se bodo izvajali dalj časa, če upravna postaja s pomočjo telekomande naloži program v pomnilnik računalnika na krovu satelita. Telekomandni ukazi se največkrat nanašajo na delovanje raketnih motorjev in drugih naprav za spreminjanje tirnice in lege satelita. Preko telekomandne zveze tudi upravljamo s koristnim tovorom na satelitu, na primer vključujemo in izključujemo pretvornike na komunikacijskem satelitu oziroma različne senzorje na satelitu za opazovanje Zemlje.

Preko telemetrijske zveze upravna postaja na Zemlji dobiva podatke o dogajanju na satelitu. V telemetrijske podatke kot prvo spada potrjevanje sprejetih ukazov ter poročila o njihovi izvršitvi. Nadalje spadajo v telemetrijske podatke izmerjene vrednosti cele vrste senzorjev na krovu satelita. Med te podatke sodijo v prvi vrsti temperature na različnih mestih satelita, razpoložljiva moč iz izvora energije na krovu ter potrošnja različnih porabnikov energije na krovu. Tudi podatki iz raznih navigacijskih senzorjev, na primer senzorjev Sonca, Zemlje ali določenih zvezd, sodijo v telemetrijo.

Končno vsebuje telemetrija tudi podatke o »zdravstvenem« stanju računalnika na krovu satelita, to je številu napak v pomnilniku, ki jih je povzročilo ionizirajoče sevanje v vesoljskem okolju.

Mnogo bolj kot zmogljivost zveze, je pri telekomandi in telemetriji pomembna zanesljivost zveze. Zaradi zahtevane visoke zanesljivosti sta obe zvezi običajno podvojeni.

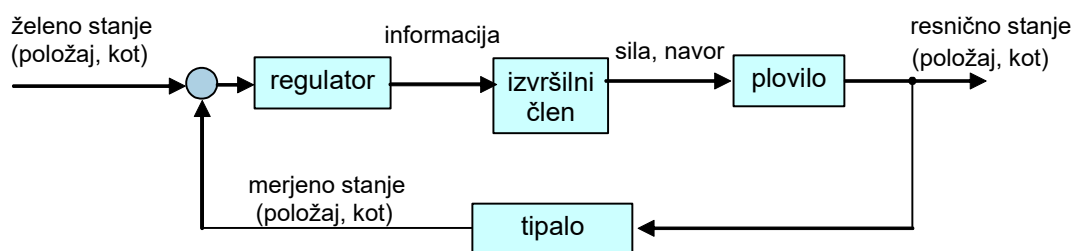
Telekomandna in telemetrijska zveza razpolagata z ločenimi radijskimi sprejemniki in oddajniki na krovu ter ločeno anteno. Telekomandna oziroma telemetrijska antena ima vedno neusmerjen snop sevanja za razliko od ostalih anten na satelitu, ki imajo oblikovan snop sevanja. Telekomanda in telemetrija sta namreč najbolj potrebni ravno takrat, ko je s satelitom nekaj narobe in takrat se satelit običajno znajde v nepravilni legi glede na Zemljo.

Zaradi neusmerjenih anten, drugačnega frekvenčnega področja in manjše moči oddajnikov je zmogljivost telekomandne oziroma telemetrijske zveze zelo omejena, običajno okoli 1 kbit/s. Telekomanda in telemetrija se zato ne uporabljata v povratnih zankah s kratkim odzivnim časom, na primer za določanje lege rakete ali satelita v času delovanja raketnih motorjev.

11.2. Uravnavanje lege satelita

Poglavitni namen vodenja satelita na daljavo je doseči želeno vedenje vesoljskega plovila. To želimo doseči pri spremembi gibanja, kot je na primer sprememba tirnice, položaja ali orientacije satelita ali v ustaljenem stanju, v katerem mora satelit vzdrževati svojo lego ne glede na motnje iz okolice. Vesolje je le navidezno mirno okolje, v njem se pojavljajo motnje, kot so gravitacijski, magnetni in aerodinamični (atmosferski) vplivi ter vplivi sončnih žarkov, vse pa moramo odpraviti z vodenjem. Čeprav med vodenje štejemo tako različne funkcije kot so vzdrževanje in spreminjanje tirnice (angl. guidance), določanje položaja satelita (angl. navigation, orbit determination), spreminjanje ter vzdrževanje želenega položaja oz. vrtenja in orientacija plovila (angl. attitude control and stabilization) ter določanje stanja plovila (angl. attitude determination), uporabljajo za njihovo izvedbo enaka teoretična orodja (teorijo vodenja).

Sistem vodenja vesoljskega plovila oziroma satelita, ki ga prikazuje slika 52, deluje na načelu ugotavljanja dejanskega stanja plovila (tirnica, vrtenje, orientacija), primerjanju tega stanja z želenim in uporabo korekcijske sile ali navora, če nastajajo med njima razlike. Ta postopek se ponavlja tako pogosto, kot je potrebno za doseg želeno stopnje natančnosti. Vodenje deluje po načelu tako imenovanega povratnoznančnega vodenja.



Slika 52: Bločna shema strukture vodenja

Sistemi vodenja so sestavljeni iz treh poglavitnih vrst elementov:

- tipal,
- regulatorja z logiko vodenja in
- izvršnih členov.

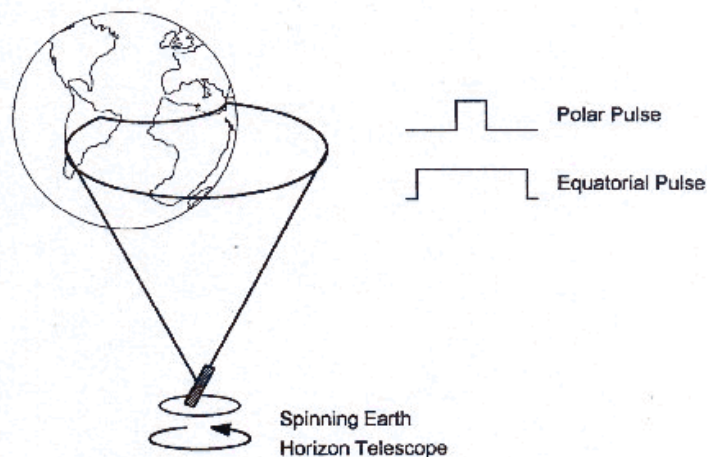
Tipala ugotavljajo resnično stanje plovila. Regulator vsebuje matematični model želenih stanj, logiko za izračun odstopanja od teh stanj in logiko za izračun sile ali navora, potrebnega za odpravo odstopanj. Izvršilni členi pa ustvarjajo sile ali navore, ki so določeni v regulatorju.

Izvršilni členi so vedno montirani na vesoljskem plovilu, preostali deli sistema vodenja pa so lahko tudi zelo oddaljeni, na primer na Zemlji. To je odvisno od stopnje avtonomnosti plovila. Informacija med posameznimi deli sistema vodenja je prenesena z električnimi signali. Pri skrajno neavtonomnem plovilu odigrata svojo pomembnost telemetrijska in telekomandna radijska zveza.

11.2.1. Elementi vodenja satelita

Najpogostejša **tipala** (senzorji) pri vesoljskih plovilih so tipala Zemlje in Sonca, sledilci zvezd in žiroskopi (senzorji zasuka). Posamezne vrste tipal so različno točne.

Večina tipal Zemlje (imenovanih tudi tipala horizonta) pregleduje in sledi zemeljsko infrardečo atmosfero z vrtečimi ogledalci, montiranimi na tipalu ali telesu plovila (če se to vrti). S primerjavo slik med različno stoječimi ogledali tipalo določa položaj Zemlje. Njegove slabosti so občutljivost na šum zaradi filtriranja, odboj svetlobe z zemeljske površine in nepravilna oblika Zemlje (sploščenost).

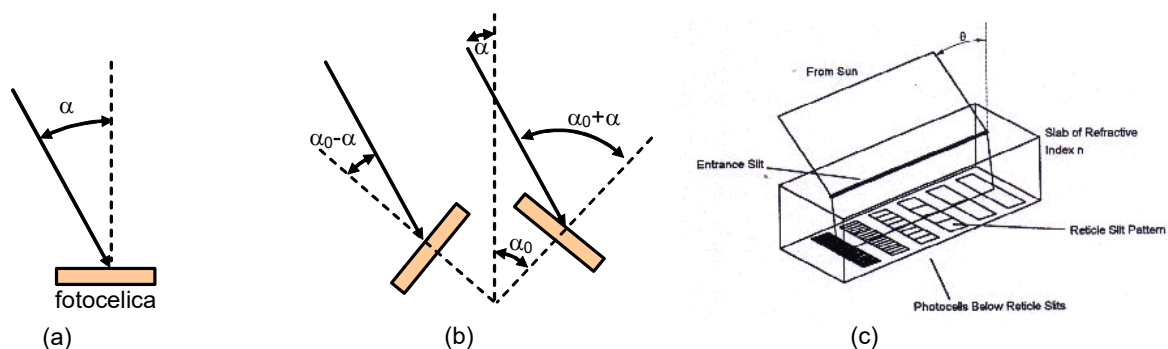


Slika 53: Tipalo horizonta Zemlje z vrtečim ogledalcem.

Najpogostejše se za tipalo na plovilu uporablja tipalo Sonca. Sonce se pogosto uporablja kot referenčna točka, saj je najbolj svetel objekt glede na ostale astronomske objekte in ima majhen vidni kot iz plovil, ki se nahajajo v bližini Zemlje. Večina satelitov za pridobivanje električne energije uporablja sončne celice, katere morajo biti glede na sončno svetlobo pravilno postavljene. Nekateri sateliti imajo tudi občutljive sestavne dele, ki ne smejo biti izpostavljeni Soncu. Zaradi vseh teh razlogov je tipalo Sonca pomemben sestavni del pri določanju položaja satelita in njegovem kontrolnem sistemu.

Glavna naloga tipala Sonca je določitev vektorja usmerjenosti proti Soncu. Poznamo analogna in digitalna tipala Sonca. Najpreprostejše analogno tipalo je osnovano na sončni celici, katere izhodni tok je kosinusna funkcija vpadnega kota svetlobe.

$$I(\alpha) = I(0) \cdot \cos \alpha$$



Slika 54: Tipala Sonca: a) ena fotocelica, b) par fotocelic, c) digitalno tipalo.

Z več celicami v tipalu lahko analogno tipalo zazna položaj središča Sonca. V primeru dveh tipal nagnjenih za kot α_0 iz vsake fotocelice dobimo drugačen odziv.

$$I_1(\alpha) = I(0) \cdot \cos(\alpha_0 - \alpha)$$

$$I_2(\alpha) = I(0) \cdot \cos(\alpha_0 + \alpha)$$

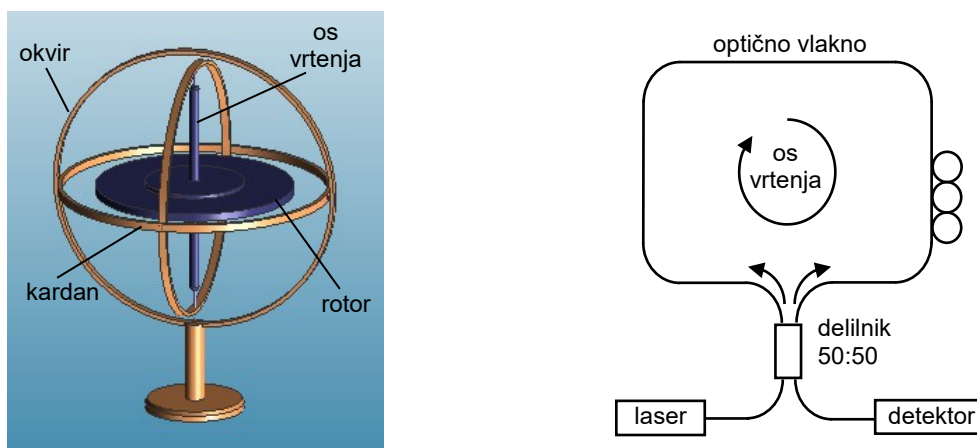
Razlika izhodnih tokov znaša

$$\Delta I = I_2(\alpha) - I_1(\alpha) = I(0) \cdot [\cos(\alpha_0 + \alpha) - \cos(\alpha_0 - \alpha)] = 2I(0) \sin \alpha_0 \sin \alpha = C \sin \alpha,$$

kjer je C konstanta, ki je odvisna od električnih karakteristik fotocelic in njenega medsebojnega kota.

Digitalno tipalo, ki ga prikazuje slika 45c, lahko posname celotno obliko Sonca. Slabost analognih tipal je staranje (zaradi ionizirajočih sevanj), digitalnih pa nelinearnost detektorskih karakteristik.

Žiroskop ali tipalo zasuka (orientacije) oziroma kotne hitrosti je nepogrešljiv element za zaznavo položaja plovila. Njegova naloga je meriti premike plovila v treh prostorskih stopnjah in s tem določiti njegovo lego v prostoru. Mehanski žiroskop je sestavljen iz vrtečega se kolesa v mehanski obesi, ki zaznava spremembe v vrtenju. Izrablja načelo ohranitve vrtilne količine. Moderni optični žiroskopi delujejo na optičnem principu. Računajo spremembo faze svetlobnega signala zaradi potovanja svetlobe v smeri vrtenja ali nasprotni smeri vrtenja. Vendar pa optični žiroskopi še niso tako zanesljivi kot mehanski, ki jih odlikuje predvsem dolga življenjska doba. V današnjem času mehanske in optične žiroskopi nadomeščajo miniaturni elektronsko izvedljivi žiroskopi na polprevodniškem substratu brez premičnih delov - MEMS žiroskopi (angl. Micro Electro Mechanical Systems gyroscope). Pomanjkljivost žiroskopov je napaka zaradi lezenja.



Slika 55: Mehanski in optični žiroskop.

Zasledovalci zvezd zaznajo svetlobo podobno kot tipalo Sonca in posredujejo informacijo računalniku, ta pa na podlagi primerjave ugotovi položaj plovila glede na položaj zvezd. Sodobni sistemi imajo v svojem pomnilniku shranjene celotne zvezdne karte.

Najboljša, vendar draga, je kombinacija tipal, na primer optičnih tipal in žiroskopov, ki kompenzirajo posamezne napake.

Kot **izvršni členi** (aktuatorji) se najpogosteje uporabljajo sistemi, ki izločajo maso (rakeni motorji), reakcijska in momentna kolesa, žirostabilizatorje (angl. moment gyro) ter še nekatere druge, kot so momentni povzročilci navora (angl. magnetic torquers) int.

Raketni motor na žalost ni primerni za vodenje, pri katerem je potrebna večja natančnost, saj je gibanje v vesolju skoraj nedušeno, to pa pomeni, da lahko pride do nihanja okoli ustaljenega stanja in s tem do velike porabe goriva. Zato raketne motorje uporabljajo predvsem za večje manevre ali v paru za sprožanje oziroma preprečevanje vrtenja.

Momentna kolesa so naprave, ki shranjujejo vrtilno količino, z njimi pa regulirajo manjše motnje, zelo počasne spremembe orientacije in druge podobne situacije, ki ne zahtevajo hitrega sproščanja vrtilnih količin energije in pri katerih je potrebna večja natančnost. Razlika med reakcijskimi in momentnimi kolesi je v tem, da se momentna kolesa stalno vrtijo z neko normalno hitrostjo, reakcijska pa se zavrtijo le ob pojavu motilnih navorov.

Žirostabilizator je momentno kolo, vpeto v enega ali dva med seboj pravokotna gibljiva okvira in se vrti s konstantno hitrostjo. S spremembo hitrosti vrtenja in/ali položaja vplivamo na vrtenje in/ali položaj plovila (žiroskopski efekt). Z njim dosežemo visoke navore, vendar so dragi in imajo veliko maso.

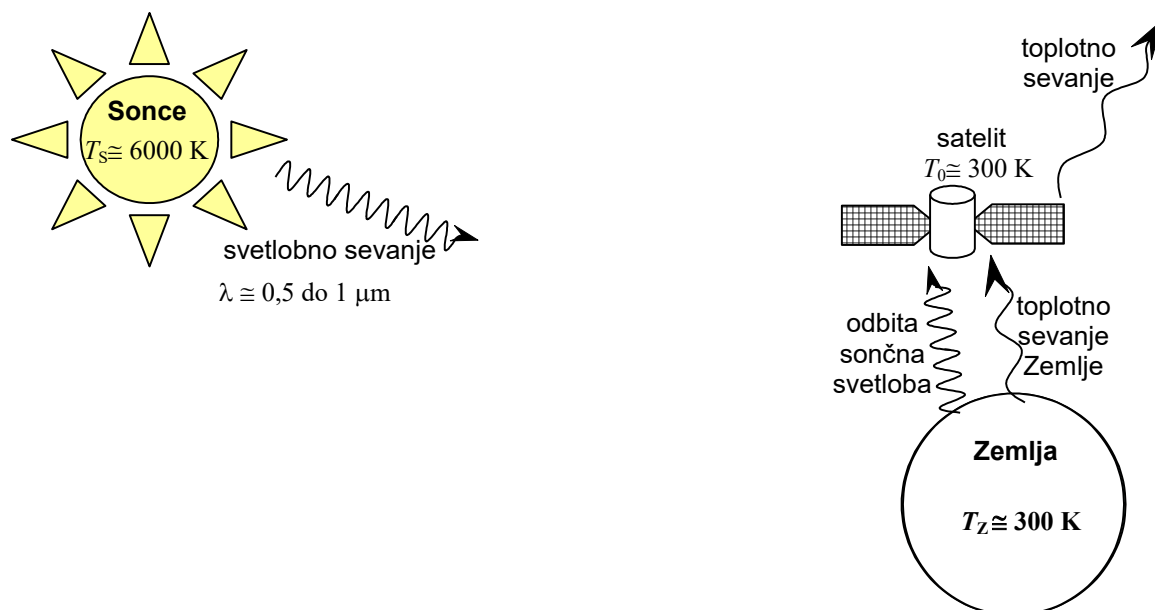
V zadnjem času na področje nano in mikro satelitov prodirajo tudi mikro pogoni, ki delujejo na potisk stisnjenega hladnega ali toplega zraka (angl. microthruster). Obetavni pa so tudi ionski pogoni, ki

delujejo na izmetu ionov, pospešenih v električnem ali magnetnem polju. Ionski tok ima veliko hitrost (do 30 km/s), kar naredi takšen pogon zelo učinkovit - na enoto goriva ima 10 krat boljši izkoristek kot plovila na tekoče gorivo.

11.3. Toplotno ravnovesje satelita

Za razliko od zemeljskega okolja, kjer se toplota prenaša s pomočjo toplotnih prevodnikov (ozračje, oceani, tla,...) se v vesolju v brezračnem prostoru toplota prenaša in odnaša z vesoljskega telesa samo s sevanjem.

Za nas najbližji vir energije v vesolju je Sonce, ki ima temperaturo približno 6000 K in oddaja največ svetlobnega sevanja na valovnih dolžinah od 0,5 μm do 1 μm . Gostota moči svetlobnega toka Sonca na Zemlji znaša približno 1,4 kW/m². Zemlja, ki sprejema svetlobno sevanje Sonca odbija del Sončne svetlobe in oddaja toplotno sevanje Zemlje, ker je segreta na približno 300 K.



Slika 56: Toplotno ravnovesje na satelitu.

Umetni satelit, ki kroži okrog Zemlje kot največji izvor toplote čuti Sonce. Ker je oddaljenost umetnega satelita od Zemlje dosti manjša kot oddaljenost Zemlje do Sonca, lahko privzamemo, da znaša gostota moči svetlobnega toka Sonca približno 1,4 kW/m² tudi za vse Zemljine satelite. Omenjen približek seveda ne velja za plovila, ki se zelo oddaljijo od Zemlje. V bližini Jupitra znaša gostota moči Sonca samo še 52 W/m².

Sprejeta moč na satelitu je

$$P_S = A_S \cdot S_S \cdot f_s,$$

kjer je A_S osvetljeni presek satelita, S_S gostota moči sončnega svetlobnega toka in f_s absorptivnost za sončno svetlobo.

Odvedena moč je

$$P_O = \sigma \cdot A_o \cdot f_o \cdot T^4,$$

Kjer je σ Stefan-Boltzmanova konstanta $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$, A_o sevalna (celotna) površina satelita in f_o absorptivnost IR sevanje.

Toplotno ravnovesje nastopi, ko je $P_S = P_O$

Če se temperatura satelita ustali na 280 K, je zelo ugodno, ker je ta vrednost primerna za elektronske sestavne dele, za goriva kemičnih motorjev in nenazadnje tudi za človeško posadko.

Za satelite v zelo nizkih tirnicah ne smemo zanemariti od Zemlje odbite sončne svetlobe in toplotnega sevanja Zemlje. Delež z Zemlje odbite sončne svetlobe lahko znaša do 10% svetlobe, ki vpada na satelit naravnost s Sonca. V točnem računu je potrebno upoštevati še povprečno temperaturo neba okoli 4 K.

Če na krovu satelita potrebujemo višjo ali nižjo temperaturo, to v določenih mejah z lahkoto dosežemo s primerno izbiro površine satelita. Zaradi velike razlike v temperaturi satelita (velikostni razred 300 K) in temperaturi površine Sonca (okoli 6000 K), satelit sprejema toploto na krajših valovnih dolžinah (vidna svetloba 0,5 μm do bližnja infrardeča svetloba okoli 1 μm), sam satelit pa seva toploto na dosti večjih valovnih dolžinah od 10 do 20 μm .

Primer:

Izračunaj temperaturo satelita v obliki krogle, ki se obnaša kot črno telo. Pri izračunu upoštevaj kot izvor toplote samo Sonce.

$$f_s = f_o = 1$$

Površina, ki sprejema sevanje $A_s = \pi r^2$

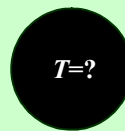
Površina, ki oddaja sevanje $A_o = 4\pi r^2 = 4A_s$

Sprejeta moč $P_s = A_s \cdot S_s \cdot f_s = A_s \cdot S_s$

Oddana moč $P_o = \sigma \cdot A_o \cdot f_o \cdot T^4 = \sigma \cdot 4A_s \cdot T^4$

Ravnovesna temperatura za črno kroglo je

$$T = \sqrt[4]{\frac{S_s}{4 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1,4 \text{ kW/m}^2}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4}} = 280 \text{ K} = 280 \text{ K} - 273 \text{ K} = 7 \text{ }^\circ\text{C}$$



Primer:

Izračunaj temperaturo sončnega panela v obliki pravokotnika s stranicami a in b . Pri izračunu upoštevaj kot izvor toplote samo Sonce.

$$f_s = f_o = 1$$

Površina, ki sprejema sevanje $A_s = ab$

Površina, ki oddaja sevanje $A_o = 2ab = 2A_s$

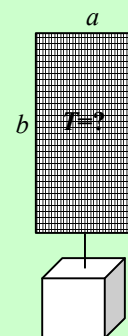
Sprejeta moč $P_s = A_s \cdot S_s \cdot f_s = A_s \cdot S_s$

Oddana moč $P_o = \sigma \cdot A_o \cdot f_o \cdot T^4 = \sigma \cdot 2A_s \cdot T^4$

Ravnovesna temperatura za sončni panel je

$$T = \sqrt[4]{\frac{S_s}{2 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1,4 \text{ kW/m}^2}{2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4}} = 333 \text{ K} = 333 \text{ K} - 273 \text{ K} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ker je v tem primeru razmerje med sprejemno in oddajno površino za 2-krat manjše, kot je bilo v prejšnjem primeru, se temperatura poveča za $\sqrt[4]{2}$. Visoka temperatura sončni panelov ima za posledico nizek izkoristek sončnih celic.



Če površino satelita prekrijemo z barvnimi kovinami, na primer z bakreno pločevino, se bo satelit izredno segrel. Baker namreč vpija vidno svetlobo (velik f_s za valovne dolžine od 0,5 μm do 1 μm) in

odbija oziroma malo seva v daljnem infrardečem področju (majhen f_o za valovne dolžine od 10 μm do 20 μm). Obratno je mogoče satelit ohladiti, če ga prekrijemo s ploščami za odbijanje svetlobe (angl. Optical Solar Reflector – OSR). OSR so steklene plošče z večslojnim nanosom, ki odbijajo svetlobo ter dobro sevajo v daljnem infrardečem področju.

Gornje razmišljanje o toplotnem ravnovesju seveda velja samo v primeru, če je bilo pri načrtovanju satelita poskrbljeno za prenos toplote med različnimi sestavnimi deli satelita. Sicer se bo osvetljena stran satelita izredno grela, temna stran pa izredno ohladila. Zanimiva tehnična rešitev opisanega problema je vrtenje satelita okoli osi, ki je pravokotna na smer vpadanja sončnih žarkov. Vrtenje hkrati izkoristimo za stabilizacijo lege satelita in istočasno poenostavimo problem prenosa toplote. Vrtenje satelita je seveda nezaželeno, ko je treba usmerjati antene in senzorje proti Zemlji.

Primer:

Izračunaj temperaturo satelita v obliki enakostraničnega valja ($h=2\pi r$), ki se obnaša kot črno telo. Pri izračunu upoštevajte kot izvor toplote samo Sonce, katerega gostota moči svetlobnega toka v okolici Zemlje znaša 1,4 kW/m². Valj je proti Soncu obrnjen s plaščem in se zaradi enakomerne porazdelitve temperature vrti okrog svoje osi s 50 obrati na minuto.

$$f_s = f_o = 1$$

Površina, ki sprejema sevanje $A_s = 2r \cdot h$

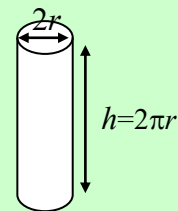
Površina, ki oddaja sevanje $A_o = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 = 2\pi rh + hr = (2\pi + 1)hr$

Sprejeta moč $P_s = A_s \cdot S_s \cdot f_s = A_s \cdot S_s$

Oddana moč $P_o = \sigma \cdot A_o \cdot f_o \cdot T^4 = \sigma \cdot A_o \cdot T^4 = \sigma \cdot A_s \cdot \frac{(2\pi + 1)}{2} \cdot T^4 = \sigma \cdot A_s \cdot (\pi + 1/2) \cdot T^4$

Ravnovesna temperatura za sončni panel je

$$T = \sqrt[4]{\frac{A_s \cdot S_s}{A_o \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1,4 \text{ kW/m}^2}{(\pi + 1/2) \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4}} = 287 \text{ K} - 273 \text{ K} = 14 \text{ }^\circ\text{C}$$

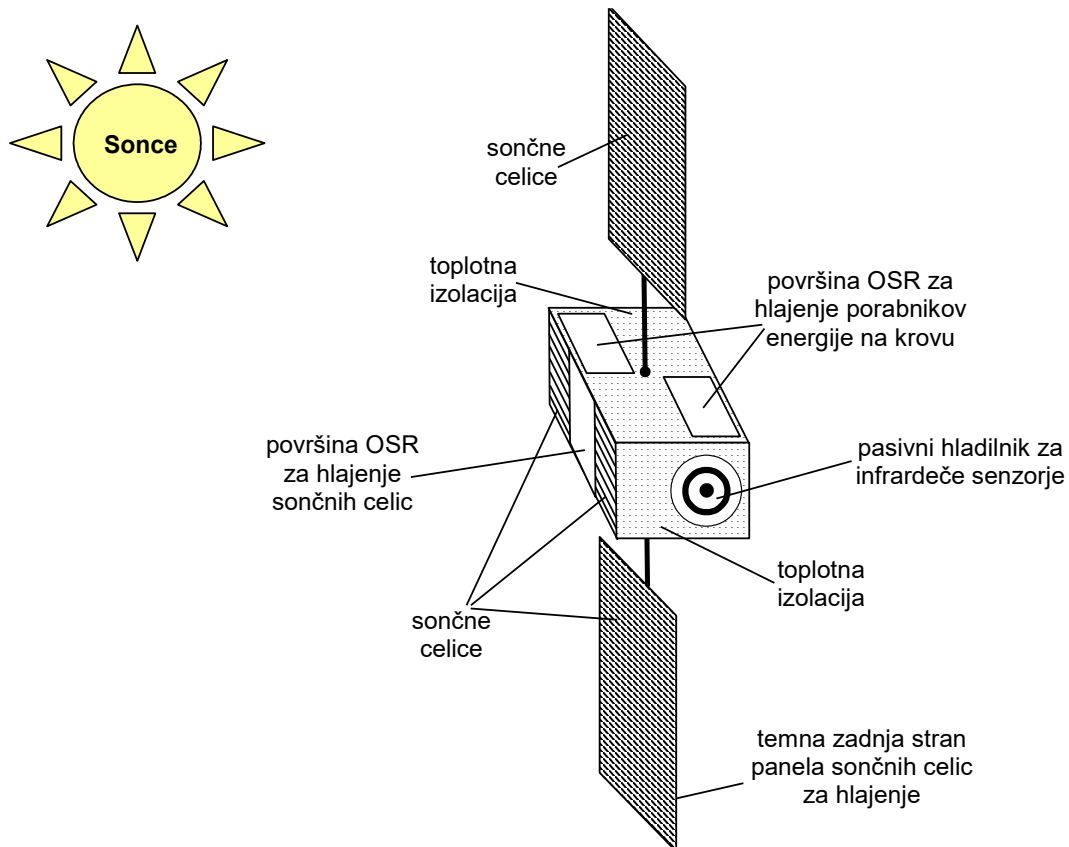


Prenos toplote v notranjosti satelita je mogoče izboljšati tudi tako, da satelit napolnimo s plinom. Takšen satelit ima potem obliko tlačne posode s svojim notranjim »ozračjem«, ki zagotavlja prenos toplote med stenami in odvajanje toplote, ki jo proizvajajo naprave na krovu. Tlačna posoda seveda povečuje maso in dimenzije satelita. Zaradi možnosti, da začne puščati, je nezaželeno.

Tlačne satelite je uporabljala predvsem ruska vesoljska tehnika, satelite s stabilizacijo z vrtenjem pa ameriška vesoljska tehnika. Pri vseh sodobnih satelitih želimo lahko in stabilno konstrukcijo, ki ne omejuje usmerjanja anten in senzorjev proti Zemlji ter panelov s sončnimi celicami proti Soncu. Nekatere najbolj priljubljene tehnične rešitve uravnavanja toplotnih tokov na satelitu so prikazane na spodnji sliki. Telo sodobnih satelitov ima obliko kvadra, lega telesa je stabilizirana z vgrajenimi vrtavkami. Na telo satelita so pritrjena krila s sončnimi celicami, antene, senzorji in pasivni hladilniki.

Sodobne sončne celice imajo izkoristek okrog 15%, torej se preostalih 85% vpadne sončne svetlobe naravnost pretvori v toploto. Paneli s sončnimi celicami so zato največji izvor toplote na satelitu. Ker izkoristek sončnih celic hitro pada z naraščajočo temperaturo, je potrebno panele čim učinkoviteje hladiti. Učinkovitost hlajenja je odvisno predvsem od razmerja med površino, ki sprejema sončno sevanje in površino, ki toploto odvaža s satelita. Iz zgornjega primera vidimo, da je za kroglo to razmerje $1/4$, kar je ugodno.

Za krilo s sončnimi celicami, ki je obrnjeno proti Soncu, je razmerje $1/2$, se pravi dvakrat večje kot za kroglo. Krila s sončnimi celicami zato delajo pri povišani temperaturi kljub temu, da je zadnja stran premazana z barvo, ki dobro seva toploto. Če je panel pritrjen na telo satelita, je razmerje še večje (približno 1) in odvečno toploto je nujno odvajati drugam. Ker je telo satelita običajno slab prevodnik toplote, je zaradi nujnega odvajanja toplote treba zmanjšati površino sončnih celic na panelu, vmes pa vrniti pasove OSR površin. Hlajenje sončnih celic ne predstavlja težav edino na vrtečih satelitih, kjer znaša razmerje $1/\pi$, toda za enako električno moč potrebujemo trikrat toliko sončnih celic.



Slika 57: Primeri uravnavanja toplotnih tokov na satelitu.

Preostale površine satelita so običajno pokrite s toplotno izolacijo, ponavadi z metalizirano kaptonsko folijo značilne zlatorumene barve. Na ta način se izognemo vsakršnemu prilivu toplote. Odvečno toploto iz naprav na krovu satelita, predvsem izhodnih stopenj radijskih oddajnikov, odvajamo preko OSR površin, ki naj bojo po možnosti še nameščene na neosvetljeni strani satelita.

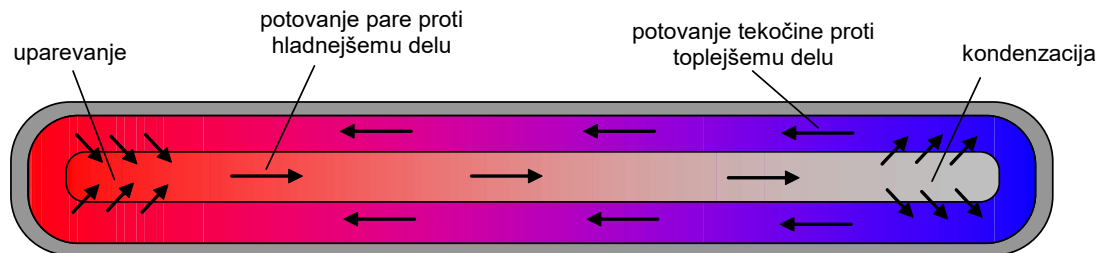
Kot zadnjo možnost si je mogoče na stabiliziranem satelitu privoščiti tudi povsem pasiven hladilnik za zelo nizke temperature pod 100 K, na primer za hlajenje infrardečih senzorjev za opazovanje Zemlje. Takšen hladilnik mora biti seveda obrnjen proč od Sonca, v njegovem »vidnem polju« pa ne sme biti niti topla zemeljska površina, ki seva s temperaturo okoli 300 K.

Pri nerodnih konstrukcijah satelitov je treba poskrbeti za uravnavanje temperature tudi v notranjosti samega satelita. Posamezne sestavne dele je mogoče segrevati z električnimi upori. Ker upori trošijo dragoceno električno energijo na krovu, jih uporabljamo le v skrajnih primerih oziroma tam, kjer delujejo le občasno, na primer za segrevanje ventilov z zamrznjenim gorivom za popravek tirnice.

Še bolj nerodno od segrevanja je ohlajanje oziroma odvajanje toplote iz notranjosti satelita. Podoben problem predstavlja tudi prenos toplote iz osvetljene strani satelita na temno stran satelita. Ohišje sodobnih satelitov je v glavnem votlo, torej slab prevodnik toplote. Če bi ga zapolnili s kovino, ki je dober toplotni prevodnik, na primer z bakrom ali aluminijem, bi to prineslo nedopustno povečanje mase satelita.

Kot učinkoviti toplotni vodniki se zato uporabljajo cevi (angl. Heat Pipes) napolnjene z ustrezno zmesjo primerne tekočine in njene pare (največkrat amonijak). Cevi so na koncih hermetično zavarjene, stene cevi pa so obdelane tako, da površinska napetost tekočine razporedi tekočino po celotni notranji površini cevi. Če tako cev na enem koncu ogrevamo, se tam tekočina upari. Para potuje po sredini cevi proti hladnemu koncu, tam kondenzira in se kot tekočina spet vrača po stenah cevi na topli konec.

Na vsakem satelitu imamo tudi nekaj izpostavljenih sestavnih delov, na katerih je zelo težko uravnavati temperaturo. Takšni sestavni deli so na primer antene, ki morajo biti izdelane za delovanje v zelo širokem razponu temperature. Obratno bo pameten načrtovalec satelita postavil na temperaturo najbolj občutljive sestavne dele, kot so električne akumulatorske baterije ali posode s tekočim raketnim gorivom, v samo središče satelita.



Slika 58: Prikaz delovanja toplotnega vodnika.

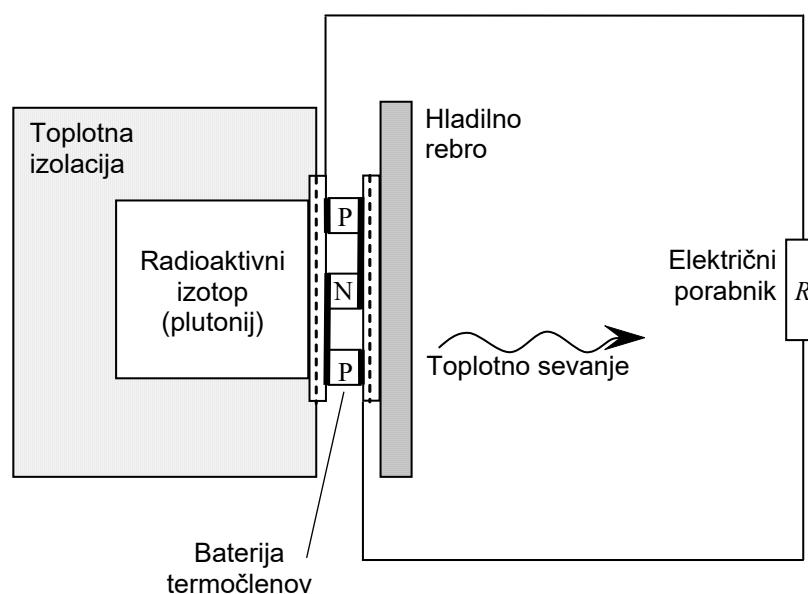
11.4. Izvori energije za pogon naprav na satelitu

Satelit je samostojna naprava v praznem prostoru, daleč proč in brez vsake fizične povezave do drugih naprav, zato mora imeti lasten vir energije. Izvor energije na krovu satelita običajno predstavlja znaten del mase in prostornine satelita ter pogosto pogojuje celo načrtovanje satelita. Izvor energije ni potreben le v redkih primerih povsem pasivnih satelitov, ki so radijski ali laserski odbojniki.

Na samem začetku vesoljske tehnike so imeli sateliti za izvor električne energije na krovu baterije ali **galvanske člene**, ki so zadosten izvor energije za kratkotrajno delovanje, na primer v času delovanja nosilne rakete, kar ne traja več kot pol ure. S skrbnim varčevanjem z energijo na krovu satelita je mogoče doseči delovanje naprav v trajanju do enega meseca, kar je tudi skrajna meja za galvanske člene. Ker se sodobni sateliti načrtujejo za življenjsko dobo 10 let in več, so galvanski členi kot primarni izvor energije povsem neuporabni.

Izpopolnjena oblika galvanskih členov so **gorivne celice**. Te uporabljajo ločena prekate za gorivo (tekoči vodik) in oksidant (kisik), ki v primerni elektrolitski celici izgoreva v vodo ob sproščanju električne energije. Gorivne celice imajo nekoliko boljše razmerje uskladiščene energije glede na maso in se uporabijo predvsem v vesoljskih plovilih s človeško posadko. Na vseh ostalih satelitih se ne uporabljajo predvsem zaradi prekratkega časa delovanja oziroma premajhne uskladiščene energije glede na maso naprave.

V začetku satelitske tehnike so bili zelo obetavni **nuklearni izvori energije** različnih konstrukcij. Ker so glede na dimenzije sodobnih satelitov potrebne razmeroma majhne moči v primerjavi s tistim, kar lahko nudi nuklearna tehnika, so se uveljavili le enostavni generatorji z radioaktivnimi izotopi kot izvorom toplote, ki ogreva baterijo termočlenov. Termočlene je seveda treba na drugi strani hladiti, kot je to prikazano na sliki 59.



Slika 59: Radioizotopni izvor električne energije.

Za razliko od kovinskih termočlenov, ki jih uporabljamo za merjenje temperature, so termočleni v radioizotopih izvori izdelani iz polprevodnikov. Termoelektrična napetost med polprevodniki različnih vrst (P in N) je znatno višja od termoelektrične napetosti med različnimi kovinami, kar omogoča znatno višji izkoristek naprave. Baterija termočlenov je zato sestavljena iz verige, ki je izmenično sestavljena iz kock polprevodnika P in N tipa.

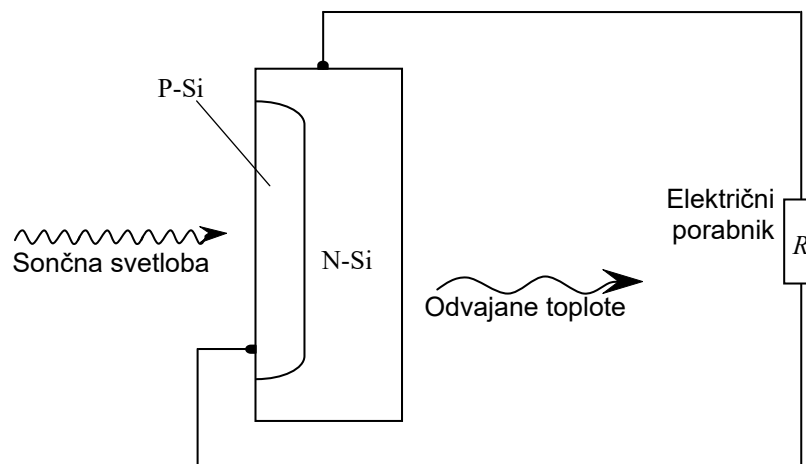
Glavna slabost nuklearnega izvora je v tem, da je to izvor ionizirajočega sevanja, kar kvarno vpliva na ostale naprave na krovu satelita. Druga nevšečnost je sprostitve večje količine nevarnih izotopov (naprimer Plutonij 238) v primeru morebitne nesreče pri izstrelitvi satelita ali ko satelit v nizki tirnici na koncu svoje življenjske dobe izgori v ozračju. Končno se moramo zavedati, da tudi masa nuklearnih izvorov ni majhna in je primerljiva s sodobnimi visokoučinkovitimi sončnimi paneli, vsaj za manjše moči in življenjsko dobo v razredu desetletja.

Nuklearni izvori za proizvodnjo termoelektrične energije (angl. Radiosotope Thermolectric Generator) se zato danes uporabljajo le na plovilih, ki zapustijo notranje štiri planete našega sončnega sistema. Svetlobni tok Sonca zelo hitro upada z razdaljo in planeti s sončnimi celicami so že v tirnici Jupitra povsem neučinkoviti. V tirnici okoli Zemlje so drugi izvori energije bolj učinkoviti in manj zahtevni, zato uporablja nuklearne izvore na krovu satelitov le nekaj redkih izjem.

Na krovu vseh sodobnih satelitov so poglavni izvori električne energije **polprevodniške sončne celice**. Čeprav so bile osnove delovanja sončnih celic poznane že mnogo časa, so se sodobne sončne celice razvile skladno z vesoljsko tehniko. Iskanje drugačnih izvorov energije je bilo zato zanimivo vse dotlej, dokler niso sončne celice postale zanesljiva cenena naprava z visokim izkoristkom.

Polprevodniške celice so zelo preprosta naprava, ki ne vsebuje premičnih sestavnih delov ali tekočin, kot je prikazano na sliki 60.

Iz sončne svetlobe dobimo v polprevodniškem PN spoju neposredno električno energijo in edini stranski proizvod je toplota, ki jo je potrebno odvajati. V začetku vesoljske tehnike so imele monokristalne silicijeve sočne celice zelo slab izkoristek, okoli 7%, sodobne sončne celice pa dosegajo 20% izkoristek. Na žalost pa izkoristek sončne celice zelo hitro pada z naraščajočo temperaturo.



Slika 60: Polprevodniška sončna celica.

Polprevodniške celice je potrebno zaščititi pred ionizirajočem sevanjem. V ta namen na sprednjo stran nalepijo steklo, hrbtne strani pa je preko električne izolacije prilepljena na nosilni panel iz aluminijastega satovja, ki poskrbi tudi za odvajanje toplote. Pri sončevem svetlobnem toku $1,4 \text{ kW/m}^2$ bo sodoben panel s sončnimi celicami dajal od 180 do 200 W električne moči iz vsakega kvadratnega metra površine, seveda samo ob pravilni orientaciji na Sonce.

Ker je napetost vsake posamične celice nizka (od 0,4 do 0,45 V za silicijeve celice v odvisnosti od temperature), je na vsakem panelu vezano večje število celic zaporedno. Temperaturna odvisnost sončnih celic se odraža v glavnem v napetosti, ki upade na vsaki celici za približno 2 mV za vsako stopinjo Celzija. Iz istega razloga vesoljska plovila nikoli ne uporabljajo zrcal za koncentracijo sončne

svetlobe na sončne celice, saj bi odvajanje nastale toplote predstavljalo tehnično skoraj nerešljiv problem.

Kakršenkoli primarni izvor energije imamo na satelitu, je potrebno izhodno električno moč še prilagoditi na uporabnike s pomočjo pretvornika. Razen primarnih izvorov, predvsem sončnih celic, ima večina satelitov na krovu tudi **akumulatorske baterije**. Akumulatorske baterije zagotavljajo predvsem stalnost napajanja naprav na satelitu, naprimer ko satelit zaide v Zemljino senco in moč sončnih panelov pade na nič. Akumulatorska baterija se seveda prične ponovno polniti, ko pride satelit iz sence nazaj na svetlo.

11.5. Ionizirajoče sevanje

Na površini Zemlje smo varni pred Sončevim in kozmičnim sevanjem, ker nas ščiti ozračje in magnetno polje našega planeta. V vesolju pa so astronauti, kot tudi oprema izpostavljeni tako sevanju, ki ga povzroči Sonce, kot tudi sevanju, ki nastane zunaj našega osončja. Izpostavljenost ionizirajočim sevanjem narašča z oddaljenostjo od Zemlje. Pred ionizirajočim sevanjem v obliki ultravijolične svetlobe s Sonca Zemljo ščiti atmosfera. Delcem iz sončnega vetra in drugemu kozmičnemu sevanju pa zapira pot Zemljino magnetno polje.

Oba pojava omeujeta uporabo nekaterih materialov na vesoljskih plovilih. Raziskovalci materialov so ugotovili, da pred sevanjem bolj varujejo materiali, ki imajo lažja jedra.

Z ultravijolično svetlobo imamo opraviti povsod v vesolju, takoj ko zapustimo zemeljsko ozračje. Zaščita satelita pred ultravijolično svetlobo je razmeroma enostavna, saj zadošča primerna izbira materialov za površino satelita. Nekateri sateliti celo izkoriščajo prisotnost UV svetlobe: transportni nosilni sestavni deli iz materiala, ki na UV svetlobi razpade in osvobodi razne mehanizme, kot so krila s sončnimi celicami ali antene.

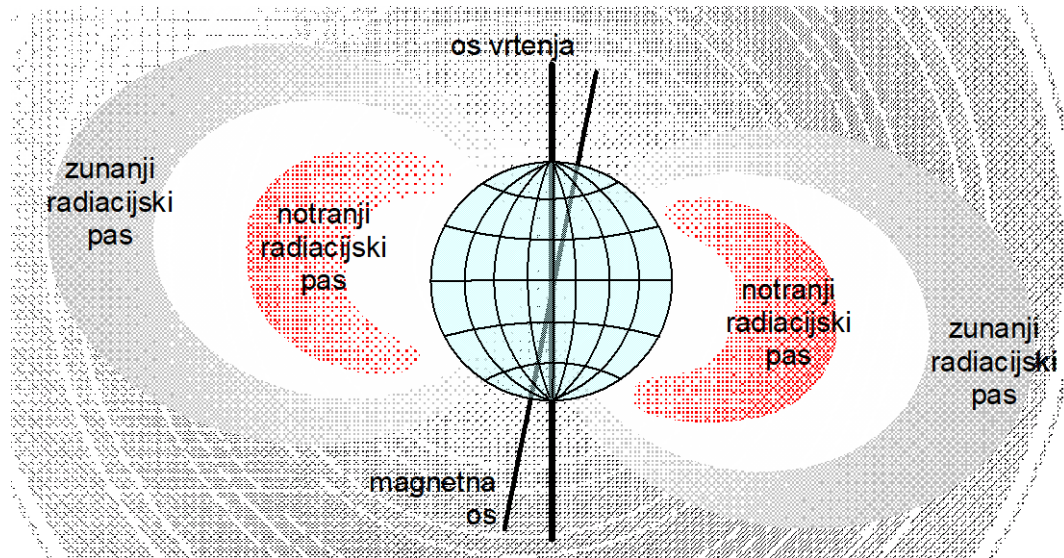
Delci iz sončnega vetra imajo zelo različne energije (od eV do MeV) in koncentracije. V grobem je mogoče vesolje okoli Zemlje razdeliti na tri področja. V nizkih zemeljskih tirnicah pod 2000 km višine je sevanje delcev sončnega vetra zanemarljivo majhno oziroma je vesoljsko okolje, kar se sevanja tiče, skoraj povsem enako okolju na Zemlji. Na višinah med 2000 km in 30.000 km je koncentracija delcev stalna in izredno visoka, ker se tu delci sončnega vetra »ujamejo« v zemeljskem magnetnem polju v Van Allenovih pasovih. Končno, na višinah nad 30.000 km imamo skoraj nemoten sončni veter, koncentracija delcev pa sledi dogajanju na Soncu. Običajno je dosti manjša kot v Van Allenovih pasovih, ob sončnih izbruhih pa za nekaj dni zelo naraste.

Delci iz sončnega vetra imajo zelo različne energije. Zaščita sestavnih delov satelita pred visokoenergetskimi delci ni enostavna, ker zahteva zelo debele oklope iz težkih kovin. Za gradnjo satelita moramo zato uporabiti materiale, ki navkljub prisotnosti visokoenergetskih delcev ne spremenijo svojih lastnosti. Od vseh sestavnih delov satelita je na delce sončnega vetra še najbolj občutljiva elektronika na krovu in še posebno polprevodniki.

Pred ionizirajočim sevanjem je najtežje zaščititi najbolj izpostavljene polprevodnike, to je sončne celice, ki dajejo električno energijo na krovu satelita. Kakršenkoli oklop mora biti popolnoma prozoren za sončno svetlobo, ki vpada na panele s sončnimi celicami. Polprevodniške sončne celice na vesoljskih plovilih so v ta namen prekrivane s steklom debeline 0,5 do 1 mm, ki jih ščiti pred delci z nižjimi energijami. Tudi celice same so izdelane iz nekoliko manj dopiranih polprevodnikov z višjo specifično upornostjo, kar ima za posledico manjši izkoristek pretvorbe, a večjo odpornost na sevanje.

Zaščititi navkljub visokoenergetski delci počasi kvarijo koristno strukturo polprevodnika. Učinkovitost sončnih celic počasi, a nezadržno upada v vesoljskem okolju. V najslabšem primeru, to je za satelit, ki se giblje znotraj Van Allenovih pasov, upade učinkovitost sončnih celic že po par letih delovanja na komaj 2/3 začetne vrednosti. Pri geostacionarnih satelitih, ki se nahajajo izven Van Allenovih pasov, razpoložljiva električna energija na krovu pada v stopničkah, ki natančno ustrezajo izbruhom delcev na Soncu.

Ostale polprevodniške dele na krovu satelita je sicer lažje zaščititi pred sevanjem, vendar sam visokoenergetski delec naredi tu zaradi dosti manjših dimenzij relativno veliko škode na polprevodniku. Še posebno so na sevanja občutljiva integrirana vezja z visoko stopnjo integracije, ker so tu posamezni sestavni deli v notranjosti vezja izredno majhni. Mikroročunalnik na krovu satelita je zato izredno nezanesljiva naprava.



Slika 61: Van Allenovi radiacijski pasovi.

Ker na sodobnih satelitih ne moremo več shajati brez mikroračunalnika na krovu, je potrebno najti ustrezne tehnične rešitve. Vgradnja računalnika v oklopljeno ohišje iz težkih kovin, na primer iz tantala, nekoliko zmanjša težave, vendar ne reši problema v celoti. Visokoenergetski delci najpogosteje povzročajo mehke napake, to je spremenijo trajno vsebino pomnilniških celic, toda ne povzročijo trajne okvare vezja. En sam pokvarjen bit pomeni seveda nedelujoč program v računalniku.

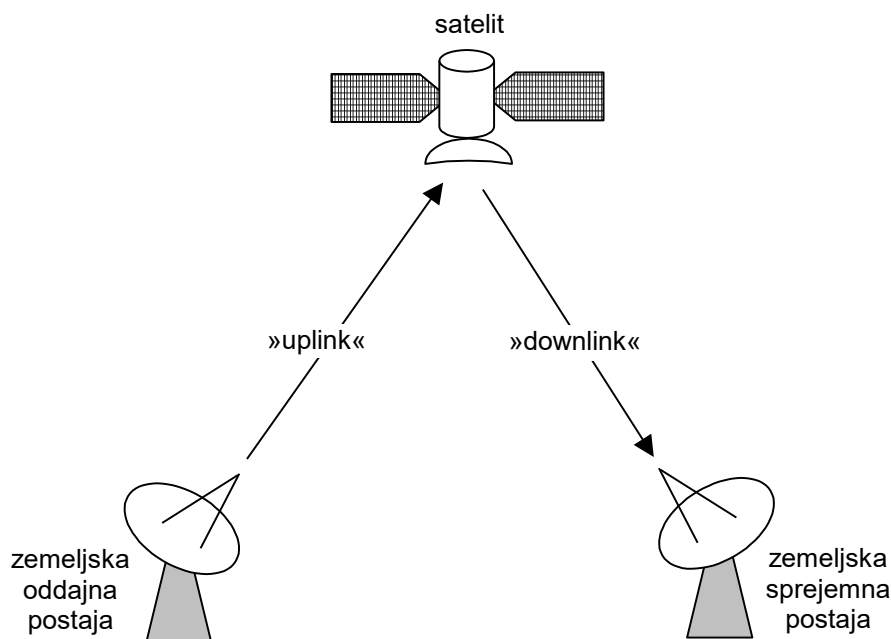
Vsi mikroračunalniki na krovu vesoljskih plovil imajo pomnilnik zaščiten s kodo za ugotavljanje in popravljane mehkih napak. Kode seveda zahtevajo dodatno zmogljivost pomnilnika za paritetne bite: za popravilo ene napake v 8 bitih se uporablja pomnilnik širine 12 bitov, za popravilo ene napake v 16 bitih pa pomnilnik širine 22 bitov. Težje je ugotoviti napako v procesorju, zato imamo na vesoljskih plovilih pogosto več procesorjev vezanih vzporedno.

Trde napake so manj pogoste, a s hujšimi posledicami, saj pomenijo neuporabnost. Na ionizirajoče sevanje so še posebno občutljiva NMOS vezja, kjer delci prinašajo v izolator MOS tranzistorjev dodatne elektrine, ki spremenijo prag MOS tranzistorja. Bipolarna vezja, CMOS vezja in vezja iz galijevega arzenida so na ionizirajoče sevanje manj občutljiva. Trdim napakam se je mogoče izogniti le z izbiro primernejše tehnologije za izdelavo integriranih vezij.

12. Načrtovanje komunikacijske zveze preko satelita

Satelitska komunikacijska zveza je zgrajena iz ene ali več zemeljskih postaj, ki so povezane preko umetnega satelita. Radijske zveze, ki se uporabljajo za povezovanje, so načrtovane tako, da prenašajo sporočila med točkami s sprejemljivo natančnostjo. Kompromis pri prenosu sporočil je narejen med kvaliteto in kvantiteto, v praktičnih razmerah pa med ekonomsko upravičenostjo in dovršenostjo tehnologije. Za prenos velike količine informacij z visoko kvaliteto se zahteva nesprejemljivo visoke stroške pod določenimi pogoji. Dejavniki, na katere moramo biti pozorni pri načrtovanju zveze, so delovna frekvenca, pojavi razširjanja, dopustna kompleksnost plovila in zemeljske postaje, od česar so odvisni stroški, pojav šuma in nenazadnje zahteve regulatorjev.

Slika 62 prikazuje glavne gradnike omrežja, ki vplivajo na načrtovanje satelitske komunikacijske zveze. Celotna komunikacijska zveza je razdeljena na zvezo iz oddajne zemeljske postaje do satelita (angl. uplink) in zvezo od satelita do sprejemne zemeljske postaje (angl. downlink). Vsaka od obeh zvez ima lastne specifične lastnosti. Na primer, ko je sprejemna zemeljska postaja mobilna naprava, je velikost sprejemne antene majhna, kar ima za posledico nizko sprejeto moč signala. Za tovrstno uporabo je torej načrtovanje zveze med mobilno napravo in satelitom zahtevno. Načrtovalec sistema si prizadeva optimizirati celotno zvezo, pri čemer mora polagati pozornost na posamezne elemente zveze. Med optimizacijo se lahko izkaže, da so posamezne komunikacijske zahteve preostre, kar vodi v neupravičene zahteve po velikosti, stroških in zapletenosti plovila ali zemeljske postaje. Glede na kompromis se odločamo med nižjo stopnjo kvalitete ali količine prenesenih podatkov.



Slika 62: Delitev radijske zveze od oddajnika do sprejemnika z namenom načrtovanja zveze.

Osnovni element v satelitski komunikacijski zvezi je antena, zato so nadalje najprej predstavljene osnovne lastnosti anten, ki vplivajo na načrtovanje zveze. Načrtovanje komunikacijskega sistema mora vsebovati vpliv šuma na komunikacijske lastnosti. Satelitski sistemi so občutljivi na šum, ker je sprejeti signal že po naravi zelo majhen. V naslednjem poglavju so identificirani glavni izvori šuma in ovrednoten je njihov skupni vpliv na sistemske lastnosti. Končno poglavje pripelje skupaj vse omejitve in razvije način za načrtovanje zveze.

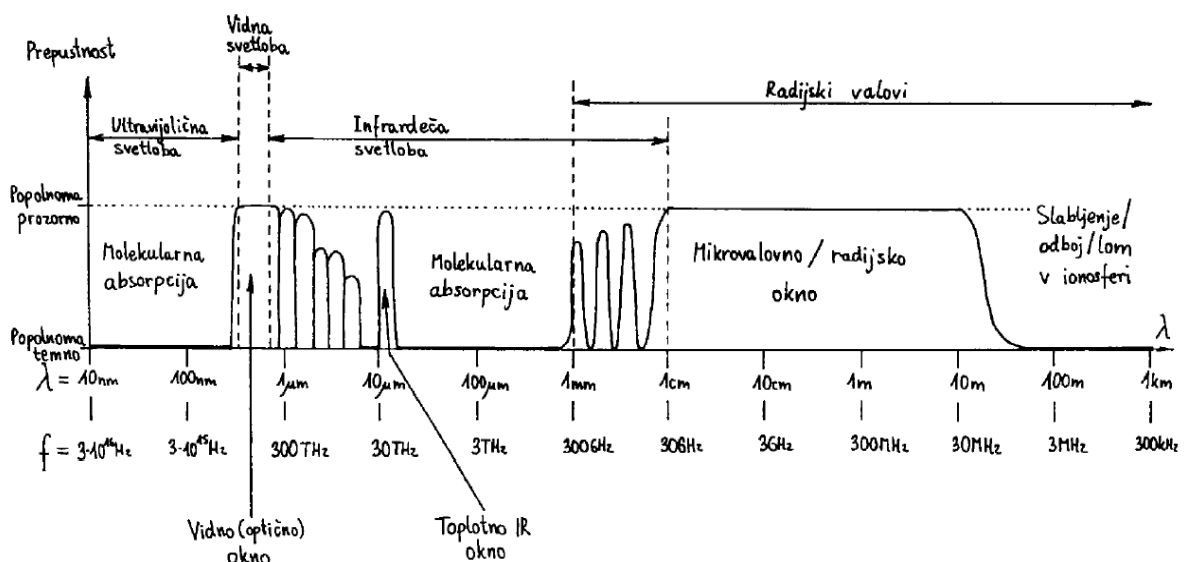
12.1. Propustnost zemeljskega ozračja za radijske zveze

Pozornost pri izbiri delovne frekvence komunikacijske zveze je fizikalno direktno odvisna od lastnosti razširjanja elektromagnetnega valovanja skozi zemeljsko ozračje. Prepustnost zemeljskega ozračja za elektromagnetno valovanje je prikazana na sliki 63. Zemeljsko ozračje je popolnoma prozorno za zelo obširna področja valovnih dolžin oziroma frekvenc. Za druga obširna področja je zemeljsko ozračje popolnoma neprozorno zaradi resonanc molekul plinov, ki ga sestavljajo.

Zemeljsko ozračje ima tri uporabna okna z majhnim slabljenjem:

- vidno (optično) okno,
- toplotno dolgovalovno infrardeče okno in
- mikrovalovno oziroma radijsko okno.

Radijski spekter sega od zelo nizkih frekvenc pa do 2 GHz. Mikrovalovni frekvenčni spekter sega približno od 2 GHz do 30 GHz, medtem, ko milimetrski frekvenčni spekter sega od 30 GHz do 300 GHz. Za mikrovalovni frekvenčni spekter je značilno, da se elektromagnetno valovanje širi do zelo dolgih razdalj ter lažje prodira skozi stavbe, gozdove itd., vendar pa ne smemo zanemariti dejstva, da mu izgube povzročajo slabljenje v odprtem prostoru. V milimetrskem frekvenčnem področju je širjenje elektromagnetnega valovanja nekoliko oteženo, saj je omejeno na nekaj kilometrov ali celo manj kot kilometer ter težje prodira skozi trde snovi. Izgube povzročajo zlasti atmosferski plini, dež v prenosnem mediju, sipanje ter uklon elektromagnetnega valovanja.



Slika 63. Prepustnost zemeljskega ozračja za elektromagnetno valovanje.

Radijsko okno je pri visokih frekvencah omejeno z resonancami molekul plinov, predvsem kisika O_2 in vodnih hlapov H_2O , pri nizkih frekvencah pa z majhno razpoložljivo pasovno širino in s tem majhno zmogljivostjo zveze, še preden pridejo do izraza pojavi v ionosferi.

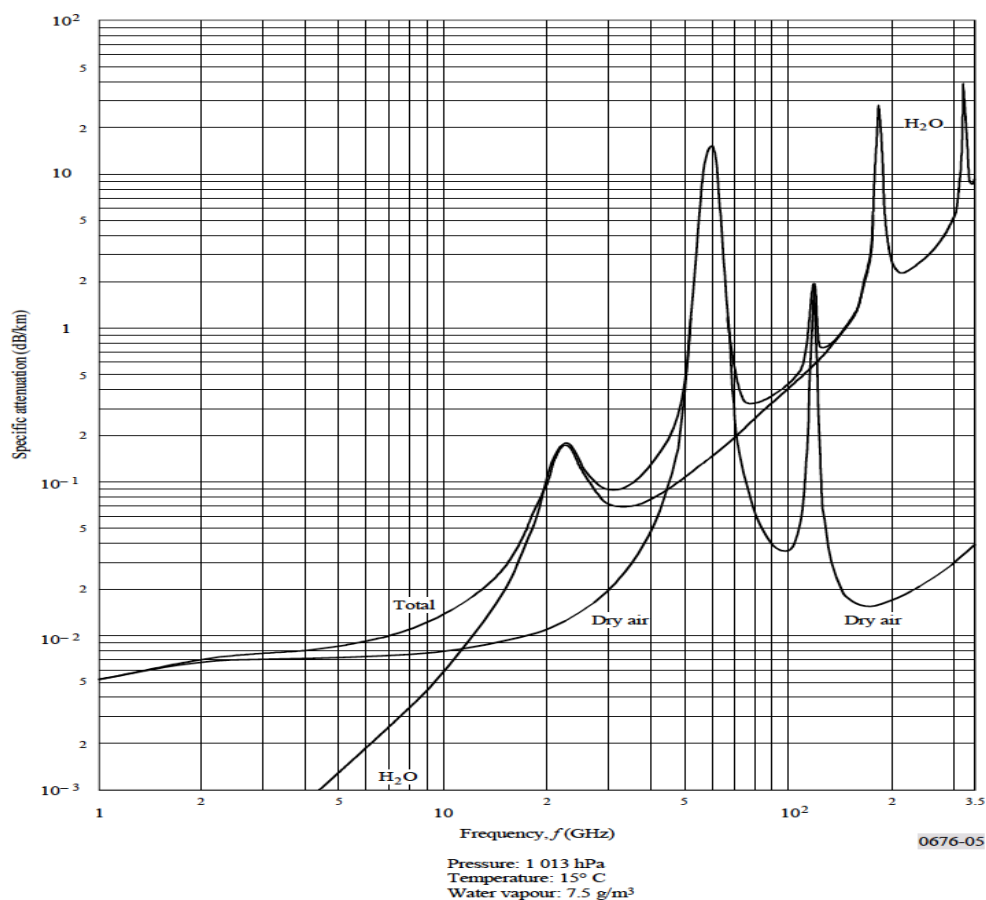
Med potovanjem elektromagnetnega valovanja skozi atmosfero, molekule kisika ter vodna para absorbirata določen delež energije elektromagnetnega valovanja ter s tem povzročita določeno slabljenje signala.

Pri določenih frekvencah, ki sovpadajo z mehansko resonančno frekvenco molekul atmosferskih plinov, se izgube ter s tem slabljenje znatno povečajo.

Slabljenje ozračja v radijskem področju je odvisno od višine oziroma zračnega tlaka in vsebnosti atmosferskih plinov. Zračni tlak pri nadmorski višini 0 m znaša približno 101,3 kPa ($P_a = N/m^2$). Najbolj prisotna atmosferska plina sta dušik (78%) in kisik (21%). Prisotnost vodnih hlapov v zraku spremenljiva in odvisna od trenutne količine vlage v zraku. Slabljenje suhega zraka in vodnih hlapov je lepo prikazano na sliki 64.

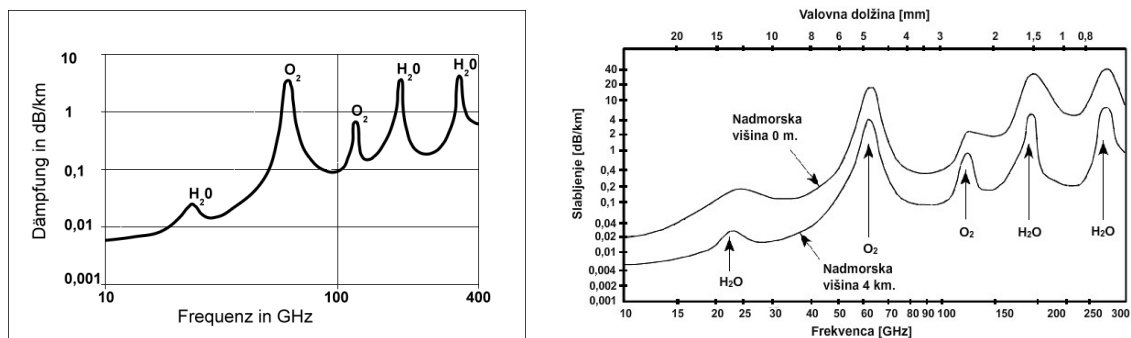
Slabljenje kisika O_2 znaša kar 14 dB/km v frekvenčnem pasu okoli 60 GHz. Na višjih frekvencah se pridružijo še slabljenja drugih molekul plinov, ki sestavljajo ozračje. Praktično to pomeni, da leži zadnje uporabno radijsko okno v frekvenčnem pasu okoli 94 GHz. Na frekvencah nad 100 GHz oziroma pri valovnih dolžinah krajših od 3 mm radijske zveze v zemeljskem ozračju niso več smiselne ne glede na razpoložljivost tehnologije za izdelavo primernih oddajnikov in sprejemnikov.

Prikazanih je več vršnih vrednosti pri določenih frekvencah, kjer slabljenje zelo naraste. V mikrovalovnem področju je tovrstno slabljenje relativno nizko. Slabljenje, ki ga povzročajo molekule kisika, je pri 2 GHz približno 0,05 dB/km, medtem, ko pri 30 GHz znaša 0,02 dB/km. Od tu dalje začne slabljenje silovito naraščati ter doseže prvo vršno vrednost pri 60 GHz, ki znaša približno 15 dB/km. Nato začne upadati ter doseže prvi lokalni minimum pri frekvenci približno 100 GHz, kjer znaša približno 0,035 dB/km. Vpliv slabljenja, ki ga povzroča vodna para, se začne pri približno 8 GHz. Od tu dalje slabljenje raste in doseže prvo vršno vrednost pri frekvenci približno 24 GHz, kjer znaša približno 0,155 dB/km. Okoli frekvence 30 GHz pa pade na 0,08 dB/km, nato začne naraščati ter pri 100 GHz doseže vrednost 0,5 dB/km. Iz omejenega lahko sklepamo, da je vpliv molekul kisika ali vodne pare višji oz. nižji ter da pri določenih frekvencah eden od njiju prevlada.



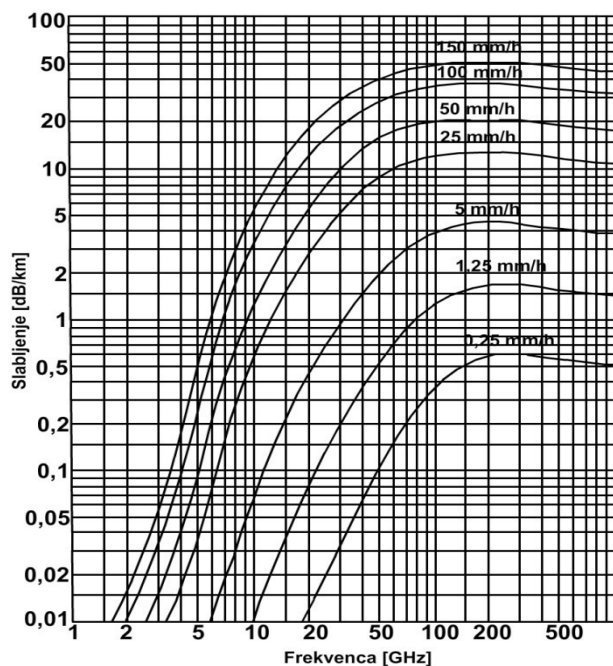
Slika 64. Slabljenje na kilometer zaradi atmosferskih plinov v področju od 1 GHz do 350 GHz.

Ker se z višino ozračja redči, je tudi slabljenje na višjih višinah nižje, kot prikazuje slika 65. Naslednji diagram prikazuje slabljenje v odvisnosti od frekvence, kjer sta všteta oba vpliva atmosferskih plinov, ter označuje, pri kateri frekvenci določen vpliv prevlada. Iz omenjenega diagrama sta razvidni dve frekvenčni področji, ki sta ugodni za komunikacijsko zvezo. Prvo področje sega od začetka mikrovalovnega spektra pa do okoli 60 GHz, kjer začne slabljenje silovito naraščati. Drugo področje pa sega od tu dalje do 100 GHz, kjer se slabljenje nekoliko zniža, vendar ne za toliko, kolikor znaša v prvem področju. Iz omenjenega sledi, da bo domet zveze v omenjenem frekvenčnem področju relativno krajši.



Slika 65. Slabljenje na kilometer v odvisnosti od nadmorske višine.

Velik vpliv na elektromagnetno valovanje ima tudi dež. Velikost dežne kapljice znaša približno toliko, kolikor znaša valovna dolžina elektromagnetnega valovanja v mikrovalovnem ter milimetrskem frekvenčnem spektru. Iz tega sledi, da lahko dežna kapljica povzroči odboj elektromagnetnega valovanja v vse smeri. Temu pojavu drugače pravimo tudi sipanje, kjer za razliko od loma in odboja naključno porazdeljeni delci snovi (molekule), v našem primeru dežne kapljice, povzročijo odboj elektromagnetnega valovanja v vse smeri ter s tem povzročijo težje prodiranje elektromagnetnega valovanja skozi prenosni medij.



Slika 66. Izgube na dolžino v odvisnosti od frekvence pri različni intenziteti dežja. (vir: Federal communications commission (FCC), 1997, str. 13).

V Sloveniji se zelo redko pojavljajo tropske nevihte, kjer znaša intenziteta dežja okoli 100 mm/h. Bolj pogoste so namreč poletne nevihte, kjer znaša intenziteta dežja približno 55 mm/h. Omenjena intenziteta povzroči slabljenje na dolžino pri frekvencah od 6 do 18 GHz približno od 0,25 do 4,5 dB/km ter nato pri 70 oz. 80 GHz strmo naraste ter doseže slabljenje od 15 do 20 dB/km. Iz tega je razvidno, da se slabljenje na dolžino občutno viša z višanjem frekvence.

12.2. Radijska zveza v praznem prostoru

Radijska zveza je vrsta zveze s pomočjo elektromagnetnega valovanja, kjer se valovanje prosto razširja po prostoru. Za razširjanje elektromagnetnega valovanja ni potrebna prisotnost snovi, saj se le-to lahko razširja tudi po povsem praznem prostoru (vakuumu). V primeru satelitskih zvez poteka vsaj del radijske poti skozi zemeljsko ozračje, ki vnaša določeno slabljenje.

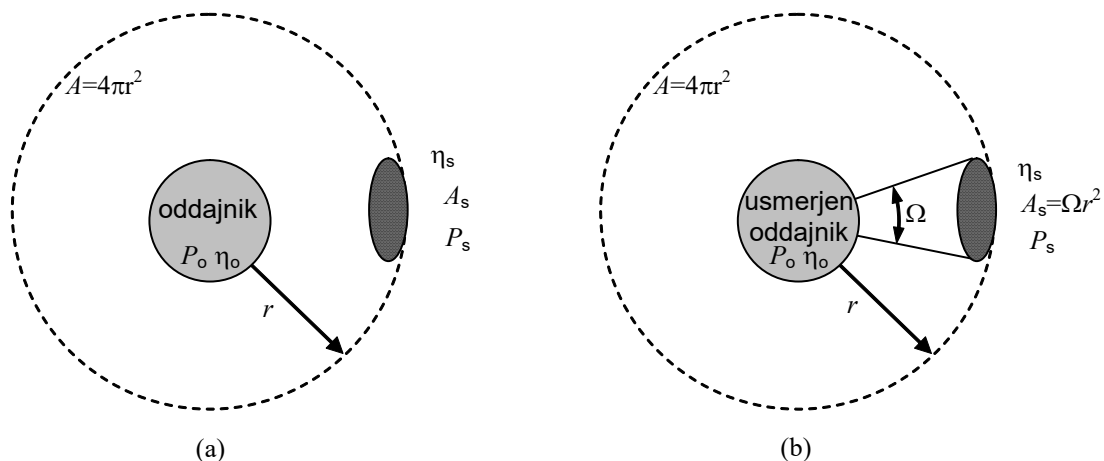
Osnovni naravni pojav, ki omogoča zvezo z elektromagnetnim valovanjem, je sevanje. Sevanje je posledica pospešenega gibanja električnih nabojev. Oddajnik z izkoristkom η_o izseva določeno električno moč P_o , ki se prosto razširja v praznem prostoru in se nikoli več ne vrne k oddajniku. Prenos moči z elektromagnetnim sevanjem je prikazan na sliki 67a.

Pri sevanju se moč P_o razširja v prostor. Oddajniku, ki seva v vse smeri pravimo izotropni oddajnik. V praznem, brezizgubnem prostoru gostota pretoka moči (moč na enoto ploskve) S upada s kvadratom razdalje r .

$$\bar{S} = \bar{1}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{4\pi r^2}$$

Sprejeta moč na drugem koncu zveze je preprosto produkt gostote pretoka moči S in površine sprejemnika A_s , ki ima izkoristek η_s .

$$P_s = S \cdot A_s \eta_s = \frac{P_o \eta_o \cdot A_s \eta_s}{4\pi r^2}$$



Slika 67: Prenos moči z elektromagnetnim sevanjem v primeru (a) neusmerjenega (izotropnega) oddajnika in (b) usmerjenega oddajnika.

Primer:

Določite potrebno moč oddajnika P_o na krovu satelita, ki leti v krožnici na višini $h=800$ km in ima neusmerjeno anteno. Zemeljski sprejemnik zahteva signal vsaj $U=0,2 \mu V_{eff}$ na vhodnem priključku ($R=50 \Omega$). Sprejemna antena se nahaja točno pod satelitom in ima polmer $d=1$ m. Izkoristek oddajne in sprejemne antene je ena.

$$r = h = 800 \text{ km} \qquad P_s = \frac{U^2}{R} = \frac{(0,2 \cdot 10^{-6} \text{ V})^2}{50 \Omega} = 8 \cdot 10^{-16} \text{ W}$$

$$A_s = \pi r^2 = 3,14 \text{ m}^2 \qquad P_s = S \cdot A_s \eta_s = \frac{P_o \eta_o \cdot A_s \eta_s}{4\pi r^2}$$

$$P_o = P_s \cdot \frac{4\pi r^2}{A_s} = 8 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \frac{4\pi(800 \text{ km})^2}{\pi(1 \text{ m})^2} = 2 \text{ mW} \qquad P_o = 10 \cdot \log_{10} \frac{2 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 3 \text{ dBm}$$

Moč sprejetega signala lahko povečamo s povečanjem moči oddajnika, kar je zelo nepraktično, ali s pomočjo bolj usmerjenega sevanja oddajnika. Tak oddajnik, ki ga prikazuje slika 67b, ne seva v vse smeri enako, pač pa skušamo razpoložljivo električno moč usmeriti v določen stožec ali bolj splošno v poljuben prostorski kot. Gostota pretoka moči v snopu oddajnika sedaj znaša

$$\bar{S} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{A_s} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{\Omega \cdot r^2}$$

Gostota pretoka je v primeru usmerjenega oddajnika večja kot je bila v primeru neusmerjenega oddajnika, ker je prostorski kot Ω vedno manjši od 4π steradianov (srd).

Sprejeta moč na drugem koncu zveze z usmerjenim oddajnikom je produkt gostote pretoka moči S in površine sprejemnika A_s .

$$P_s = S \cdot A_s \eta_s = \frac{P_o \eta_o \cdot A_s \eta_s}{\Omega \cdot r^2}$$

V primeru usmerjenega oddajnika dobi sprejemnik več moči, kot v primeru izotropnega oddajnika, ker se celotna moč razširja po manjšem prostoru kota Ω in je tudi gostota moči na dani razdalji posledično večja.

$$P_s = S \cdot A_s \eta_s = \frac{P_o \eta_o \cdot A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2} \cdot \frac{4\pi}{\Omega}$$

Razmerje $4\pi/\Omega$ podaja povečanje moči zaradi usmerjenosti oddajnika in je merilo za usmerjenost oddajnika. Imenujemo ga smernost (angl. directivity) oddajnika D in podaja povečanja gostote pretoka moči S v želeni smeri ob nespremenjeni moči oddajnika P_o .

Smernost nam pove, koliko je primer z usmerjenim oddajnikom boljši od primera z izotropnim neusmerjenim oddajnikom.

$$D = \frac{P_{s, \text{USMERJENA ZVEZA}}}{P_{s, \text{NEUSMERJENA ZVEZA}}} = \frac{4\pi}{\Omega} \geq 1$$

Neusmerjen oddajnik bo imel smernost enako ena. Smernost se izraža tudi v decibelih oziroma dBi, kjer črka i označuje, da je primerjava izvedena na hipotetični izotropični vir, ki seva energijo v vse smeri enakomerno.

$$D[\text{dBi}] = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{4\pi}{\Omega} \right) \geq 0 \text{ dBi}$$

V izrazu za sprejeto moč vedno poleg smernosti nastopa tudi izkoristek oddajne antene.

$$P_s = \frac{P_o \eta_o \cdot A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2} \cdot D_o$$

Smernost podaja kolikokrat več moči bi morali dovajati izotropni anteni v primerjavi z usmerjeno anteno, da bi na isti razdalji dobili enako jakost polja.

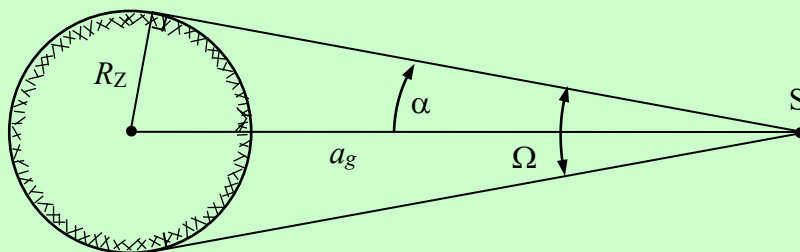
Ker produkt smernosti oddajnika in izkoristka oddajne antene vedno nastopata skupaj, je smiselno uvesti novo veličino – dobitek (angl. gain) oddajne antene G .

$$G_o = D_o \eta_o$$

$$P_s = \frac{P_o \cdot A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2} \cdot G_o$$

Primer:

Določite smernost antene, ki jo vgradimo na geostacionarni satelit ($a_g=42163$ km), da z radijskim signalom enakomerno osvetlimo celotno poloblo, ki jo satelit vidi s svojega položaja v tirnici. ($R_Z=6378$ km).



Ravninski kot α določimo s pomočjo sinusa $\sin \alpha = \frac{R_Z}{a_g}$

Povezavo med prostorskim in ravninskim kotom dobimo iz geometrije krogelnega izseka, pri čemer je višina kapice stožca

$$h = r - r \cos \alpha$$

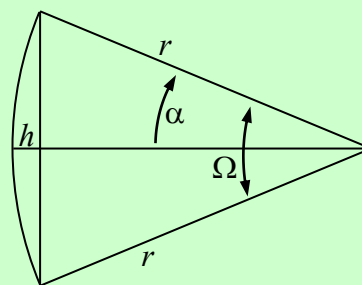
Površina kapice stožca znaša

$$A = r^2 \cdot \Omega = 2\pi r h = 2\pi r^2 (1 - \cos \alpha)$$

$$\Omega = 2\pi (1 - \cos \alpha)$$

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \right) = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a_g} \right)^2} \right)$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a_g} \right)^2}} = 173,8 \quad \Rightarrow \quad D_{dB} = 10 \log D = 22,4 \text{ dBi}$$

**Primer:**

Izračunajte smernost oddajne antene na krovu satelita GPS, ki ima smerni diagram oblikovan v stožec tako, da natančno osvetljuje vidni del zemeljske površine. Sateliti GPS se gibljejo po krožnicah z naklonom $i=55^\circ$ in periodo $T=12$ h. ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$)

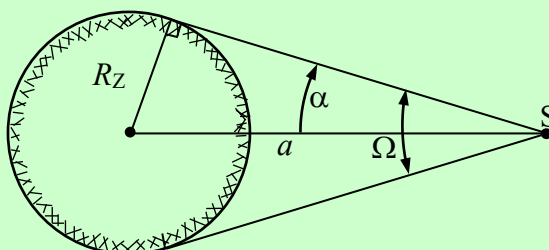
Velika polos znaša $a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2} = 26610$ km

Ravninski kot določimo s pomočjo sinusa

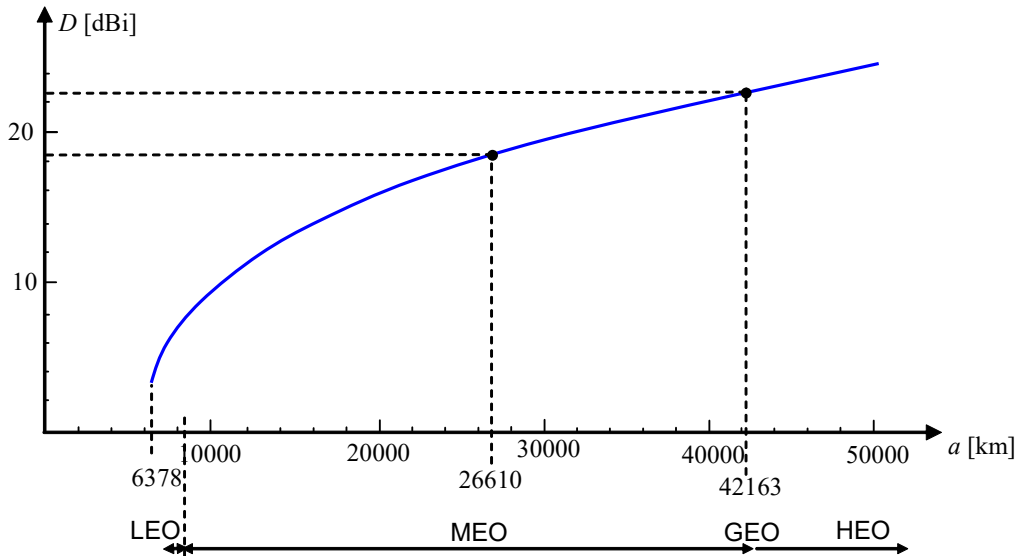
$$\alpha = \arcsin \left(\frac{R_Z}{a} \right) = 13,87^\circ$$

Prostorski kot znaša $\Omega = 2\pi (1 - \cos \alpha) = 0,183$ srd

Smernost antene je $D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \cos \alpha} = \frac{2}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_Z}{a} \right)^2}} = 68,61 = 18,36 \text{ dBi}$



Iz zgornjih dveh primerov je razvidna odvisnost smernosti antene od višine satelita z namenom pokrivanja celotne Zemeljske poloble. Z naraščanjem višine narašča tudi potrebna usmerjenost antene in njena smernost, kot prikazuje spodnji graf.



Slika 69: Odvisnost smernosti antene (D) od velikosti velike polosi (a).

Pri nizkih elevacijah Zemeljske sprejemne antene sprejem otežujejo termični šum, debelina ozračja in Zemljin relief. Zaradi praktičnosti sprejema, se le redkokdaj iz enega samega satelita pokriva celotna Zemeljska polobla. Mnogo bolj pogosti so primeri, ko satelit s signalom pokriva le del nekega področja, kar pomeni, da ga uporabnik lahko sprejema le od neke elevacije naprej, kot prikazuje naslednji računski primer.

Primer:

Telefonski satelit GLOBALSTAR leti v krožnici na višini $h=1420$ km nad zemeljsko površino. Določite smernost antene na krovu satelita, ki zagotavlja pokrivanje vseh uporabnikov, ki vidijo satelit vsaj $el_{min}=15^\circ$ nad obzorjem. Če se satelit nahaja prenizko na obzorju, je za mobilne postaje neuporaben zaradi senc hribov, zgradb ali dreves, zato naj antena na krovu satelita tja ne seva. ($R_Z=6378$ km).

Iz sinusnega izreka sledi

$$\frac{\sin \alpha}{R_Z} = \frac{\sin\left(el_{min} + \frac{\pi}{2}\right)}{R_Z + h}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{R_Z}{R_Z + h} \cdot \cos(el_{min})\right) = 52,19^\circ$$

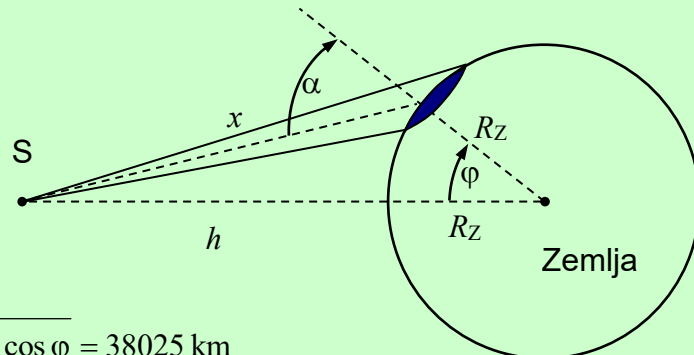
$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{2}{1 - \cos \alpha} = 5,17 = 7,13 \text{ dBi}$$

Seveda so geometrijsko računski primeri še mnogo bolj zapleteni, ko se satelit ne nahaja v nadirju področja, ki ga pokriva, kar je mnogokrat praktična situacija pri satelitih, ki omogočajo pokrivanje s televizijskim signalom, kot v sledečem primeru.

Primer:

Izračunajte potrebno moč oddajnika $P_o=?$ na krovu televizijskega satelita, da bo s svojim signalom na frekvenci $f=12$ GHz pokril ozemlje s površino $A_g=20000$ km², ki se nahaja na povprečni zemljepisni širini $\varphi=46^\circ$. Satelit se nahaja v geostacionarni tirnici na višini $h=35800$ km nad ekvatorjem, sprejemniki zahtevajo gostoto pretoka moči vsaj $S=1$ nW/m² vključno s predpisano rezervo. ($R_Z=6378$ km, $T_Z=1436$ min)



Po kosinusnem izreku dobimo

$$x = \sqrt{(h + R_Z)^2 + R_Z^2 - 2(h + R_Z)R_Z \cos \varphi} = \underline{38025 \text{ km}}$$

Po sinusnem izreku

$$\frac{x}{\sin \varphi} = \frac{h + R_Z}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{h + R_Z}{\sin \alpha} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{h + R_Z}{x} \sin \varphi\right) = \underline{52,93^\circ}$$

Geografsko področje je manjše zaradi ukrivljenosti Zemlje. $A_g' = A_g \cos \alpha$

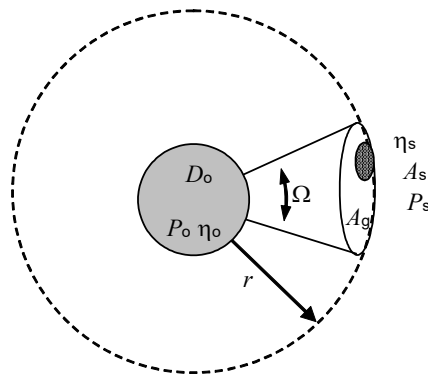
$$P_o = S A_g \cos \alpha = \underline{12,06 \text{ W}}$$

Gostota pretoka moči v snopu oddajnika s smernostjo D znaša

$$\bar{S} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{A_g} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{\Omega \cdot r^2} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o}{\frac{4\pi}{D_o} \cdot r^2} = \bar{I}_r \frac{P_o \cdot \eta_o \cdot D_o}{4\pi \cdot r^2}$$

V satelitskih komunikacijah uporabljamo usmerjeno anteno, ki pa s signalom pokrije precej večji del geografske površine A_g , kot je površina antene našega sprejemnika A_s , kar prikazuje slika 70. Sprejeta moč na sprejemni anteni s površino A_s je produkt gostote pretoka moči S in površine sprejemnika.

$$P_s = S \cdot A_s \eta_s = \frac{P_o \eta_o \cdot D_o \cdot A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2}$$

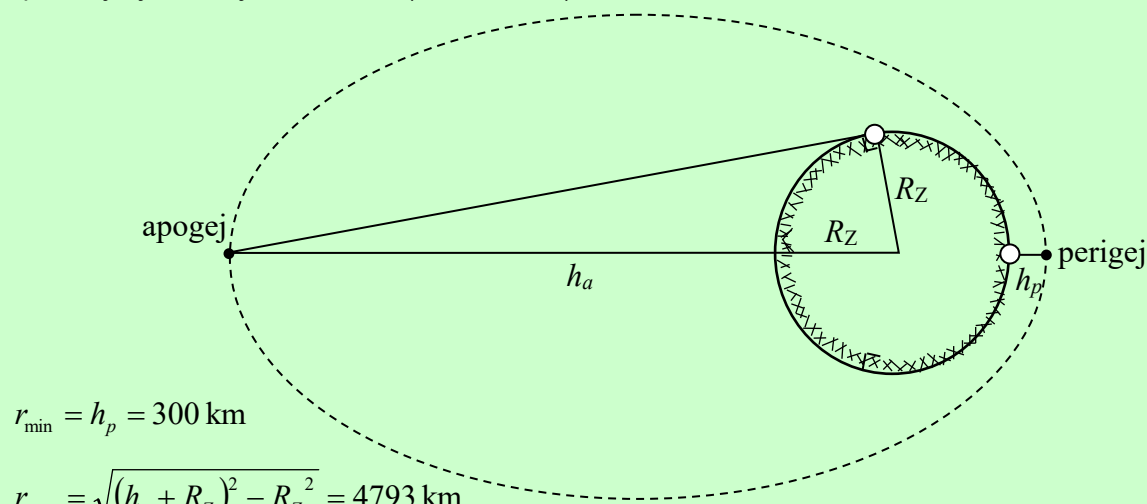


Slika 70: Prenos moči z elektromagnetnim sevanjem v primeru usmerjenega oddajnika in majhne sprejemne antene.

Iz zgornjega izraza za sprejeto moč je razvidna odvisnost oddaljenosti satelita od sprejemnika na Zemlji. Moč sprejetega signala upada s kvadratom razdalje do satelita kar lahko povzroča velika nihanja na sprejemniku.

Primer:

Izračunajte globino presiha (v decibelih) pri sprejemu satelita, ki se giblje po tirnici s perigejem na višini $h_p=300$ km in apogejem na višini $h_a=1600$ km nad površino Zemlje. Satelit je opremljen z neusmerjeno oddajno anteno na valovni dolžini $\lambda=18$ cm. Zemeljska postaja sledi satelitu z usmerjeno anteno, da je odboj od tal zanemarljiv in na jakost sprejetega polja vpliva le spreminjanje razdalje do satelita. ($R_Z=6378$ km)



$$r_{\min} = h_p = 300 \text{ km}$$

$$r_{\max} = \sqrt{(h_a + R_Z)^2 - R_Z^2} = 4793 \text{ km}$$

$$\Delta P_s = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{r_{\max}}{r_{\min}} \right)^2 = \underline{\underline{24,1 \text{ dB}}}$$

Električna izkoristka sprejemne in oddajne antene vnašata dodatno slabljenje v radijsko zvezo. Izkoristek antene se običajno ne podaja ločeno, temveč skupaj s smernostjo v združenem novem parametru antene, ki ga imenujemo dobitek antene G (angl. gain).

$$G_o = D_o \eta_o = \frac{4\pi}{\Omega} \eta_o$$

Izkoristek pravilno načrtovanih anten je blizu enote in dobitek G običajno ni dosti manjši od smernosti D . Podobno kot smernost D tudi dobitek G običajno navajamo v logaritmskih enotah dBi, to je decibelih glede na izotropno (neusmerjeno) anteno.

$$G_o [\text{dBi}] = 10 \cdot \log(G_o)$$

Sprejeto moč na Zemeljskem sprejemniku lahko sedaj zapišemo z dobitkom oddajne antene

$$P_s = \frac{P_o G_o A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2}$$

Oddano moč na satelitu in dobitek oddajne antene na satelitu se običajno opisuje z enim parametrom. Produkt moči oddajnika in dobitka oddajne antene imenujemo efektivna izotropno izsevana moč (angl. Effective Isotropically Radiated Power – EIRP).

$$EIRP = P_o G_o$$

EIRP podaja moč signala, ki ga oddajnik na satelitu odda v smeri geografskega področja, kjer se nahaja sprejemnik.

Primer:

Izračunajte s kakšno močjo signala je napajana oddajna antena z dobitkom $G=37$ dBi na televizijskem satelitu, ki oddaja z $EIRP=57$ dBW.

$$EIRP[\text{dBW}] = 10 \cdot \log\left(\frac{EIRP[\text{W}]}{1 \text{ W}}\right)$$

$$EIRP[\text{W}] = 10^{\frac{EIRP[\text{dBW}]}{10}} = 10^{5,7} = 501 \text{ kW}$$

$$EIRP[\text{dBm}] = 10 \cdot \log\left(\frac{EIRP[\text{W}]}{1 \text{ mW}}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{501 \text{ kW}}{1 \text{ mW}}\right) = 87 \text{ dBm}$$

$$EIRP = P_o G_o$$

$$EIRP[\text{dBm}] = P_o[\text{dBm}] + G_o[\text{dBi}]$$

$$P_o[\text{dBm}] = EIRP[\text{dBm}] - G_o[\text{dBi}] = 87 \text{ dBm} - 37 \text{ dBm} = \underline{\underline{50 \text{ dBm}}}$$

Če za satelitsko zvezo izberemo takšno frekvenco, da je vpliv zemeljskega ozračja zanemarljiv, je izračun slabljenja silno preprost. Edini izvor vstavitvenega slabljenja zveze je tedaj razširjanje valovanja v praznem prostoru na razdalji r od oddajnika do sprejemnika. Ker znaša želeno geografsko področje pokrivanja

$$A_g = \Omega_o r^2 = \frac{4\pi\eta_o}{G_o} r^2,$$

je razmerje sprejete proti oddani moči kar

$$\frac{P_s}{P_o} = \frac{A_s \eta_s \eta_o}{A_g}.$$

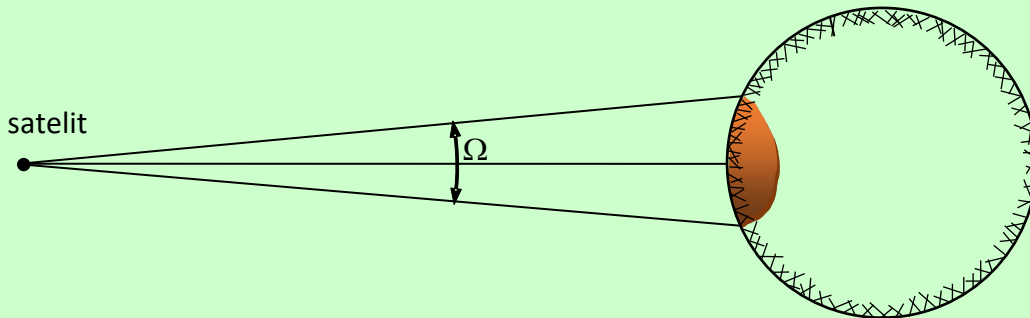
V primeru 100% izkoristkov oddajne in sprejemne antene je slabljenje zveze enako razmerju površin.

$$\frac{P_s}{P_o} = \frac{A_s}{A_g}$$

Anteno na satelitu načrtujemo tako, da osvetli predpisano zemljepisno področje pokrivanja A_g na površini Zemlje. Uporabnik na Zemlji si lahko kvečjemu privoščiti sprejemno anteno velikosti A_s . Razmerje moči sprejemnika in oddajnika P_s/P_o , ki ga imenujemo slabljenje satelitske zveze, je enako razmerju površin sprejemne antene in zemljepisnega področja pokrivanja satelita A_s/A_g .

Primer:

S signalom satelitske televizije želimo pokrivati geografsko področje polmera 1000 km. Koliko moči sprejme satelitski sprejemnik, če ima uporabnik satelitsko anteno s polmerom 0,5 m in izkoristkom 0,8? Satelitski oddajnik seva moč 50 W in izkoristek oddajne antene znaša 0,9. Izračunajte slabljenje radijske zveze.



$$P_s = \frac{P_o A_s \eta_s \eta_o}{A_g} = \frac{P_o \pi r_s^2 \eta_s \eta_o}{\pi r_g^2} = \frac{50 \text{ W} \cdot (0,5 \text{ m})^2 \cdot 0,8 \cdot 0,9}{(1000 \text{ km})^2} = 9 \cdot 10^{-12} \text{ W} = 9 \text{ pW} = \underline{\underline{-80,5 \text{ dBm}}}$$

Slabljenje radijske zveze

$$a = 10 \log \frac{P_s}{P_o} = 10 \log \frac{9 \text{ pW}}{50 \text{ W}} = 10 \log \frac{9 \cdot 10^{-12} \text{ W}}{50 \text{ W}} = -127,4 \text{ dB}$$

12.2.1 Koherentne radijske zveze v praznem prostoru

V radijskih zvezah uporabljamo prostorsko koherentno oddajo in prostorsko koherenten sprejem. Koherentna oddaja v tem primeru pomeni oddajno anteno, ki jo napaja en sam izmenični izvor preko enorodovnega prenosnega voda oziroma skupina izvorov, ki so med sabo vedno sinhronizirani. Prostorsko koherenten sprejem pomeni, da prispevke iz posameznih delov sprejemne antene najprej seštejemo kot kazalce (v enorodoven prenosni vod) in šele nato skupno obdelamo njihovo vsoto (usmerjamo, demoduliramo ipd.)

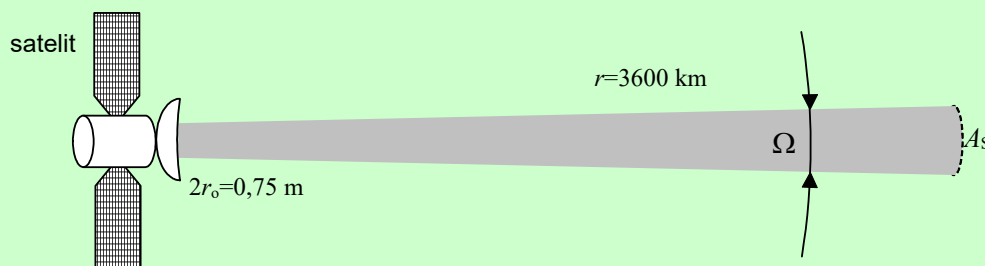
Antena je sestavljena iz posameznih prostorsko razmaknjenih točk. Večja kot je antena, ožji bo smerni diagram in večje bodo napake faze na sponkah sprejemnika.

Za koherentne zveze velja zelo točna fizikalna povezava med njihovo smernostjo D in velikostjo (površino) A .

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

Primer:

Za komunikacijo med satelitoma na razdalji 3600 km se uporablja prostozaračna optična komunikacijska zveza (angl. free-space optic) na valovni dolžini 630 nm. Izračunaj velikost osvetljenega področja, v primeru, ko imamo koherentno optično oddajo s pomočjo laserja, ki oddaja iz zrcala s premerom 75 cm.



$$\text{Površina oddajnika } A_o = \pi r_o^2 = \pi(0,375 \text{ m})^2 = 0,44 \text{ m}^2$$

$$D_o = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_o = \frac{4\pi}{(0,63 \cdot 10^{-6} \text{ m})^2} \cdot 0,44 \text{ m}^2 = \underline{1,4 \cdot 10^{13}} \quad \text{Oddajnik ima zelo visoko smernost!}$$

$$D_o = \frac{4\pi}{\Omega} \quad \Rightarrow \quad \Omega = \frac{4\pi}{D_o} = \frac{4\pi}{1,4 \cdot 10^{13}} = 9 \cdot 10^{-13} \text{ srd}$$

$$\text{Osvetljena površina na razdalji 3600 km znaša } A_s = r^2 \Omega = (3,6 \cdot 10^6 \text{ m})^2 \cdot 9 \cdot 10^{-13} \text{ srd} = 11,6 \text{ m}^2$$

$$\text{Premer osvetljene površine } 2r_o = 2\sqrt{\frac{A_s}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{11,6 \text{ m}^2}{\pi}} = 3,85 \text{ m}$$

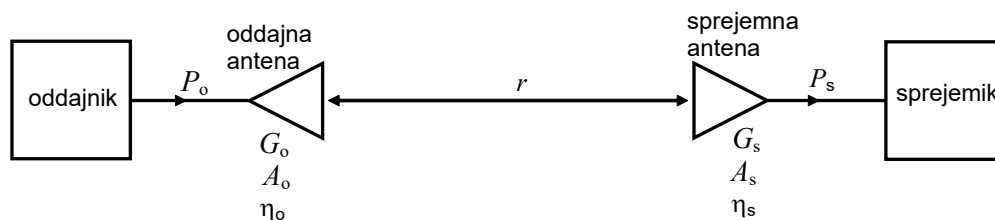
Omenjeni izraz, ki povezuje smernost in površino antene velja za oddajnike in sprejemnike.

Vidimo, da je velikost antene pri želeni smernosti odvisna od valovne dolžine oziroma frekvence na kateri deluje zveza. To velja za katerokoli valovanje v primeru koherentnega sprejema.

Pri koherentnih antenah tudi zelo preprosto vpeljemo načelo recipročnosti, saj lahko isto anteno uporabimo za oddajo ali pa za sprejem. Če je med antenama prazen prostor, se celotna radijska zveza z antenama vred obnaša kot recipročen električni četverpol.

Pri vsem tem se je potrebno zavedati, da bosta električna izkoristka resnične oddajne in sprejemne antene manjša od enote, kot tudi omejitev, da si na vesoljskem plovilu ne moremo vedno privoščiti

poljubno velike antene. Najbolj splošen primer vstavitvenega slabljenja radijske zveze v povsem praznem prostoru je zato prikazan na sliki 71.



Slika 71: Radijska zveza v praznem prostoru

Vstavitveno oziroma prenosno slabljenje radijske zveze lahko izrazimo na tri načine: iz osnovne fizikalne slike, samo z dobitki obeh anten ali samo s površinami obeh anten. Ker sta smernost D in površina antene A povezani preko valovne dolžine, imajo spodnji trije izrazi različno odvisnost od valovne dolžine (frekvence).

$$\frac{P_s}{P_o} = \frac{G_o A_s \eta_s}{4\pi \cdot r^2} = \frac{G_o G_s \lambda^2}{(4\pi r)^2} = G_o G_s \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2$$

Zapis z dobitkom anten imenujemo Frissova enačba za domet koherentne zveze.

Izraz lahko zapišemo tudi s površinami anten

$$\frac{P_s}{P_o} = \frac{A_o \eta_o A_s \eta_s}{r^2 \lambda^2}$$

Izrazi veljajo v popolnoma praznem prostoru, torej le v odsotnosti kakršnihkoli odbojev. Vsi trije izrazi seveda veljajo le na dovolj velikih razdaljah r v Fraunhofer-jevem področju, kar lahko določimo iz prečnih izmer anten d .

$$r \geq \frac{2d^2}{\lambda}$$

Primer:

Televizijski satelit oddaja na frekvenci $f=12$ GHz z efektivno sevano močjo EIRP=60 dBW v smeri sprejemnika na Zemlji. Izračunajte dobitek sprejemne antene $G_s=?$, če na vhodnih sponkah sprejemnika zahtevamo signal jakosti $P_s=-90$ dBm. ($r=40000$ km, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$\lambda = \frac{c}{f} = \underline{0,025 \text{ m}}$$

$$\text{EIRP [dBW]} = 10 \cdot \log\left(\frac{\text{EIRP [W]}}{1 \text{ W}}\right) \Rightarrow P_o G_o = +60 \text{ dBW} = \text{EIRP [W]} = 10^{\frac{\text{EIRP [W]}}{10}} = \underline{10^6 \text{ W}}$$

V enem od prejšnjih primerov smo izračunali, da je $G_o = 170$, kar pomeni, da je $P_o = 6$ kW.

$$P_s [\text{dBm}] = 10 \cdot \log\left(\frac{P [\text{mW}]}{1 \text{ mW}}\right) \Rightarrow P_s [\text{mW}] = -90 \text{ dBm} = 10^{\frac{P_s [\text{dBm}]}{10}} = 10^{-9} \text{ mW} = \underline{10^{-12} \text{ W}}$$

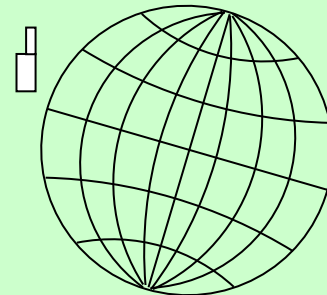
$$G_s = \frac{P_s}{P_o G_o} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = \underline{404,25 = 26,07 \text{ dBi}}$$

$$\Omega = \frac{4\pi}{D_o} = \frac{4\pi}{404,25} = 0,031 \text{ srd}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) \Rightarrow \alpha = \arccos\left(1 - \frac{\Omega}{2\pi}\right) = 5,7^\circ$$

Primer:

Iz satelita želimo narediti zvezo do mobilnega uporabnika na Zemlji, ki ima neusmerjeno anteno. Kolikšno oddajno moč potrebujemo na satelitu? Zveza naj dela na frekvenci $f=1,6$ GHz. Smerni diagram oddajne antene enakomerno pokriva krožno področje s polmerom $r=100$ km na Zemlji. Za zadovoljivo kakovost zveze zadošča $U_s=0,4 \mu\text{V}_{\text{eff}}$ na vhodnih sponkah sprejemnika z impedanco $Z=50 \Omega$ ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)



$$P_s = \frac{U_s^2}{Z} = \frac{(0,4 \cdot 10^{-6} \text{ V})^2}{50 \Omega} = \underline{3,2 \cdot 10^{-15} \text{ W}}$$

$$A_s = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_s = \frac{G_s}{4\pi} \left(\frac{c_0}{f} \right)^2 = \underline{2,798 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}$$

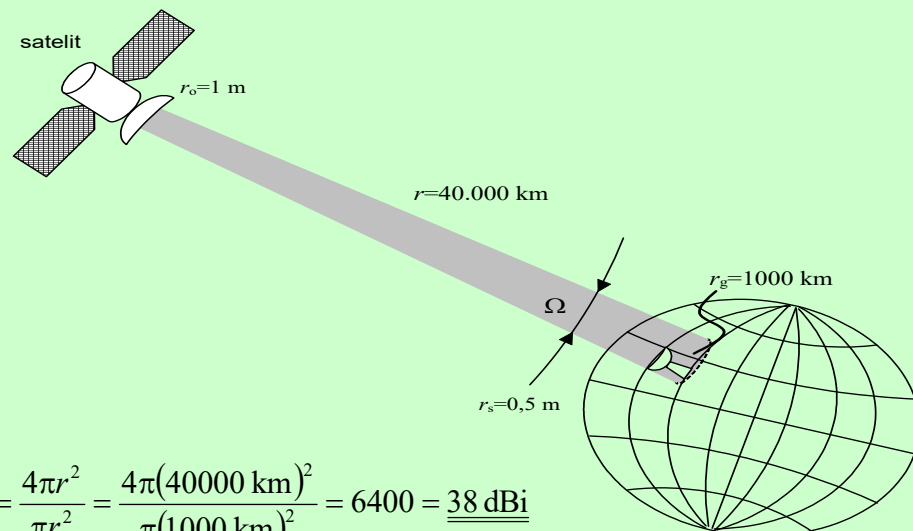
$$A_g = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^{10} \text{ m}^2$$

$$P_o = P_s \cdot \frac{A_g}{A_s} = \underline{\underline{36 \text{ mW}}}$$

Za mobilno zvezo potrebujemo čim nižjo frekvenco in čim večjo oddajno moč.

Primer:

Na višino 40.000 km želimo postaviti satelit, ki bo s signalom satelitske televizije pokrival geografsko področje polmera 1000 km. Kakšna naj bo smernost antene na satelitu? Kakšna je najnižja frekvenca zveze, če na satelitu ne more biti večji krožnik kot s polmerom 1 m, kar je omejitev nosilne rakete?



$$A_g = \Omega r^2$$

$$D_o = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi r^2}{A_g} = \frac{4\pi r^2}{\pi r_g^2} = \frac{4\pi (40000 \text{ km})^2}{\pi (1000 \text{ km})^2} = 6400 = \underline{\underline{38 \text{ dBi}}}$$

$$A_o = \pi r_o^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_o \quad \Rightarrow \quad \lambda^2 = \frac{4\pi^2 r_o^2}{D_o} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi r_o}{\sqrt{D_o}} = \frac{2\pi \cdot 1 \text{ m}}{80} = 7,85 \text{ cm}$$

$$f \geq \frac{c_0}{\lambda} = \underline{\underline{3,82 \text{ GHz}}}$$

Za televizijsko zvezo potrebujemo čim višjo frekvenco zato, da ne bo antena na satelitu prevelika. V praksi se je uveljavila frekvenca 12 GHz.

13. Polarizacija elektromagnetnega valovanja

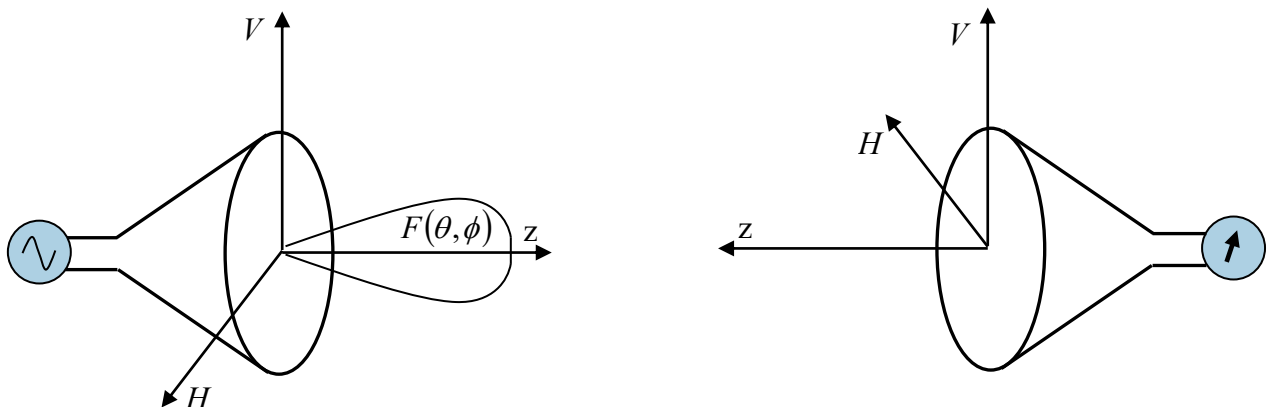
Pri vseh prečnih (transverzalnih) valovanjih je potrebno poleg jakosti, frekvence in faze polja navesti tudi polarizacijo. Elektromagnetno valovanje je prečno valovanje, kar pomeni, da lahko valovanje niha v dveh različnih prečnih smereh glede na smer širjenja valovanja. Glede na te dve možnosti si je potrebno za opis valovanja izbrati koordinatni sistem, ki bo omogočal dogovor o polarizaciji antene. Za računanje s polarizacijo, je smiselno uvesti primeren koordinatni sistem in poljubno polarizirano polje razstaviti na poznane koordinate. Pri polarizaciji elektromagnetnega valovanja vedno navajamo le smer vektorja električnega polja. V področju daljnega polja antene je z vektorjem električnega polja točno določena tudi smer in velikost vektorja pripadajočega magnetnega polja.

Polarizacija je podana kot nihajna ravnina, v kateri ležita vektor smeri valovanja S in valovni vektor električne poljske jakosti E .

Vsokršno nihanje električnega polja lahko zapišemo z vertikalno in horizontalno polarizacijo. Za koordinate izberemo vertikalno in horizontalno smer, pri čemer je tretja os koordinatnega sistema usmerjena kamor kaže glavni snop antene.

$$\vec{I}_V \times \vec{I}_H = \vec{I}_z$$

Na ta način je koordinatni sistem enako definiran ne glede na to, ali dela antena v sprejemnem ali v oddajnem načinu. V satelitskih sistemih je horizontalna os definirana kot smer vzhod-zahod, vertikalna pa v smeri sever-jug. S tem je horizontalna polarizacijska ravnina vzporedna ekvatorialni ravnini, vertikalna polarizacijska ravnina pa je vzporedna zemljini osi.



Slika 72: Dogovor glede smeri in izbire koordinatnega sistema za oddajno in sprejemno anteno.

Polarizacija je lastnost časovno-prostorskega spreminjanja električnega polja. Pri linearni polarizaciji električno polje ohranja smer in spreminja velikost. Pri krožni polarizaciji električno polje ohranja velikost, vendar enakomerno rotira. Pri eliptični polarizaciji, ki je splošen primer, električno polje spreminja velikost in smer tekom periode.

	linearna polarizacija (angl. linear polarization)	eliptična polarizacija (angl. elliptical polarization)	krožna polarizacija (angl. circular polarization)
smer polja	se ohranja	se spreminja	se spreminja
velikost polja	se spreminja	se spreminja	se ohranja
polarizacijska baza	horizontalno-vertikalna $\vec{I}_H (\vec{I}_\phi) \quad \vec{I}_V (\vec{I}_\theta)$	eliptično desno- in levosučna	krožna desno- in levosučna $\vec{I}_D \quad \vec{I}_L$

Električno pole se v elektromagnetnem valu lahko giblje navzgor navzdol ali pa kroži v levo ali desno. Če vodoravno nihanja zaostaja za 90 stopinj, dobimo krožno nihanje, ki ga imenujemo desna krožna

polarizacija. Če vodoravno nihanje prehitava navpično nihanje za 90 stopinj, dobimo levo krožno polarizacijo.

Linearna in krožna polarizacija sta skrajna primera splošne eliptične polarizacije in sta v praksi idealizacija resničnega polarizacijskega stanja elektromagnetnega polja. Splošno eliptično polarizacijo lahko sestavimo iz dveh linearnih ali dveh krožnih komponent.

Poljubno polarizirano valovanje izrazimo kot vsoto dveh znanih ortogonalnih komponent: vertikalne in horizontalne (vertikalni smerni vektor \bar{I}_V in horizontalni smerni vektor \bar{I}_H) ali pa desne krožne in leve krožne komponente (desni smerni vektor \bar{I}_D in levi smerni vektor \bar{I}_L). Pri razstavljanju na komponente ne smemo pozabiti, da je kvadrat velikosti vektorja s kompleksnimi komponentami dan s skalarnim produktom vektorja z njegovo konjugirano-kompleksno vrednostjo.

Krožne komponente lahko zapišemo z linearnimi komponentami

$$\bar{I}_D = \frac{\bar{I}_V - j\bar{I}_H}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{I}_V + j\bar{I}_H}{\sqrt{2}}$$

ali kot razmerje linearnih komponent ali kot razmerje krožnih komponent, ki se označuje s črko Q.

$$Q = \frac{E_L}{E_D}$$

Q je kompleksno število, ki nam povsem točno opiše polarizacijske lastnosti valovanja. Q lahko naravnost izmerimo tako, da polje sprejemamo z dvema antenama, ena desno in druga levo polarizirani. Sprejeti signal se vodi na kvocientni merilnik, ki izmeri razmerje amplitud ter medsebojno fazo.

Z razmerjem krožnih komponent je tudi definirano osno razmerje oziroma eliptičnost polarizacije. Ker je dobre krožno polarizirane antene težko tehnično izdelati, je lažje izmeriti osno razmerje polarizacije. Osno razmerje R (angl. Axial Ratio) je definirano kot razmerje med minimumom in maksimumom signala, ki ga dobimo pri obračanju ravnine polarizacije linearno polarizirane sprejemne antene.

$$R = \left| \frac{1+|Q|}{1-|Q|} \right|$$

Osno razmerje pogosto podajamo v logaritemskih enotah (decibelih).

$$R[\text{dB}] = 20 \cdot \log_{10} R = 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{1+|Q|}{1-|Q|} \right|$$

Iz osnega razmerja lahko izračunamo samo velikost razmerja krožnih komponent Q, fazo bi lahko dobili iz poznavanja položaja minimuma oziroma maksimuma.

Primer:

V satelitskih komunikacijah pogosto izkoriščamo ortogonalne polarizacije, da v istem frekvenčnem pasu prenašamo dve neodvisni oddaji. Določite jakost neželenega presluha (v decibelih), če satelit oddaja z idealnima desno in levo krožno polarizacijo, sprejemnik pa ima neidealno anteno z osnim razmerjem $R=1$ dB.

$$R[\text{dB}] = 20 \log \frac{|U_{\max}|}{|U_{\min}|} \quad R = 10^{\frac{1}{20}} = 1,122 \quad R = \frac{1+|Q|}{1-|Q|}$$

$$Q = \frac{R-1}{R+1} = \frac{1,122-1}{1,122+1} = 0,058 \quad Q = \frac{E_L}{E_D} = 20 \cdot \log 0,058 = \underline{\underline{-24,8 \text{ dB}}}$$

Če poznamo polarizacijo sprejemne in oddajne antene, izražene s krožnimi razmerji Q_0 in Q_1 , potem lahko izračunamo faktor (izkoristek) prenosa moči glede na maksimalno moč, ki bi jo dobil, če bi polarizacijo ene od anten točno prilagodili na polarizacijo druge antene. Faktor skladnosti polarizacije se obnaša kot izkoristek. Zaradi tega mora biti polarizacija oddajne in sprejemne antene pozorno poravnana.

$$\eta_p = \frac{|1 + Q_0 Q_1|^2}{(1 + |Q_0|^2)(1 + |Q_1|^2)}$$

Polarizacija TX		Q_{TX}	R_{TX}	Faktor skladnosti η / polarizacija RX					
				VP	HP	RHCP	LHCP	PP ₄₅	PP ₁₃₅
VP	$\vec{1}_V$	1	∞	1	0	1/2	1/2	1/2	1/2
HP	$\vec{1}_H$	-1	∞	0	1	1/2	1/2	1/2	1/2
RHCP	$\vec{1}_D$	0	1	1/2	1/2	1	0	1/2	1/2
LHCP	$\vec{1}_L$	∞	1	1/2	1/2	0	1	1/2	1/2
PP ₄₅	$(\vec{1}_V + \vec{1}_H)/\sqrt{2}$	-j	∞	1/2	1/2	1/2	1/2	0	1
PP ₁₃₅	$(\vec{1}_V - \vec{1}_H)/\sqrt{2}$	j	∞	1/2	1/2	1/2	1/2	1	0

Primer:

Oddajnik za področje C (od 4 do 8 GHz) na Intelsatovem geostacionarnem satelitu Galaxy 3C je opremljen z linearno polarizirano anteno. Zaradi napake v stabilizaciji lege na satelitu kot med polarizacijo oddajnika in linearno polarizirano sprejemno anteno naraste na 45°. Za koliko upade razmerje signal/šum satelitske zveze?

3 dB

Primer:

Umetni satelit je opremljen z linearno polarizirano anteno in se nenadzorovano suče. Kolikšno je razmerje sprejete moči $P_{max}/P_{min}=?$ na zemeljski postaji, ki je opremljena z neidealno krožno polarizirano anteno s $|Q_s| = 0,1$?

$$R = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{|1 + |Q||}{|1 - |Q||} = \frac{|1 + 0,1|}{|1 - 0,1|} = \frac{1,1}{0,9} = 1,2\bar{2}$$

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \left(\frac{U_{max}}{U_{min}} \right)^2 = 1,22^2 = \underline{\underline{1,5}}$$

13.1 Depolarizacija satelitskega signala

Ionosfera, ki se nahaja na višini med 50 in 500 km, je sestavljena iz različnih plasti s prostimi elektroni in ioni. Ionizacijo v glavnem povzroča visoko-energijsko sevanje iz Sonca in je odvisna od sončne aktivnosti, časa dneva, letnega časa in geografskega položaja. Frekvence nižje od 30 MHz so lahko popolnoma odbite od ionosfere. Višje frekvence pa so oslABLJENE in v primeru linearne polarizacije prihaja do premika polarizacijske ravnine, kar poznamo kot pojav Faradayeve rotacije.

Faradayeve rotacije je odvisna od kvadrata frekvence¹ in znaša pri frekvenci 0,5 GHz 432 stopinj, pri frekvenci 1 GHz je 108 stopinj, pri frekvenci 3 GHz je 12 stopinj, pri frekvenci 10 GHz pa zgolj 1,1 stopinje. Vrednosti so navedene za 30 stopinjsko elevacijo in gostoto elektronov 10^{18} elektronov/m³.

Do Faradayevega pojava pride zaradi interakcije elektromagnetnega valovanja z zemljenim magnetnim poljem. Faradayeve rotacije je najbolj opazna pri nižjih frekvencah. Ker je krožna polarizacija neobčutljiva na rotacijo, se v satelitskih komunikacijah uporabljata leva in desna krožna polarizacija. Linearno polarizacijo pa je smiselno uporabljati zgolj pri visokih frekvencah, kjer je Faradayeve rotacije zanemarljiva. Padavine (dež) ima manjši vpliv na linearno polarizacijo v primerjavi s krožno polarizacijo.

Primer:

Navigacijski satelit ima na krovu RHCP polarizirano anteno. Zveza deluje na 1575,42 MHz. Izračunaj moč na sprejemniku, v primeru, da je sprejemna antena linearno polarizirana.

Moč na sprejemniku je za 3 dB znižana zaradi polarizacijske neuskkljenosti.

Pri že tako šibkem signalu iz navigacijskega satelita, je 3-dB zmanjšanje moči usodno za sprejem.

Primer:

V ionosferi prihaja do sukanja polarizacije zaradi Faradayevega pojava. Pri sprejemu linearno polariziranega signala s frekvenco 1,3 GHz iz geostacionarnega satelita, ki ga vidimo pod kotom elevacije 30°, zapazimo 90° zasuk polarizacije. Koliko znaša zasuk polarizacije pri signalu s frekvenco 3 GHz iz istega satelita.

$$\theta \propto f^{-2}$$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{f_2^2}{f_1^2}$$

$$\theta_2 = \theta_1 \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^2 = 90^\circ \left(\frac{1,3}{3} \right)^2 = \underline{\underline{16,9^\circ}}$$

¹ Luis J. Ippoltio, Satellite Communications Systems Engineering, Polarisation rotation, str. 99.

Primer:

V ionosferi prihaja do sukanja polarizacije zaradi Faradeyevoga pojava. Ta pojav nas bi motil, če bi GPS sateliti uporabljali linearno polariziran signal namesto desno krožne polarizacije. Koliko bi znašal zasuk polarizacije pri sprejemu linearno polariziranega signala L1 s frekvenco 1575,42 MHz, če smo pri sprejemu linearno polariziranega signala L2, iz istega satelita, s frekvenco 1227,6 MHz zapazili 108° zasuk polarizacije.

$$\theta \propto f^{-2}$$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{f_2^2}{f_1^2}$$

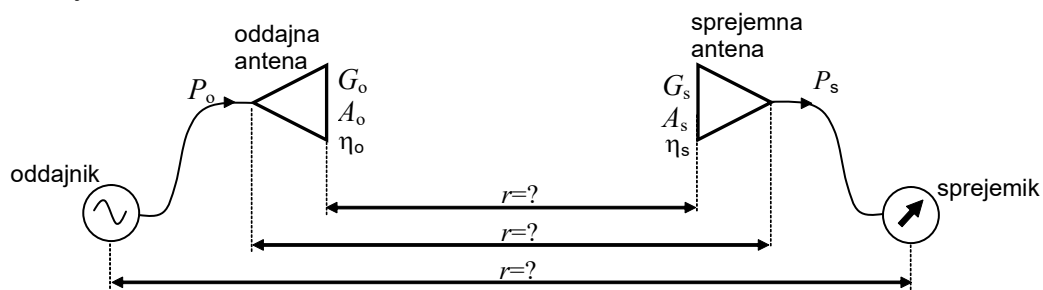
$$\theta_2 = \theta_1 \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^2 = 108^\circ \left(\frac{1227,6}{1575,42} \right)^2 = \underline{\underline{65,6^\circ}}$$

14. Antene v satelitskih zvezah

Zelo pomemben element satelitske komunikacijske zveze sta oddajna in sprejemna antena. V splošnem je antena kovinska struktura, ki seva in sprejema elektromagnetno energijo. Ker so lastnosti satelitske komunikacijske zveze v veliki meri odvisne od izbranih anten, si bomo v tem poglavju pogledali glavne parametre in vrste anten, ki so primerne za satelitske zveze. Določitev faznega središča antene in izračun Fraunhoferjevega področja sta pomembna pri konstrukciji in meritvah anten namenjenim satelitskim komunikacijam. V satelitskih zvezah se le v primeru telegrafijskih in telemetrijskih zvez na satelitu uporabljajo dipolne antene z majhno smernostjo. V vseh ostalih primerih so zaželenne antene z veliko smernostjo, ki so lahko v obliki valovodnega lijaka, večeelementne Yagi-Uda antene, antenske skupine, ali za svoje delovanje uporabljajo različna zbiralna zrcala.

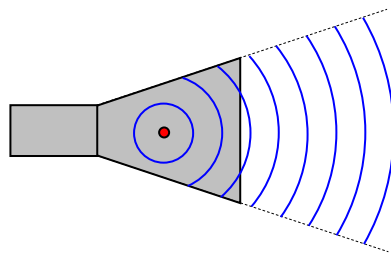
14.1. Fazno središče antene

Moč sprejetega signala v radijski zvezi upada s kvadratom razdalje med oddajnikom in sprejemnikom. Pri tem se pojavi vprašanje, med katerimi točkami je merjena razdalja med antenami, kot prikazuje slika 73. Medsebojna razdalja je lahko pojmovana kot razdalja od konca oddajne antene do začetka sprejemne antene, ali kot razdalja med antenskimi priključki, ali celo razdalja med generatorjem in sprejemnikom. Problem določitve medsebojne razdalje je še posebej pomemben na kratkih razdaljah, vendar bomo videli, da igra pomembno vlogo tudi pri konstrukciji anten, ki se uporabljajo v satelitskih komunikacijah.



Slika 73: Določanje medsebojne razdalje v radijski zvezi.

Izkaže se, da je za medsebojno razdaljo smiselno vzeti razdaljo med faznim središčem oddajne antene in faznim središčem sprejemne antene. Fazno središče antene je točka, iz katere navidezno izhajajo valovne fronte sevanja antene, kot prikazuje slika 74. Če anteno vrtimo okoli faznega središča, se faza sprejemanega (ali oddanega) polja ne spreminja.



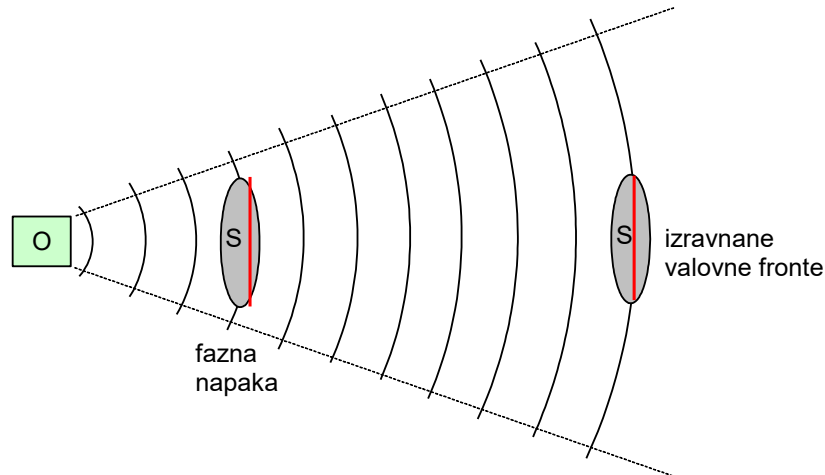
Slika 74: Fazno središče lijakaste antene.

Fazno središče antene je pomembno pri sestavljanju skupine anten ali antene z zbiralnim zrcalom, ko moramo namestiti žarilec natančno tako, da fazno središče žarilca sovpade z goriščem zrcala. Najbolj razširjeno zrcalo je parabolično zrcalo, ki ima točkasto gorišče in zato zahteva žarilec, ki ima točkasto fazno središče. Točka faznega središča je zato pomemben podatek žarilca, ki ga moramo izračunati ali izmeriti.

Točka faznega središča antene je določena s tremi koordinatami. Pri rotacijsko simetrični anteni sta dve koordinati faznega središča razmeroma enostavno določljivi, saj fazno središče leži na osi antene. Tretjo koordinato je najlažje določiti s premikanjem antene v smeri neznane koordinate faznega središča in iskanjem točke, okoli katere se lahko vrti antena brez sprememb faze signala.

14.2. Fraunhoferjevo področje delovanja zveze

Vzemimo oddajnik radijskega valovanja in sprejemnik, ki delujeta v koherentnem načinu. Daleč stran od oddajnika so valovne fronte dokaj ravne in na sprejemniku ni nikakršne fazne napake, kot prikazuje slika 75. Bližje kot sta si sprejemnik in oddajnik večja je fazna napaka. Pri velikosti fazne napake pa ne igra vlogo zgolj oddaljenost med oddajnikom in sprejemnikom, temveč tudi velikost sprejemnika. Večji sprejemniki imajo večjo fazno napako. Za kvaliteto zveze se fazna napaka obnaša kot podosvetlitev sprejemnika, kar pomeni, da sprejemnik prejme manj moči, kot če fazne napake ne bi bilo.



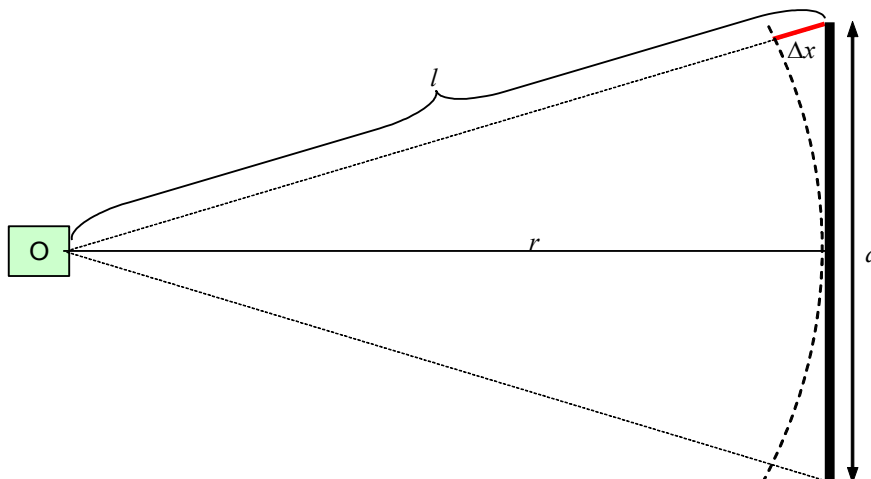
Slika 75: Valovne fronte in pripadajoča fazna napaka.

Izračunajmo fazno napako $\Delta\varphi=k\cdot\Delta x$ pri sprejemniku premera d , ki je nameščen na razdalji r od izvora valovanja, kot prikazuje slika 76. Razdalja od izvora valovanja do roba sprejemnika je

$$l = \sqrt{r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

Krajevni premik faze na robu sprejemnika znaša

$$\Delta x = l - r = \sqrt{r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} - r = r \sqrt{1 + \left(\frac{d}{2r}\right)^2} - r$$



Slika 76: Krajevni premik faze.

Ker je velikost sprejemnika vedno mnogo manjša od razdalje med oddajnikom in sprejemnikom, je pod korenem zelo majhno število na kvadrat. Ob predpostavki, da je ε majhno število, velja

$$\sqrt{1 + \varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}$$

Krajevni premik faze torej znaša približno

$$\Delta x \approx r \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d}{2r} \right)^2 \right) - r = r + \frac{d^2}{8r} - r = \frac{d^2}{8r}$$

Fazna napaka, ki nastane zaradi krajevnega premika faze, znaša

$$\Delta\varphi = k \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \approx \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d^2}{8r} = \frac{\pi d^2}{4\lambda r}$$

Fazna napaka ima za posledico znižanje sprejete moč, kar za tipične vrednosti podaja spodnja tabela.

$$\Delta P = 20 \log_{10} \left(\frac{\sin(\Delta\varphi/2)}{\Delta\varphi/2} \right)$$

Minimalna oddaljenost od oddajnika je odvisna od maksimalne dovoljene fazne napake.

$$r > r_{\min} = \frac{\pi d^2}{4\lambda \cdot \Delta\varphi_{\max}}$$

$\Delta\varphi$	2π	π	$\pi/2$	$\pi/4$	$\pi/8$
r_{\min}	$\frac{d^2}{8\lambda}$	$\frac{d^2}{4\lambda}$	$\frac{d^2}{2\lambda}$	$\frac{d^2}{\lambda}$	$\frac{2d^2}{\lambda}$
$\Delta P_s [\text{dB}]$	$-\infty \text{ dB}$	-4 dB	-1 dB	$-0,25 \text{ dB}$	$-0,06 \text{ dB}$

Da ne dobimo napake zaradi spremembe faze in s tem zmanjšanje sprejete moči, je praktično dopustna fazna napaka manjša od $\pi/8$.

$$\Delta\varphi \leq \frac{\pi}{8} \geq \frac{\pi d^2}{4\lambda r}$$

Od tukaj izvira Fraunhoferjev pogoj $r \geq \frac{2d^2}{\lambda}$

Če imamo anteno bližje, torej če je r manjši od Fraunhoferjevega pogoja, P_s ni več v odvisnosti od r^2 .

Primer:

Izračunaj Fraunhoferjev pogoj za anteno v obliki satelitskega krožnika s premerom $d=80$ cm, ki deluje na 12 GHz.

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{12 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 2,5 \text{ cm}$$

$$r_o \geq \frac{2d^2}{\lambda} = \frac{2 \cdot (0,8 \text{ m})^2}{0,025 \text{ m}} = 51,2 \text{ m}$$

Primer:

Izračunaj Fraunhoferjev pogoj za anteno radioteleskopa s premerom $d=30$ m, ki deluje na frekvenci 30 GHz.

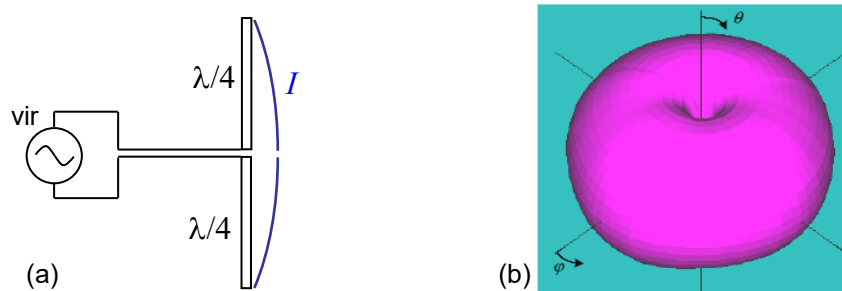
$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{30 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 1 \text{ cm}$$

$$r_o \geq \frac{2d^2}{\lambda} = \frac{2 \cdot (30 \text{ m})^2}{0,01 \text{ m}} = 180 \text{ km}$$

14.3. Dipolna antena

Dipolna antena je najpreprostejša antena in najbolj znana antena. Njena dolžina znaša $\lambda/2$, zaradi česar jo imenujemo tudi polvalovni dipol. Sestavlja jo ravna žica dolžine $\lambda/2$, ki je na sredini priključena na napajalni izmenični vir, kot je prikazano na sliki 77. Porazdelitev toka na dipolni anteni in njen smerni sevalni diagram sta prikazana na sliki 74. Sevano polje je najmočnejše v pravokotni smeri antene, v vzporedni smeri dipolov pa ima ničle smernega sevalnega diagrama. $F(\theta, \phi) = \sin \theta$

Smernost polvalovnega dipola znaša $D=1,6=2,15$ dBi.



Slika 77: Porazdelitev toka (a) in smerni sevalni diagram (b) dipolne antene.

14.4. Antene z veliko smernostjo

Smernost polvalovnega dipola je zgolj 2,15 dBi, kar je za satelitske komunikacije premalo, saj smo v primerih iz prejšnjega poglavja imeli števila celo nad 30 dBi. Smiselno je torej razmisliti o povečanju smernosti. V ta namen lahko uporabimo štiri rešitve, ki so opisane v nadaljevanju. Vse štiri rešitve tudi odpravljajo kvadratno napako faze.

14.4.1. Valovodni lijak

Valovodni lijak je preprosta antena narejena kot podaljšek valovoda. Kakorkoli namreč oblikujemo konec kovinskega valovoda v lijak pravokotnega, okroglega ali drugačnega prereza, se naprava vedno obnaša kot usmerjena antena. Celo odrezan konec valovoda se obnaša kot antena, ki jo s pridom uporabljamo, na primer kot žarilec za osvetljevanje paraboličnih zrcal.

Uporabo valovodnih lijakov seveda pogojuje uporaba kovinskih valovodov kot prenosnih vodov, kar pomeni, da takšne antene običajno uporabljamo na visokih frekvencah nad 1 GHz. Lijaki so relativno enostavni za izdelavo in razmeroma neobčutljivi na tolerance izdelave.

V splošnem so izgube v lijaku zanemarljive in lahko predpostavimo, da je dobitok enak smernosti. Naloga lijaka je proizvesti konstantno fazo iz odprtine (slika 78), ki je večja od valovodne odprtine in od tod tudi večja smernost. Prve lijakaste antene je v piramidni obliki proizvedel znanstvenik India Jagadish Chandra Bose leta 1897.



Slika 78: Valovne fronte znotraj valovodnega lijaka.

Od velikosti in oblike lijaka (ali trobente) ter vzbujevalnega valovoda so seveda odvisne lastnosti antene. S pravokotnim kovinskim valovodom običajno vzbujamo lijak pravokotnega prereza v obliki piramide, kot je to prikazano na sliki 76. Polarizacija takšnega lijaka seveda ustreza smeri električnega polja v valovodu, ki za osnovni valovodni rod TE₁₀ kaže v smeri krajše stranice valovoda.

Antena na spodnji sliki je torej pokončno polarizirana. Če želimo lijak z obema polarizacijama, pokončno in vodoravno, oziroma za krožno polarizacijo, se izdelava lijaka kvadratnega ali okroglega

prereza. Za eno samo linearno polarizacijo (pokončno ali vodoravno) pa s pravokotnim prerezom prihranimo nekaj prostora in pločevine.

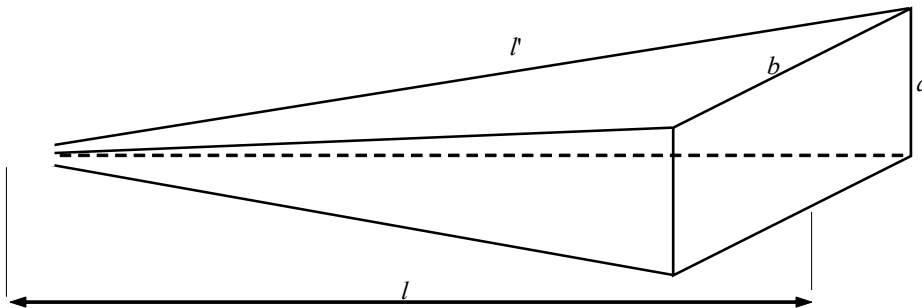
Če nas zanima le dobitok lijaka in ne postavljamo nobenih posebnih zahtev za obliko smernega sevalnega diagrama, potem izmere odprtine lijaka (a in b) izberemo kot

$$a = 0,3675 \cdot \lambda \cdot \sqrt{G}$$

$$b = 0,4675 \cdot \lambda \cdot \sqrt{G}$$

Pri tem moramo v oba izraza vstaviti valovno dolžino (v praznem prostoru) in želeni dobitok antene G , izražen v linearnih enotah, ne v decibelih!

Dolžino lijaka l je težje določiti. Pri prekratkem lijaku valovne fronte na odprtini niso ravne, pač pa ukrivljene, kar odžira dobitok antene. Kvadratno napako faze, ki nastane na izhodu lijaka, se izračuna iz geometrije lijaka, ki ga prikazuje slika 79.



Slika 79: Pravokotni valovodni lijak.

$$l' = \sqrt{l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = l \sqrt{1 + \left(\frac{a}{2l}\right)^2 + \left(\frac{b}{2l}\right)^2}$$

Ob predpostavki, da je ε majhno število velja $\sqrt{1 + \varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}$ in se zgornji izraz preoblikuje v

$$l' \approx l \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2l}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2l}\right)^2\right) = l + \frac{a^2 + b^2}{8l}$$

$$\text{Kvadratna napaka faze znaša } \Delta\varphi = (l' - l) \cdot k = (l' - l) \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{a^2 + b^2}{8l} \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$

Iz tega sledi, da imajo dolgi lijaki majhno napako faze.

Primer:

Izračunaj dolžino lijaka s kvadratno odprtino primerne za sprejem signala iz satelita na frekvenci 12 GHz z zahtevano smernostjo 37 dBi. Lijak naj ima kvadratno napako faze manjšo od $\pi/4$.

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{12 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}} = 0,025 \text{ m}$$

$$D = 10^{\frac{D[\text{dBi}]}{10}} = 10^{3,7} = 5000$$

$$\text{Za koherentno zvezo velja } a^2 = A = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot D = \frac{(0,025 \text{ m})^2}{4\pi} \cdot 5000 = 0,25 \text{ m}^2$$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{4} = \frac{2a^2}{8l} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \quad l = \frac{2a^2}{\lambda} = \frac{0,5 \text{ m}^2}{0,025 \text{ m}} = 20 \text{ m}$$

Zanemarljivo zmanjšanje sprejete moči dobimo pri fazni napaki manjši od $\pi/8$. Za odpravo kvadratne napake faze je potrebno uporabiti dolge lijake, kar je največkrat nepraktično in tudi neekonomično s stališča porabe materiala.

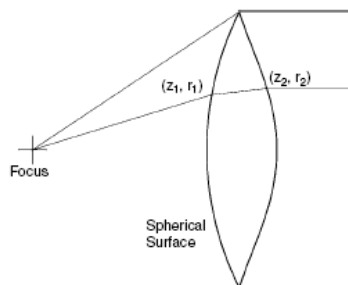
V grobem povedano, potrebna dolžina lijaka l narašča sorazmerno kvadratu izmer odprtine a ali b . Lijaki za velike dobitke so zato zelo dolgi in položni. Enostavnih piramidnih lijakov zato običajno ne gradimo za dobitke, večje od 25 dBi, saj postanejo dosti večji in težji od drugih vrst anten.

Antena z dobitkom 20-23 dBi ima širino glavnega lista smernega sevalnega diagrama v velikostnem razredu 10-15 stopinj. Tovrstni valovodni lijaki se najpogosteje uporabljajo za primarni vir v zrcalnih antenah.

Smerni sevalni diagram valovodnih lijakov je zelo čist. Razen glavnega in prvih bočnih snopov valovodni lijaki skoraj nimajo drugih stranskih snopov.

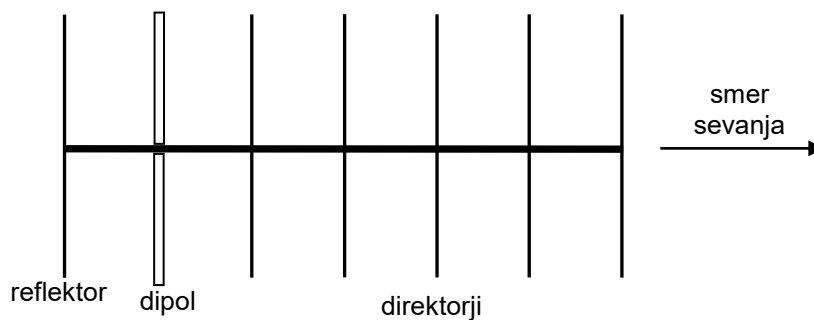
14.4.2. Antene z zbiralno lečo

Princip zbiralne leče, ki ga prikazuje slika 80, temelji na tem, da je v snovi manjša valovna dolžina, zaradi česar se valovne fronte izravnajo. Primeri iz optike, ko se uporablja zbiralna leča, so za radijsko tehniko neprimerni, ker bi se zaradi veliko večje valovne dolžine porabilo preveč materiala.



Slika 80: Dielektrična leča.

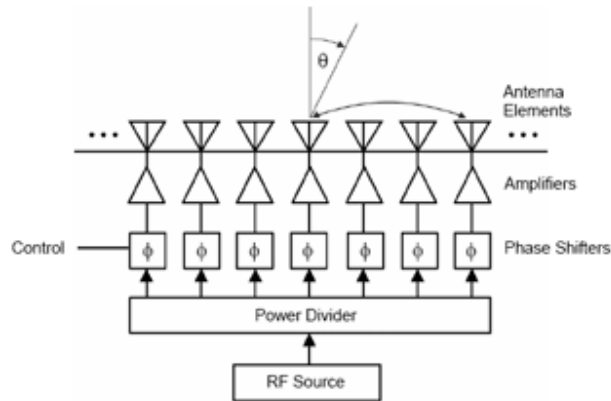
Namesto dielektrične leče se lahko izdelata kovinske palčke, kot prikazuje slika 81. Anteno takšne oblike imenujemo Yagi-Uda. Narejene so iz razporeditve paralelnih dipolnih elementov. Najdaljši element je reflektor, ostali so usmerjevalci. Valovi se širijo od direktorja proti usmerjevalcem.



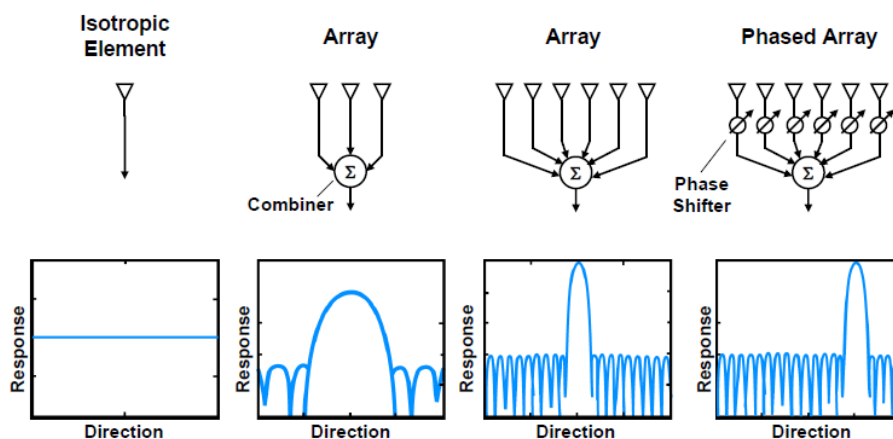
Slika 81: Sedem elementna Yagi-Uda antena.

14.4.3. Skupina anten

Smernost antene je mogoče izboljšati tudi tako, da se več anten veže v skupino (angl. phased array antenna), kot prikazuje slika 82. Število anten, ki jih je smiselno vezati v skupino, s frekvenco upada, ker rastejo izgube v napajalnih kabljih in fazne napake zaradi netočnih dolžin kablov in položajev anten.



Slika 82: Antenska skupina.

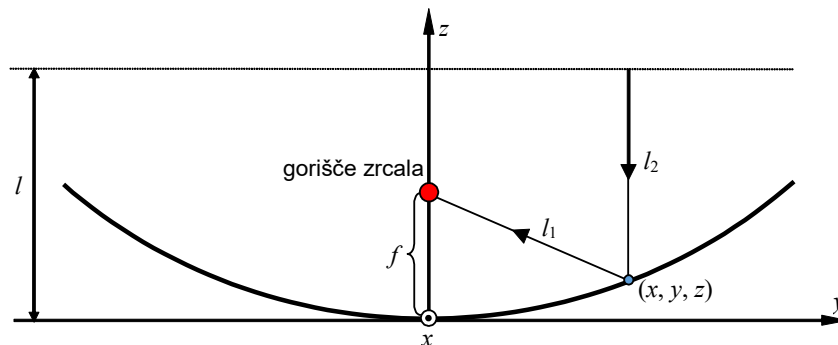


Slika 83: Prikaz delovanja antenske skupine.

14.4.4. Zbiralno zrcalo

Kadar na visokih frekvencah potrebujemo anteno z velikim dobitkom, je najbolj primerna izbira antena s parabolničnim zbiralnim zrcalom. Zrcalne antene so danes najbolj razširjena vrsta usmerjenih anten, ki se uporabljajo v satelitskih komunikacijah, radarski tehniki in radioastronomiji. Z njimi sorazmerno preprosto uresničimo veliko površino, ki je potrebna za dane smerne karakteristike antene, kot jih narekuje komunikacijski, radarski ali drugi koherentni sistemi.

Zrcalno anteno sestavlja primarni vir – žarilec (angl. feed), ki oddaja ali zbira od zrcala odbite radijske valove. Osnovno delovanje zbiralnega zrcala je prikazano na sliki 84, kjer je teme zbiralnega zrcala postavljeno v koordinatno izhodišče. Zrcalo mora delovati tako, da se vpadni valovi, ki prihajajo vzporedno z glavno osjo zrcala, po odboju od površine zrcala zberejo v gorišču zrcala, kjer je nameščen žarilec.



Slika 84: Zbiranje žarkov v gorišču zrcala.

Razdalji, po katerih potuje žarek, znašata $l_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (f - z)^2}$ in $l_2 = l - z$

Antena z zbiralnim zrcalom ima edinstveno lastnost, da vsi žarki od poljubne točke do žarilca (preko odboja od zrcala) prepotujejo enako razdaljo. Vsota l_1 in l_2 iz slike 81 je torej konstantna in v primeru središčnega žarka enaka $f + l$.

$$l_1 + l_2 = \text{konst.} = f + l$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + (f - z)^2} + (l - z) = f + l$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + (f - z)^2} = f + z$$

$$x^2 + y^2 + f^2 - 2fz + z^2 = f^2 + 2fz + z^2$$

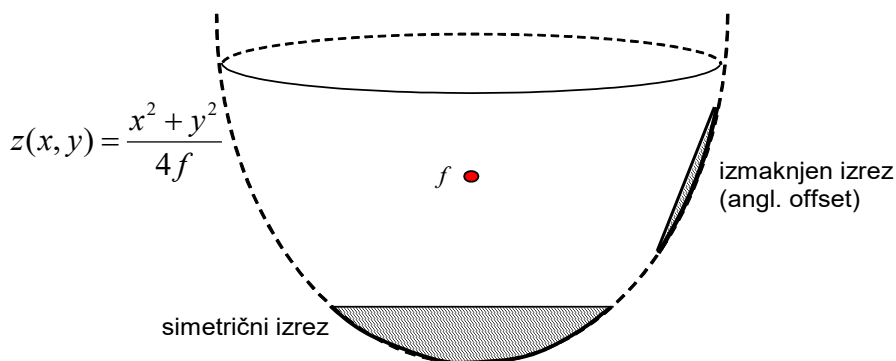
$$x^2 + y^2 = 4fz$$

$$z(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{4f}$$

Vidimo, da je rešitev za obliko zrcala, ki vse žarke zbere v enem gorišču, **rotacijski paraboloid**. To je ukrivljena ploskev, ki jo dobimo, če krivuljo parabole zavrtimo okrog osi, ki gre skozi njeno teme in gorišče. Na rotacijskem paraboloidu lahko naredimo različne izreze površine, ki predstavljajo zrcalo antene, kot prikazuje slika 85. Najbolj običajna sta simetrični in izmaknjen izrez.

Rotacijsko parabolno zrcalo s središčno odprtino simetričnega izreza je za izdelavo najpreprostejše. Iz tega razloga so v praksi tudi najbolj razširjene antene s simetričnim izrezom. Seveda tovrstne antene zadovoljujejo vse osnovne zahteve za izvedbo zvez v satelitskih komunikacijah.

Nekoliko zahtevnejše za izdelavo je rotacijsko parabolno zrcalo z izmaknjeno odprtino, ki zadovoljuje že zahtevnejše zveze komunikacijskega ali radarskega sistema. Glavna prednost izmaknjene zrcala je v tem, da primarni vir ne povzroča sence in je zato smerni sevalni diagram čistejši. V zrcalu z izmaknjenim izrezom se ne nabira sneg, kar je tudi ena od njenih prednosti. Ker je anteno z izmaknjenim zrcalom težje usmeriti v satelit, ima roko, ki drži primarni vir, usmerjeno v smeri glavnega snopa.



Slika 85: Simetrični in izmaknjen izrez rotacijskega paraboloida.

Če želimo prihraniti na materialu (pločevini) lahko naredimo zrcalo antene iz mreže, vendar luknje antene ne smejo biti večje od desetinke valovne dolžine. Za primer satelitske zveze na 12 GHz, je luknja največ premera 2,5 mm.

	simetrični izrez	izmaknjen izrez (angl. offset)
senca	ima senco	nima sence
zahtevnost	lažja izdelava	težja izdelava
sprejemna površina	večja površina	manjša površina
material	manj pločevine	več pločevine
lega	vodoravna (nabira sneg)	navpična (ne nabira padavin)

Tabela 1: Primerjava lastnosti zrcala s simetričnim in izmaknjenim izrezom.

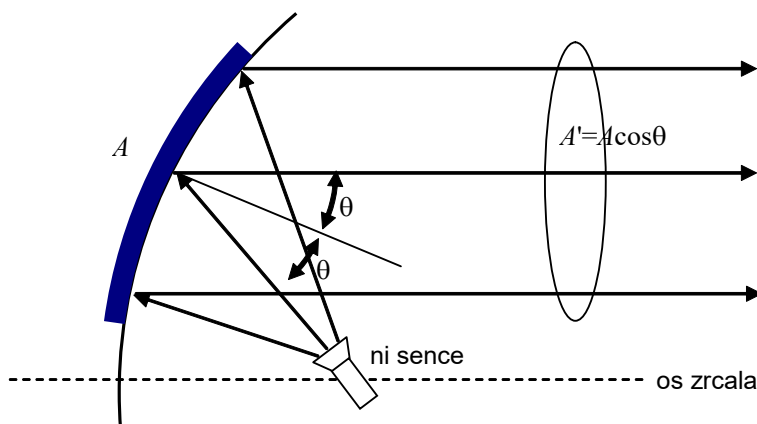
Velikost antene oziroma njene odprtine je najpomembnejši podatek, saj določa največji možni dobitek pri določeni frekvenci. V koherentnih zvezah sta dobitek oziroma smernost zrcala omejena le s površino, s katero zrcalo prestreže valove. Dobitek je torej sorazmeren z efektivno površino.

$$G = \frac{4\pi \cdot A_{eff}}{\lambda^2}$$

pri čemer je efektivna površina produkt resnične površine in izkoristka osvetljene antene, ki sprejema signal.

$$A_{eff} = A \cdot \eta_0$$

V primeru izmaknjenega izreza je efektivna površina zmanjšana za kosinus kota izmika θ , kot prikazuje slika 86.



Slika 86: Efektivna površina izmaknjenega izreza rotacijskega paraboloida.

Dobitek zrcalne antene s središčno odprtino simetričnega izreza premera d je funkcija razmerja med premerom antene d in valovno dolžino λ .

$$G = \frac{4\pi \cdot A_{\text{eff}}}{\lambda^2} = \frac{4\pi \cdot A_{\text{eff}}}{\frac{c_0^2}{f^2}} = \frac{4\pi \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{\frac{c_0^2}{f^2}} = \left(\frac{\pi d f}{c_0}\right)^2$$

S povečanjem premera antene d je mogoče pri katerikoli frekvenci doseči večji dobitok. Dobitek zrcalne antene v decibelih se izračuna kot

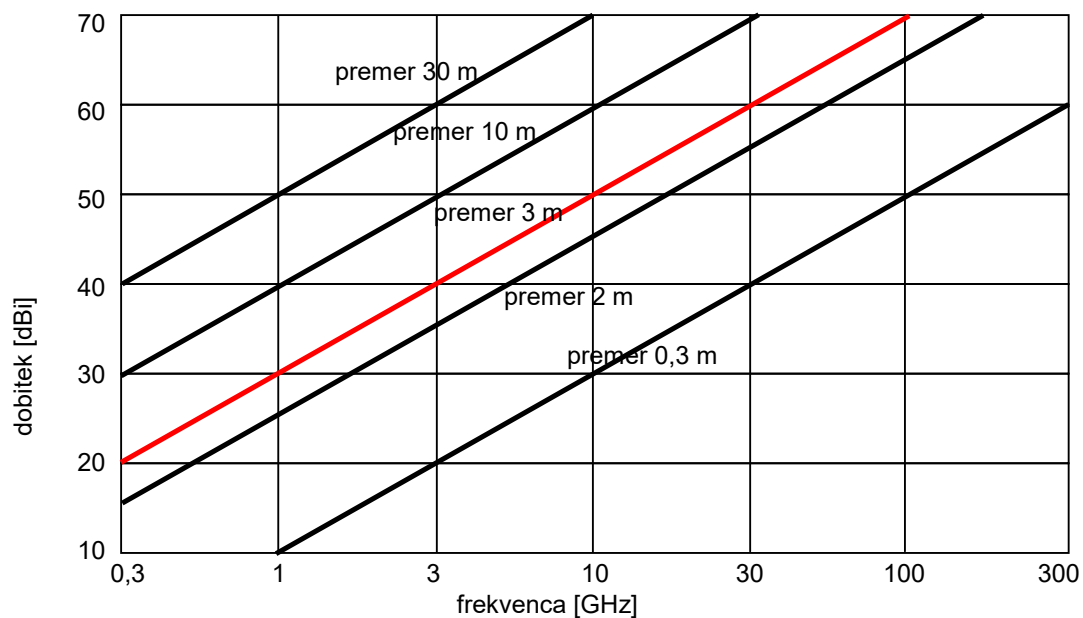
$$G = 10 \log\left(\frac{\pi d f}{c_0}\right)^2 = 20 \log\left(\frac{\pi d f}{c_0}\right)$$

Primer:

Izračunaj dobitok zrcalne antene s premerom 3 m, ki deluje na 10 GHz.

$$G = \left(\frac{\pi d f}{c_0}\right)^2 = \pi^2 \left(\frac{3 \text{ m} \cdot 10 \cdot 10^9 \text{ Hz}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}^2}\right)^2 = \pi^2 \cdot 10000 = 9,9 \cdot 10^4 \approx 10^5 \approx 50 \text{ dBi}$$

Na sliki 87 je prikazan dobitok parabolične zrcalne antene v odvisnosti od frekvence za različne premere antene. Pri tem lahko vidimo, da je za dobitok 50 dBi na frekvenci 1 GHz potrebna antena s premerom 30 m. Iz zgornjega primera pa vidimo, da 50 dBi lahko dosežemo tudi s 3 m anteno, če zveza deluje na 10 GHz. Pri tem je očitna prednost uporabe višjih frekvenc za doseg večjega dobitka in večje kotne ločljivosti (resolucije).



Slika 87: Dobitki paraboličnih zrcalnih anten.

Primer:

Izračunaj širino snopa 10 GHz antene s premerom 3 m.

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) \quad \cos \alpha = 1 - \frac{\Omega}{2\pi} \quad \text{razvijemo v potenčno vrsto}$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \dots \quad \text{Ker je } \alpha \text{ majhen kot, vzamemo zgolj prva dva člena.} \quad \frac{\alpha^2}{2} \approx \frac{\Omega}{2\pi}$$

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{\Omega}{\pi}} = \sqrt{\frac{4\pi}{\pi}} = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = \sqrt{\frac{4}{\frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_{\text{eff}}}} = \sqrt{\frac{\lambda^2}{\pi A_{\text{eff}}}} = \sqrt{\frac{\lambda^2}{\pi \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}} = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \frac{\lambda}{d} = 36^\circ \left(\frac{0,03 \text{ m}}{3 \text{ m}}\right) = 0,36^\circ$$

Snop je širok približno $0,72^\circ$.

Bistven podatek zrcala je **goriščna razdalja**. Če tega podatka nimamo, ga lahko izračunamo iz dimenzij zrcala, ki jih prikazuje slika 88. Iz enačbe parabole pridemo do enačbe, s katero izračunamo goriščno razdaljo našega zrcala, pri znanem polmeru d in globini h . Globina zrcala se izračuna kot

$$z(x, y) = h = \frac{x^2 + y^2}{4f} = \frac{0 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}{4f} = \frac{d^2}{16f}$$

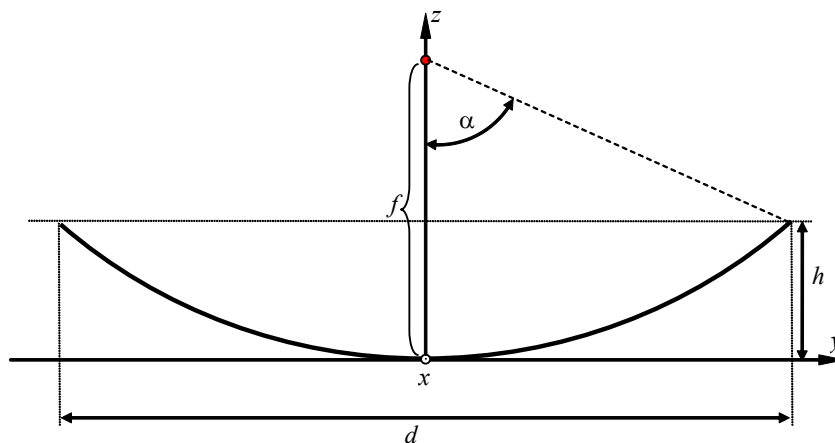
Iz česar se potem dobi goriščno razdaljo $f = \frac{d^2}{16h}$.

Primer:

Parabolično zrcalo rotacijsko-simetričnega izreza ima premer 2 m. Globina zrcala v temenu znaša 20 cm. Na kateri oddaljenosti od temena se nahaja gorišče rotacijsko-simetričnega zrcala?

$$f = \frac{d^2}{16h} = \frac{(2 \text{ m})^2}{16 \cdot 0,2 \text{ m}} = 1,25 \text{ m}$$

Običajno podan podatek zrcal je razmerje med goriščnico in odprtino f/d . To je razmerje med goriščno razdaljo in premerom zrcala. Iz tega podatka se takoj vidi, kakšne oblike je zrcalo oziroma »**globina**« **zrcala**. Manjše število pomeni globljo zrcalo, večje pa bolj plitvo. Rotacijsko simetrična zrcala so globoka zrcala in imajo f/d med 0,25 in 0,4. Zrcala z izmaknjanim izrezom so plitva zrcala in f/d se pri njih giblje med 0,6 in 0,7.



Slika 88: Geometrijske izmere parabolnega zrcala.

Primer:

Parabolično zrcalo rotacijsko-simetričnega izreza ima premer $d=2$ m. Razmerje med goriščnico in premerom zrcala znaša $f/d=0,3$. Kolikšna je globina takšnega paraboličnega zrcala h v temenu?

$$f = \frac{d^2}{16h} \quad \left(\frac{f}{d}\right) = \frac{d}{16h} \quad h = \frac{d}{16 \cdot \left(\frac{f}{d}\right)} = \frac{2 \text{ m}}{16 \cdot 0,3} = \underline{\underline{42 \text{ cm}}}$$

Primer:

Izračunaj pri katerem razmerju f/d je gorišče ravno v ravnini odprtine $f=h$.

$$f = \frac{d^2}{16h} \quad f=h \quad \Rightarrow \quad f = \frac{d^2}{16f} \quad \Rightarrow \quad \frac{f}{d} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Poleg tega, da gorišče paraboličnega zrcala izračunamo iz globine in premera, ga lahko tudi izmerimo. Goriščno razdaljo zrcala lahko sicer preprosto izračunamo iz geometrije zrcala, vendar običajno ne poznamo točnega položaja fazežnega središča žarilca. Pri tem postavimo eno od anten dovolj blizu od zrcala (da ni izpolnjen Fraunhoferjev pogoj za daljnje polje)

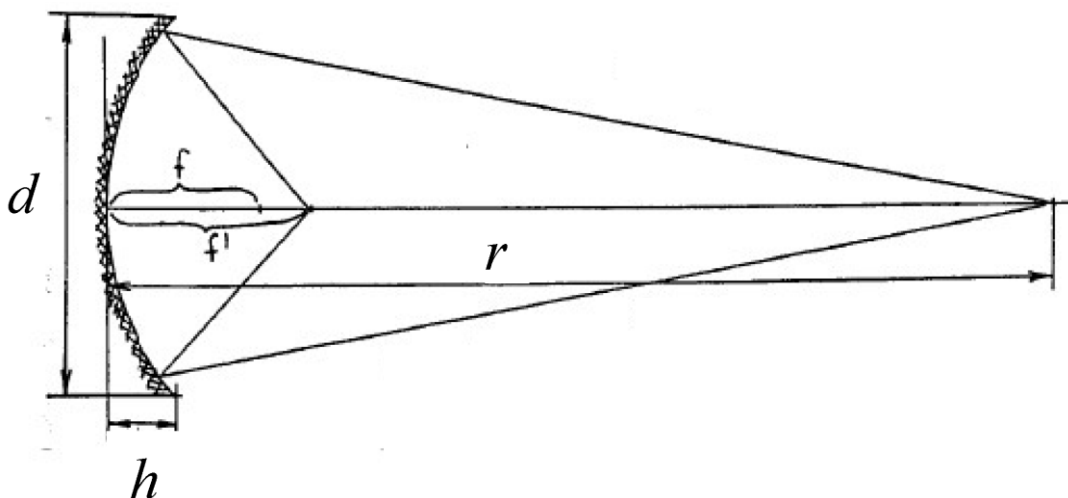
$$r_{\text{mejni}} = \frac{2d^2}{\lambda}$$

in s premikanjem žarilca iščemo njegov primeren položaj. Ko je žarilec v gorišču, je prenos moči signala maksimalen in najgloblje prve ničle ob glavnem snopu smernega sevalnega diagrama. Ker opazovalčeva antena ni neskončno oddaljena, pri tem dobimo malo preveliko goriščno razdaljo, kot prikazuje slika 89. Velikost napake oziroma pravi položaj žarilca določimo iz enačbe leče. Navidezen odmik gorišča zrcala preprosto izračunamo s pomočjo zakonitosti geometrijske optike.

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{r}$$

Da zgornji izraz drži, se lahko prepričamo na primeru, ko sprejemamo signal iz satelita ($r \rightarrow \infty$), takrat namreč postane navidezen odmik gorišča kar pravi položaj gorišča.

Izraz iz geometrijske optike lahko seveda uporabimo tudi v obratni smeri in izračunamo, kam moramo pri meritvi na premajhni razdalji premakniti žarilec zrcala, da dobimo smiselne rezultate meritve.



Slika 89: Odmik gorišča pri meritvi antene na premajhni razdalji.

Primer:

Parabolično zrcalo premera $d=1$ m želimo uporabiti za sprejem televizijskega satelita na frekvenci $f=12$ GHz. Na zrcalo vgradimo žarilec in pri sprejemu zemeljskega oddajnika na oddaljenosti $r=30$ m od zrcala najdemo najboljši položaj žarilca na razdalji $f'=35$ cm od temena zrcala. Kakšna mora biti razdalja med temenom zrcala in faznim središčem žarilca (f) za najboljši sprejem satelita? ($c_0=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{12 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 25 \text{ mm} \quad \text{Fraunhofer: } r_{\text{mejni}} = \frac{2d^2}{\lambda} = \frac{2 \cdot (1 \text{ m})^2}{0,025 \text{ m}} = 80 \text{ m}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{r} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{r}} = \frac{1}{\frac{1}{35 \text{ cm}} + \frac{1}{30 \text{ m}}} = 346 \text{ mm}$$

Vidimo, da so sprejemna površina, širina snopa, dobitek antene in frekvenčno področje določeni z velikostjo in natančnostjo izdelave zrcala. Samo polarizacijo antene in natančnejšo pasovno širino pa določa žarilec s katerim je zrcalo osvetljeno.

Pri zrcalu je zelo enostavno menjati polarizacijo. Potrebno je le zasukati žarilec. Poleg tega pa je večina anten, ki so namenjene satelitskemu sprejemu, polariziranih krožno.

Velika prednost zrcal je v tem, da so sama po sebi zelo širokopasovna. Na katerem frekvenčnem področju bo zrcalna antena uporabna, je v prvi vrsti odvisno od primarnega vira, ki osvetljuje zrcalo. Eno zrcalo lahko z različnimi primarnimi viri lahko uporabljamo na različnih frekvenčnih področjih. **Spodnjo frekvenčno mejo samega zrcala določa njegov premer**, ki mora biti vsaj 5 valovnih dolžin za globoka zrcala in 10 valovnih dolžin za plitva zrcala. Manjša zrcala ne delujejo kot zrcala ampak kot uklonska ovira ali pa delec, na katerem se valovanje sipa.

Primer:

Izračunaj od katere frekvence navzgor je uporabno globoko zrcalo premera 1,2 m.

$$d \geq 5\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda \leq \frac{d}{5} = \frac{1,2 \text{ m}}{5} = 24 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad f \geq \frac{c_0}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,24 \text{ m}} = \underline{\underline{1,25 \text{ GHz}}}$$

Zgornjo frekvenčno mejo zrcala omejuje natančnost izdelave zrcala, saj se v primeru nenatančne izdelave odbiti valovi v gorišču ne seštevajo v fazi, zaradi česar upade dobitek. Napake zaradi odstopanja v obliki lahko nastanejo zaradi »bušk« ali torzijskega zvitja zrcala.

Vsaka »buška« velikosti Δ doprinese fazni zasuk

$$\pm \varphi = 2k \cdot (\pm \Delta)$$

Če smernost ne želimo zmanjšati za več kot 1 dB, mora biti sprememba faze manjša od $\pi/4$.

$$D_{-1\text{dB}} \rightarrow |\pm \varphi| < \frac{\pi}{4}$$

$$\Delta_{-1\text{dB}} < \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{2k} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot 2\pi} = \frac{\lambda}{16}$$

Površina zrcala naj torej ne bi odstopala za več kot $\lambda/16$, v primeru, da želimo zmanjšano smernost za manj kot 1 dB.

Če smernost ne želimo zmanjšati za več kot 0,25 dB, mora biti sprememba faze manjša od $\pi/8$.

$$D_{-0,25 \text{ dB}} \rightarrow |\pm \varphi| < \frac{\pi}{8}$$

$$\Delta_{-0,25 \text{ dB}} < \frac{\pi}{8} \cdot \frac{1}{2k} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot 2\pi} = \frac{\lambda}{32}$$

Površina zrcala naj torej ne bi odstopala za več kot $\lambda/32$, če želimo zmanjšano smernost za manj kot 0,25 dB.

Primer:

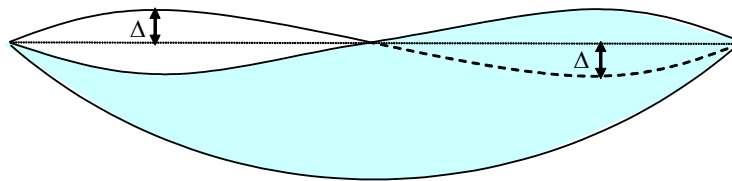
S pomočjo parabolnega zrcala sprejemamo 12 GHz signal iz satelita. Izračunajte dovoljena odstopanja na površini zrcala, če naj so dovoljena odstopanja smernosti 1 dB oziroma 0,25 dB.

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{12 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 25 \text{ mm}$$

$$\Delta_{-1\text{dB}} \leq \frac{\lambda}{16} = \frac{25 \text{ mm}}{16} = 1,6 \text{ mm}$$

$$\Delta_{-0,25\text{dB}} \leq \frac{\lambda}{32} = \frac{25 \text{ mm}}{32} = 0,8 \text{ mm}$$

Najslabše je, če je celo zrcalo torzijsko zvito. Do tega pride, če zrcalo pade na rob (na primer pri montaži ali demontaži), ali če zrcalo brez ustrezne zadnje ojačitve dalj časa sloni ob steni. Takšno zvitost najlažje opazimo, če anteno iz več smeri pogledamo preko roba. Sprednji in zadnji rob se morata pri tem lepo pokriti, kot prikazuje slika 90. Z namenom preprečevanja torzijskih zvin se zrcalu zaviha rob.



Slika 90: Skriviljeno simetrično izrezano zrcalo.

Primer:

Na valovni dolžini $\lambda=2,5$ cm potrebujemo anteno z dobitkom $G=40$ dBi. Izračunajte premer d in globino h rotacijsko simetričnega parabolnega zrcala. Zrcalo osvetlimo z žarilcem, ki pri razmerju $f/d=0,4$ doseže izkoristek osvetlitve odprtine $\eta=80\%$. Pri računu upoštevajte tudi neidealnost površine zrcala, kar doprinese $a=0,5$ dB izgube dobitka, izgubo zaradi sence žarilca pa zanemarite.

$$D = aG \quad D[\text{dBi}] = a[\text{dB}] + G[\text{dBi}] = 40,5 \text{ dBi} \quad D = 10^{\frac{40,5}{10}} = 11220$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \eta \quad A = \frac{D \lambda^2}{4\pi \eta} = \underline{0,698 \text{ m}^2} \quad d = 2 \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \underline{0,942 \text{ m} = 94,2 \text{ cm}}$$

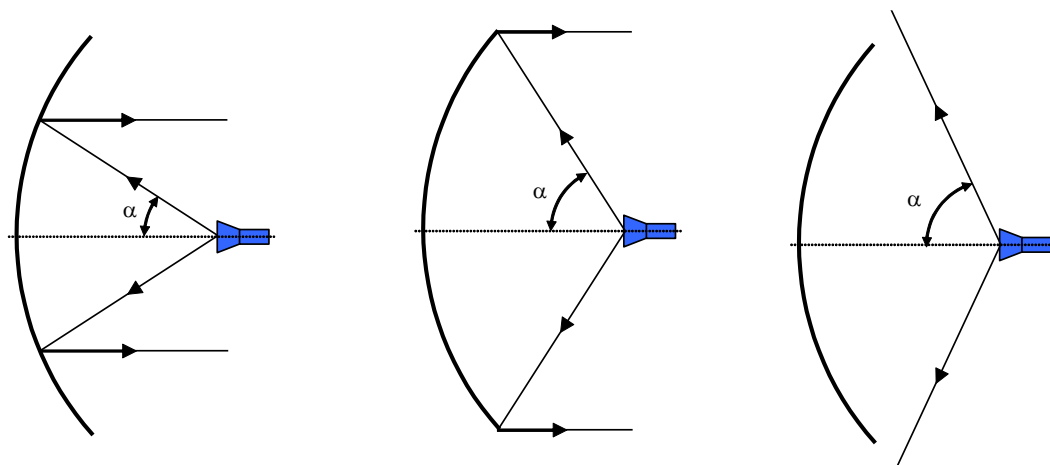
$$f = d \cdot \left(\frac{f}{d}\right) = \underline{37,7 \text{ cm}} \quad f = \frac{d^2}{16h} \quad h = \frac{d^2}{16f} = \underline{14,7 \text{ cm}}$$

Kot α , pod katerim primarni vir vidi rob zrcala (slika 88), se tudi lahko izrazi kot razmerje f/d .

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\frac{d}{2}}{f-h} = \frac{1}{\frac{2f}{d} - \frac{2h}{d}} = \frac{1}{\frac{2f}{d} - \frac{2}{d} \cdot \frac{d^2}{16f}} = \frac{1}{2 \cdot \left(\frac{f}{d}\right) - \frac{1}{8 \cdot \left(\frac{f}{d}\right)}}$$

Od globine zrcala oziroma razmerja f/d je odvisno, pod kakšnim kotom primarni vir iz goriščne točke vidi zrcalo. Če pogledamo zrcalo in smerni sevalni diagram primarnega vira na sliki 91, vidimo, da je od smernega sevalnega diagrama primarnega vira odvisno, kako bo zrcalo osvetljeno.

Zrcalo ima največji dobitek (100% izkoristek), če je po celi površini enakomerno osvetljeno. Naloga primarnega vira je, da čimbolj enakomerno osvetli zrcalo, brez da bi pri tem svetil mimo roba zrcala. Idealni primarni vir bi torej moral imeti konstanten smerni sevalni diagram do kota, pod katerim vidi rob zrcala, od tam dalje pa nič. V resnici je rob zrcala malo dlje od gorišča kot teme zrcala, zato bi moral smerni sevalni diagram idealnega vira od sredine proti robu naraščati.



Slika 91: Izbira primarnega vira za pravilo osvetljenost paraboličnega zrcala.

Primer:

Parabolično zrcalo premera $d=1$ m osvetlimo z žarilcem, ki ima smerni sevalni diagram v obliki stožca s kotom odprtja $2\alpha=120^\circ$. Izračunajte globino zrcala h v temenu, če je zrcalo rotacijsko simetrično.

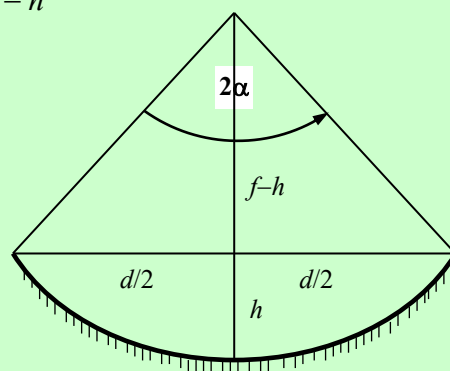
$$f = \frac{d^2}{16h} \quad \text{tg } \alpha = \text{tg } 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{\frac{d}{2}}{f-h} = \frac{\frac{d}{2}}{\frac{d^2}{16h} - h} = \frac{8dh}{d^2 - 16h^2}$$

Iz tega dobimo kvadratno enačbo

$$16h^2 + \frac{8}{\sqrt{3}}dh - d^2 = 0; \quad 16h^2 + \frac{8}{\sqrt{3}}h - 1 = 0$$

Samo ena rešitev kvadratne enačbe je pozitivna

$$h = \frac{-\frac{8}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{64}{3} + 64}}{32} = \underline{\underline{0,1443 \text{ m} = 14,43 \text{ cm}}}$$



Če ima primarni vir preozek smerni sevalni diagram, ne osvetli zunanjšega dela zrcala, ki ga zato ne izkoristimo – torej bi bilo vseeno, če bi imeli manjše zrcalo. Če pa je primarni vir preširok, gre del težko pridlane moči oddajnika v nič mimo zrcala. Pri sprejemu pa ima preširok primarni vir poleg manjšega dobitka še dodatno slabost, da iz okolice »pobere« več šuma.

V realnosti ima primarni vir smerni sevalni diagram, ki na robovih postopoma pada na nič. Zato moramo pri izbiri širine snopa realnega primarnega vira vedno poiskati kompromis med manjšo osvetlitvijo roba in svetenjem preko zrcala.

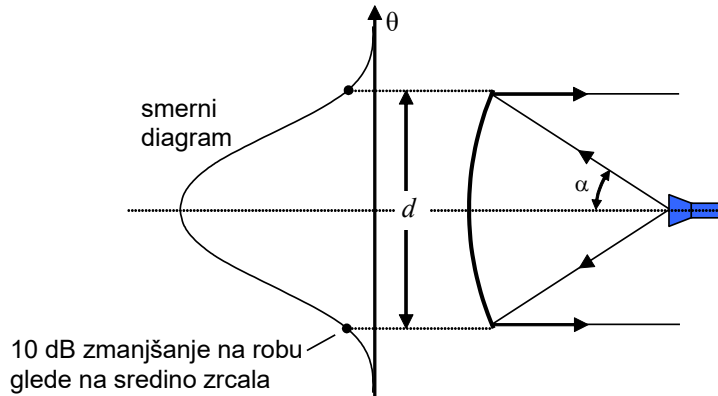
Če želimo doseči največji dobitek zrcala, mora biti širina glavnega snopa primarnega vira takšna, da je rob zrcala približno 10 dB manj osvetljen kot sredina zrcala, kot prikazuje slika 92. Primarni vir s takšno širino glavnega snopa bi izbrali za oddajno anteno, kjer je pomemben le dobitek antene. Drugače je pri sprejemu, kjer moramo upoštevati tudi šum (glej naslednje poglavje). Želimo imeti čim večje razmerje signal/šum, le to pa je sorazmerno razmerju G/T .

Tu je problem, saj pri zrcalu, osvetljenem za največji dobitek, del snopa zrcalo ne prestreže. Pri antenah, ki jih uporabljamo za satelitske komunikacije in so obrnjene v nebo, to pomeni, da bo ta del snopa videl Zemljo, katere šumna temperatura je približno 290 K in s tem največ prispeva k večji šumni temperaturi antene, saj glavni snop po odboju od zrcala vidi le hladno nebo, katerega šumna temperatura je na frekvenci 4 GHz le okoli 4 K.

Zaradi tega so zrcala namenjena sprejemu signalov manj osvetljena, kot zrcala namenjena oddaji signala. Na račun manjše šumne temperature, ki je posledica temperature Zemlje, se posledično

zmanjša tudi dobitok sprejemne antene, vendar nam optimalno osvetljenost ne določa le razmerje med dobitkom in šumno temperaturo zrcalne antene, ampak je potrebno upoštevati tudi šumno temperaturo. Če ima sprejemnik šumno temperaturo dosti večjo od šumne temperature antene, je boljše, da je antena optimizirana na največji dobitek. Največkrat pa strmimo k obratnemu.

Pri konstrukciji primarnega vira, ki bo dosegel želeno slabljenje signala na robu zrcala, je potrebno upoštevati tudi slabljenje zaradi daljše poti do roba v primerjavi s potjo do sredine zrcala.



Slika 92: Smerni sevalni diagram primarnega vira glede na zrcalo.

Primer:

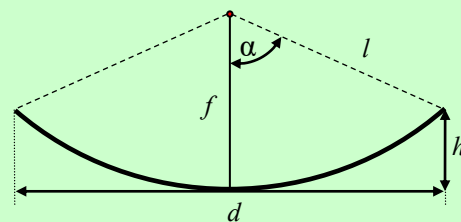
Izračunajte goriščno razdaljo $f=?$ ter kot sevanja žarilca $\alpha=?$ za rotacijskosimetrično parabolično zrcalo premera $d=1,2$ m in globine $h=15$ cm. Za koliko dB upade jakost sevanja žarilca na robu zrcala glede na središče zaradi povečane razdalje med žarilcem in površino zrcala?

$$f = \frac{d^2}{16h} = \frac{(1,2 \text{ m})^2}{16 \cdot 0,15 \text{ m}} = \underline{\underline{0,6 \text{ m}}}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + (f - h)^2} = \sqrt{(0,6 \text{ m})^2 + (0,45 \text{ m})^2} = \underline{\underline{0,75 \text{ m}}}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\frac{d}{2}}{r} = \arcsin \frac{0,6 \text{ m}}{0,75 \text{ m}} = \underline{\underline{0,927 \text{ rd} = 53,13^\circ}}$$

$$a = 20 \log_{10} \left(\frac{f}{r} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{0,6 \text{ m}}{0,75 \text{ m}} \right) = \underline{\underline{-1,94 \text{ dB}}}$$



Primer:

Rotacijsko simetrično parabolno zrcalo z razmerjem $f/d=0,35$ osvetlino z žarilcem, ki ima glavni snop smernega sevalnega diagrama oblike $F(\Theta, \phi) = \cos \Theta$. Izračunajte za koliko decibelov upade jakost sevanja na robu zrcala v primerjavi s središčem zrcala! Fazno središče žarilca namestimo točno v gorišče zrcala in žarilec usmerimo točno v os zrcala.

$$F(\Theta, \phi) = \cos \Theta = \frac{f-h}{l}$$

$$h = \frac{d^2}{16f} = \frac{f}{16(f/d)^2} = \frac{f}{16 \cdot 0,35^2} = 0,51 \cdot f$$

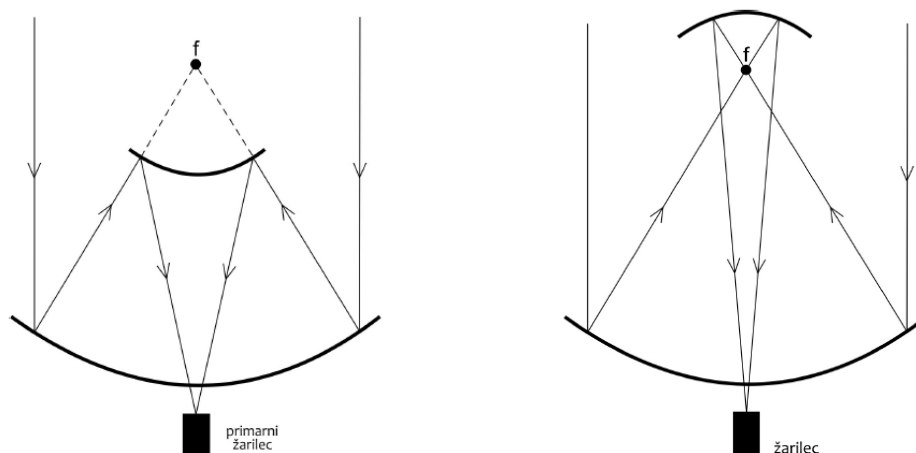
$$l = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + (f-h)^2} = f \sqrt{\left(\frac{1}{2\left(\frac{f}{d}\right)}\right)^2 + \left(1 - \frac{h}{f}\right)^2} = f \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot 0,35}\right)^2 + \left(1 - \frac{0,51 \cdot f}{f}\right)^2} = 1,51 \cdot f$$

$$\begin{aligned} a[\text{dB}] &= 20 \log_{10} \left(\frac{f}{l} |F(\Theta, \phi)| \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{f}{l} \cos \Theta \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{f(f-h)}{l^2} \right) = \\ &= 20 \log_{10} \left(\frac{f(f-0,51f)}{(1,51f)^2} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{f(f-0,51f)}{(1,51f)^2} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{1-0,51}{1,51^2} \right) = 20 \log_{10} 0,21 = \underline{\underline{-13,4 \text{ dB}}} \end{aligned}$$

V izogib uklonu valovanja na robu zrcala in nastanku Aragove točke se rob zrcala nazobči ali izdelava absorpcijski ovrtnik.

V posebnih primerih, kjer je šumna temperatura antene pomemben sistemski podatek, se uporablja dvozrcalna antena.

Poleg tega imajo antene s simetričnim izrezom senco zaradi primarnega vira in mikrovalovne elektronike. V izogib tej nevšečnosti je tudi smiselno uporabiti dvozrcalne sisteme, kot sta Cassagrains in Gregorian prikazana na sliki 93. V tem primeru je kot primarni vir za veliko zrcalo uporabljena majhna zrcalna antena. Senčenje je še vedno prisotno, vendar so mikrovalovna vezja sedaj lahko neposredno pri primarnem žarilcu v temenu glavnega zrcala in se izognemo izgubam v visokofrekvenčnih kabljih.



Slika 93: Dvozrcalna Cassagrains in Gregorian izvedba.

Pri obeh izvedbah je šumna temperatura nizka, ker je sevanje preko roba zmanjšano in je primarni žarilec usmerjen v nebo.

Pri Cassagrain izvedbi je za drugo zrcalo (sekundarno zrcalo) uporabljeno konveksno hiperbolično zrcalo. Pri Gregorian izvedbi pa je za drugo zrcalo uporabljeno konkavno elipsoidno zrcalo. Žarilec damo v eno gorišče hiperbole ali elipse, drugo gorišče pa damo v gorišče glavnega zrcala (primarno zrcalo). Glavni čar dvozrcalnih anten je v tem, da se z oblikovanjem sekundarnega zrcala lahko zelo približamo idealnemu smernemu sevalnemu diagramu vira.

Malo (sekundarno) zrcalo mora imeti v premeru vsaj kakih 5 do 10 valovnih dolžin, veliko (primarno) zrcalo pa mora biti vsaj nekajkrat večje od malega, da ga to preveč ne zasenči. Običajno sta polmera malega proti velikemu zrcalu v razmerju 1:10.

15. Zmogljivost satelitske zveze in spektralna učinkovitost

Zmogljivost satelitske radijske komunikacijske zveze lahko ocenimo na enak način kot ostale vrste brezvrvičnih in vrvičnih zvez. Z namenom primerjave zmogljivosti različnih vrst zvez za prenos informacij, analognih in številskih (digitalnih), je smiselno izbrati enotno merilo. Za končnega uporabnika je vsekakor edini pomemben podatek količina prenesenih informacij in čas, ki je bil potreben za prenos.

Količino informacije v signalu najboljšje ovrednoti Shannonov izrek¹.

$$I = \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{W_S}{W_N} \right)$$

Izrek velja za en sam znak (signal) z energijo W_S v prisotnosti šuma oziroma motenj z energijo W_N . Mersko enoto za informacijo preprosto izberemo z osnovo logaritma. Osnova logaritma 2 daje količino informacije v bitih (dvojiških številkah).

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{W_S}{W_N} \right) \text{ [dvojiške številke]}$$

Zmogljivost zveze ustreza količini informacije, ki jo zveza lahko prenese v določenem času. Zmogljivost je torej odvod informacije po času.

$$C = \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \log_2 \left(1 + \frac{W_S}{W_N} \right) \text{ [bit/s]}$$

Za prenos večje količine informacije seveda uporabimo več kot en sam znak, običajno niz znakov. Če znake oddajamo v enakomernih presledkih, lahko preprosto določimo potrebno pasovno širino signala. Po Nyquistovem izreku² je najmanjša potrebna pasovna širina enaka polovici frekvence oddajanja znakov.

Pri oddaji dolgega zaporedja znakov lahko energijo signala W_S in energijo šuma oziroma motenj W_N nadomestimo z ustreznimi močmi P_S in P_N . Zmogljivost zveze zapišemo s pasovno širino zveze ter močmi signala P_S in šuma oziroma motenj P_N .

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S \cdot \Delta t}{P_N \cdot \Delta t} \right) = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_N} \right)$$

Primer:

Telekom Slovenije Internet prek satelita zagotavlja prek satelitske povezave podjetja Eutelsat in z opremo proizvajalca Tooway. Satelit Eutelsat Ka 9A na položaju 9 stopinj vzhodno ima uporabniške kanale široke 36 MHz. Izračunajte zmogljivost zveze za satelitski modem z zahtevanim razmerjem med močjo signala in šuma 20 dB.

$$B = 36 \text{ MHz} \qquad \frac{P_S}{P_N} = 20 \text{ dB} = 10^{\frac{20}{10}} = 10^2 = 100$$

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_N} \right) = 36 \text{ MHz} \cdot \log_2 (1 + 100) = 36 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \cdot \frac{\log 101}{\log 2} \text{ bit}$$

$$C = 36 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \cdot 6,7 \text{ bit} = \underline{240 \text{ Mbit/s}} \qquad \text{Zmogljivost zveze se razdeli na 20 uporabnikov.}$$

Shannonov izrek seveda predstavlja le gornjo teoretsko mejo za informacijo in za zmogljivost. Količina prenesene informacije in zmogljivost resnične zveze sta lahko le manjši od teoretske gornje meje.

¹ Claude E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication", Bell System Technical Journal, 27 (3), pp. 379–423, July 1948.

² Harry Nyquist, 1924.

Pri preučevanju zmogljivosti zveze je smiselno privzeti, da je moč šuma oziroma motenj enakomerno porazdeljena po frekvenčnem spektru. Toplotni šum, ki ga vedno srečamo v radijskih zvezah, ima preprosto definirano spektralno gostoto moči kot produkt Boltzmannove konstante k_B in šumne temperature T .

$$P_N = B \cdot k_B \cdot T$$

Pri velikem številu motilcev je povsem umestno sklepanje, da je tudi moč radijskih motenj premosorazmerna pasovni širini.

Razpoložljiva pasovna širina radijskega spektra ima naravne omejitve. V istem prostoru hkrati uporablja radijske zveze veliko število uporabnikov, ki lahko razpoložljivo pasovno širino le delijo med sabo, da preprečijo medsebojne motnje. Uporabniki radijskih zvez morajo zato skrbno izbrati pasovno širino in moč svojih oddajnikov.

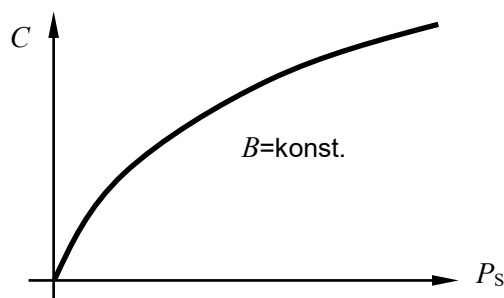
Za želeno zmogljivost zveze imamo na voljo izbiro pasovne širine in moči signala

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{B \cdot k_B \cdot T} \right)$$

Zmogljivost zveze se vedno povečuje z večanjem pasovne širine in z večanjem moči oddajnika, kar da večjo moč P_S v sprejemniku. V obeh primerih naraščanje zmogljivosti ni enakomerno in krivulji se žal vztrajno izravnavata z abscisno osjo.

V primeru, da je pasovna širina konstantna, se s povečevanjem moči sprejetega signala zmogljivost povečuje, kot to prikazuje slika 94. Vpliv moči sprejetega signala P_S gre po preprosti logaritemski krivulji, ki se prav tako izravnavata, vendar vsaj v teoriji nikoli ne doseže zasičenosti. Praktično pa logaritemska krivulja pomeni, da potrebna moč oddajnika narašča eksponentno z zahtevo po večji zmogljivosti. Eksponentno naraščanje moči oddajnika hitro doseže nesprejemljivo visoko ceno oddajnika in količino energije, potrebne za njegovo delovanje.

V večini resničnih radijskih zvez dosežemo omejitev moči oddajnika že prej. Povečevanje zmogljivosti z močjo signala zahteva zelo visoko razmerje signal/motnja. Motnje so pri tem lahko motnje drugih uporabnikov. Če ostali uporabniki prav tako povečajo moči svojih oddajnikov, se končno razmerje signal/motnja prav nič ne izboljša s samim večanjem moči oddajnikov. Motnje so lahko tudi odbiti valovi in druga popačenja lastnega oddajnika. Tudi v tem primeru povečevanje moči oddajnika prav nič ne izboljša zmogljivosti radijske zveze.

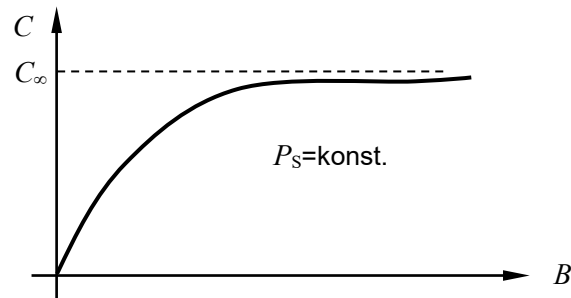


Slika 94. Vpliv moči signala na zmogljivost zveze.

V primeru, da je moč signala konstantna, zmogljivost zveze doseže svojo limito, kot to prikazuje slika 95. Razlaga za pasovno širino je preprosta: z večanjem pasovne širine se večja količina šuma oziroma motenj, ki zaidejo v sprejemnik skupaj s koristnim signalom. Razmerje signal/šum se torej manjša, pri večanju pasovne širine se zmogljivost približuje strogi gornji meji. Limita izraza za zmogljivost, ko gre pasovna širina v neskončnost, znaša

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \lim_{B \rightarrow \infty} B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{B \cdot k_B \cdot T} \right) = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{P_S}{k_B \cdot T} \approx 1,4427 \cdot \frac{P_S}{k_B \cdot T}$$

Pri tem računski faktor 1,4427 oziroma 1,592 dB sledi iz izbrane merske enote za zmogljivost v bitih (dvojiških številkah) na sekundo.



Slika 95. Vpliv pasovne širine na zmogljivost zveze.

Načrtovanje radijske zveze torej zahteva skrbno izbiro pasovne širine in moči oddajnika glede na ceno posamezne dobrine. Radijska zveza z vesoljskim plovilom na veliki razdalji vnaša visoko vstavitveno slabljenje. Poleg tega je moč oddajnika na krovu vesoljske ladje zelo omejena. V vesoljski zvezi torej žrtvujemo večjo pasovno širino, da isto informacijo prenesemo z manjšo porabo energije oddajnika.

Primer:

Izračunajte zmogljivost C [bit/s] radijske zveze med oddajnikom na plovilu v tirnici proti Marsu in zemeljsko sprejemno postajo. Oddajnik ima moč $P_o=30$ W in anteno premera $d_o=1$ m, sprejemna postaja ima anteno premera $d_s=60$ m in skupno šumno temperaturo $T=30$ K. Razdalja med sprejemnikom in oddajnikom je $r=200 \cdot 10^6$ km, valovna dolžina je $\lambda=4$ cm, izkoristek osvetlitve obeh anten je enak $\eta=0,7$. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

$$A_o = \pi \cdot \left(\frac{d_o}{2}\right)^2 = \pi \cdot (0,5 \text{ m})^2 = \underline{0,785 \text{ m}^2} \qquad A_s = \pi \cdot \left(\frac{d_s}{2}\right)^2 = \pi \cdot (30 \text{ m})^2 = \underline{2827 \text{ m}^2}$$

$$P_s = P_o \frac{A_o \eta_o A_s \eta_s}{r^2 \lambda^2} = 30 \text{ W} \cdot \frac{0,785 \text{ m}^2 \cdot 0,7 \cdot 2827 \text{ m}^2 \cdot 0,7}{(2 \cdot 10^{11} \text{ m})^2 \cdot (0,04 \text{ m})^2} = \underline{5,1 \cdot 10^{-16} \text{ W} = 0,5 \text{ fW}}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{B k_B T} \right) \Big|_{B \rightarrow \infty} = \frac{P_s}{k_B T \ln 2} = \frac{5,1 \cdot 10^{-16} \text{ W}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 30 \text{ K} \cdot \ln 2} = \underline{\underline{1,78 \text{ Mbit/s}}}$$

V zemeljski radijski zvezi kratkega dometa moč oddajnika ne predstavlja omejitve, zato varčujemo z dragoceno pasovno širino radijskega spektra. V takšni zvezi običajno stremimo za **visoko spektralno učinkovitostjo**, ki je razmerje med zmogljivostjo in pasovno širino.

$$C/B = \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_N} \right) \quad [\text{bit/s/Hz} = \text{bit}]$$

V skrbno načrtovanih zemeljskih zvezah lahko spektralna učinkovitost doseže vrednost 10 bit/s/Hz, v satelitskih zvezah pa redkokdaj preseže 1 bit/s/Hz. Želena spektralno učinkovitost skušamo doseči z uporabo primerne modulacije in kodiranja.

Primer:

Izračunajte spektralno učinkovitost C/B [bit/s/Hz] satelitske zveze, ki deluje na osrednji frekvenci 12 GHz, če imamo na razpolago 2 GHz pasovne širine (po 1 GHz na vsaki od obeh polarizacij). Sprejemna postaja na Zemlji ima anteno premera 60 cm. Dosegljivo razmerje S/N za majhno anteno znaša 10 dB.

$$A_s = \pi r_s^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi(0,3 \text{ m})^2 = 0,28 \text{ m}^2$$

$$G = \frac{4\pi \cdot A_{\text{eff}}}{\lambda^2} = \frac{4\pi \cdot A_{\text{eff}}}{\frac{c_0^2}{f^2}} = \frac{4\pi \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{\frac{c_0^2}{f^2}} = \left(\frac{\pi d f}{c_0}\right)^2$$

$$G = \left(\frac{\pi \cdot 0,6 \text{ m} \cdot 12 \cdot 10^9 \text{ Hz}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}\right)^2 = (75,4)^2 = 5685 = 37,5 \text{ dBi}$$

$$\frac{P_s}{P_N} = 10 \text{ dB} = 10 \quad C/B = \log_2\left(1 + \frac{P_s}{P_N}\right) = \log_2(1 + 10) = 3,459 \text{ bit/s/Hz}$$

$$C = C/B \cdot B = 3,459 \text{ bit/s/Hz} \cdot 2 \text{ GHz} = \underline{\underline{6,919 \text{ Gbit/s}}}$$

Primer:

Izračunajte spektralno učinkovitost C/B [bit/s/Hz] satelitske zveze iz prejšnjega primera, če signal iz satelita sprejemamo z anteno s premerom 6 m.

Antena z 10x večjim premerom ima 100x večjo površino

$$A_s = \pi r_s^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi(3 \text{ m})^2 = 28,3 \text{ m}^2$$

in 100x večji dobitek

$$G = \left(\frac{\pi d f}{c_0}\right)^2 = \left(\frac{\pi \cdot 6 \text{ m} \cdot 12 \cdot 10^9 \text{ Hz}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}\right)^2 = (754)^2 = 5,685 \cdot 10^5 = 57,5 \text{ dBi}$$

Glede na prejšnji primer se dobitek antene poveča za 20 dB, kar ima za posledico izboljšanje v razmerju S/N.

$$\frac{P_s}{P_N} = 30 \text{ dB} = 10^3 \quad C/B = \log_2\left(1 + \frac{P_s}{P_N}\right) = \log_2(1 + 10^3) = 9,97 \text{ bit/s/Hz}$$

$$C = C/B \cdot B = 9,97 \text{ bit/s/Hz} \cdot 2 \text{ GHz} = \underline{\underline{19,93 \text{ Gbit/s}}}$$

Radijske zveze so se začele pred dobrim stoletjem s telegrafijo z ročno oddajo in sprejemom na sluh. Večina obdelave signalov je bila torej prepuščena človeškim glavam z vsemi človeškimi omejitvami. Pomanjkljivosti prvih radijskih oddajnikov in sprejemnikov so znižale spektralno učinkovitost še precej pod vrednost 0,02 bit/s/Hz, ki je prikazana v tabeli 1. Strojna oprema, bolj točno radioteleprinter, je sredi prejšnjega stoletja omogočila za en velikostni razred hitrejši prenos sporočil in prav tako za en velikostni razred boljše spektralno učinkovitost. Šele sodobne radijske zveze, na primer GSM telefon, se s spektralno učinkovitostjo preko 1bit/s/Hz počasi bližajo teoretskim mejam za dano vrsto modulacije.

Povečanje spektralne učinkovitosti še za en velikostni razred glede na sodobne radijske zveze je sicer možno, ampak je tehnično zelo zahtevno. Razen zviševanja razmerja signal/šum lahko povečamo učinkovitost izrabe radiofrekvenčnega prostora še na druge načine. Trenutno izgledajo najbolj obetavni sistemi MIMO (angl. Multiple-In-Multiple-Out) z več oddajnimi in več sprejemnimi antenami, ki izkoriščajo odboje, razširjanje po več različnih poteh in raznoliki sprejem za povečanje skupne zmogljivosti radijske zveze.

zveza	leto	C	B	C/B
telegrafija (sprejemnik na sluh)	1900	10 bit/s	500 Hz	0,02 bit/s/Hz
radioteleprinter	1950	50 bit/s	250 Hz	0,2 bit/s/Hz
GSM telefonija	1991	271 kbit/s	200 kHz	1,355 bit/s/Hz
DVB-T	1997	32 Mbit/s	8 MHz	4 bit/s/Hz
DVB-S	1997	45 Mbit/s	36 MHz	1,25 bit/s/Hz
Wi-Fi IEEE 802.11a/g	2003	45 Mbit/s	20 MHz	2,7 bit/s/Hz
ADSL2	2003	12 Mbit/s	1,3 MHz	9,2 bit/s/Hz
LTE z MIMO	2009	300 Mbit/s	20 MHz	15 bit/s/Hz

Primer:

Izračunajte teoretsko zmogljivost satelitske zveze C , če znaša moč oddajnika na krovu satelita $P_o=50$ W na frekvenci $f=12$ GHz in dobitke antene $G_o=40$ dBi. Sprejemnik je opremljen z anteno premera $2r_s=60$ cm in izkoristkom osvetlitve $\eta=70$ %. Skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=150$ K. Kolikšna je spektralna učinkovitost C/B , če razpolagamo s frekvenčnim pasom širine $B=36$ MHz? ($d=40000$ km, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

$$G_o = 40 \text{ dBi} = \underline{10000}$$

$$P_s = P_o G_o \frac{\eta_s \pi r_s^2}{4\pi d^2} = \underline{4,922 \text{ pW}}$$

$$P_N = B k_B T = 36 \cdot 10^6 \text{ Hz} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 150 \text{ K} = 7,45 \cdot 10^{-14} \text{ W} = \underline{0,0745 \text{ pW}}$$

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_N} \right) = \underline{\underline{218,4 \text{ Mbit/s}}}$$

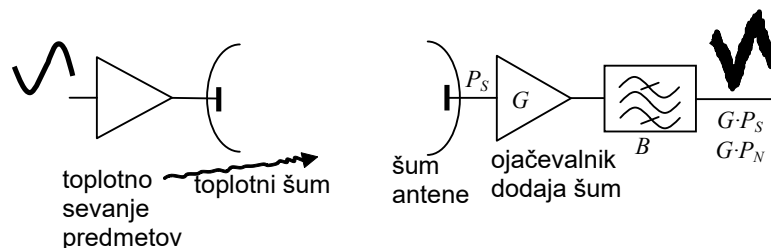
$$C/B = \underline{\underline{6,067 \text{ bit/s/Hz}}}$$

16. Šum v radijskih komunikacijah

Ena od osnovnih omejitev zmogljivosti katerekoli zveze za prenos informacije so neželeni signali, ki se pojavijo v sprejemniku. Neželene signale običajno delimo na motnje in šume. Motnje v obliki presluhov povzročajo drugi uporabniki enakih ali podobnih vrst zvez. Šumi pa so naravna omejitev zvez in so vedno prisotni ne glede na ostale uporabnike podobnih vrst zvez.

Vsako radijsko zvezo načrtujemo za zahtevano razmerje signal šum. Občutljivost sprejemnika, ki je najnižja vrednost signala za zahtevano razmerje signal šum, je omejena s šumi. V radijskih komunikacijah je šum nezaželen naključni pojav, ki spremlja nastajanje, razširjanje in sprejemanje koristnega signala na celotni komunikacijski poti, ki jo prikazuje slika 96.

Celotna šumna moč na radijski zvezi je vsota moči vseh posameznih virov šuma na poti od nastanka koristnega signala do izhoda iz zadnje stopnje sprejemne naprave. Sprejem je dober le, če je razmerje med močjo koristnega signala in močjo šuma dovolj veliko. Za enako dober sprejem je to razmerje pri različnih vrstah modulacije različno.



Slika 96: Izvori šuma v radijski zvezi.

Šum omejuje prenašanje predvsem šibkih signalov. Ko je nivo koristnega signala dovolj visok, je dodatni šum zanemarljiv. Signala in šuma ni več mogoče ločiti, ko sta sestavljena v enoten signal.

Nivo koristnega signala lahko povečamo na tri načine:

- s povečanjem efektivne izsevane moči,
- z uporabo sprejemne antene z večjim dobitkom,
- z nižanjem šumnega števila sprejemnika.

Poznavanje šumnega števila ni željeno le, ker nas dodatni šum stane več denarja, ampak tudi, ker je to parameter, ki ovrednoti tako posamezne elemente oziroma naprave zveze, kot tudi celoten sistem. Če poznamo šumno število in ojačene vsakega izmed elementov zveze, lahko izračunamo skupno šumno število, kar je pri projektiranju zveze zelo pomemben parameter.

Pri digitalnih prenosnih sistemih je krivulja BER nelinearna funkcija vhodnega razmerja signal/šum; povečanje S/N za 1 dB se lahko odrazi v zmanjšanju BER za faktor 10. Ko poznamo prispevke šuma posameznih elementov, lahko optimiziramo sistem na nizkošumne vrednosti tako, da zamenjamo ali spremenimo dele, ki smo jih spoznali za kritične.

Šume v grobem delimo na tiste, ki nastajajo izven komunikacijske opreme in take, ki nastajajo v komunikacijski opremi. Zunanje šume sprejema antena iz okoliškega prostora. Mednje prištevamo:

- elektrostatični šum,
- šum atmosferskih razelektritev,
- atmosferski absorpcijski šum,
- kozmični šum,
- šumno sevanje Zemlje in
- industrijski šum.

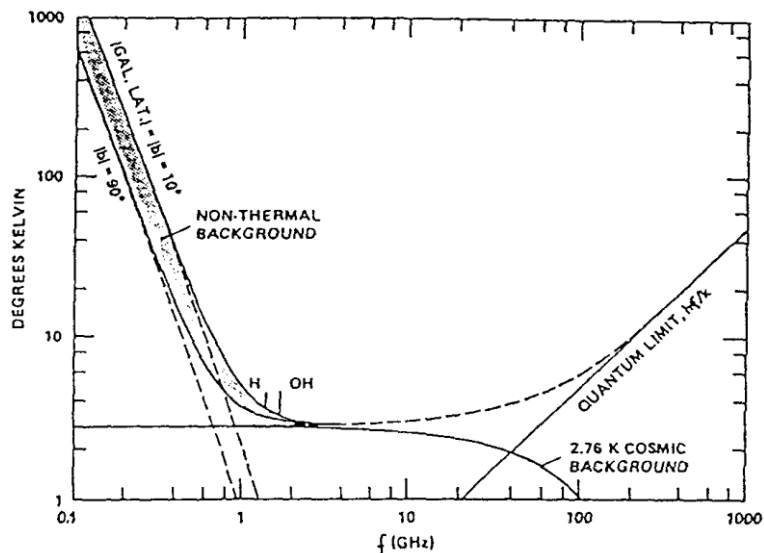
Notranji šumi nastajajo v vseh pasivnih delih z izgubami, v vseh aktivnih delih sprejemnih antenskih naprav in v sprejemniku. Sem spadajo:

- termični šum,
- zrnati šum, ki se pojavlja pri nastajanju prostih elektronov in vrzeli v polprevodnikih ter pri rekombinaciji le-teh,
- $1/f$ šum,
- delitveni šum, ki nastane pri delitvi emitorskega toka na kolektorski in bazni tok v tranzistorju,
- šum, ki ga povzroča gibanje Weisssovih območij v feromagnetnih snoveh,...

V glavnem so vsi notranji šumi termični in zrnati ter različne kombinacije obojih. Za naše potrebe smemo zaradi lažjega računanja predpostaviti, da so vsi notranji šumi, ki nastanejo v posameznih delih sprejemne antenske naprave, termični šumi, ne glede na to, kako ti šumi v resnici nastajajo.

16.1. Šumna temperatura antene

Kozmični šum ali galaktični šum je elektromagnetno sevanje kozmičnih virov (Sonce, Jupiter, zvezde, radiozvezde, galaksije, kozmični medprostor) v radijskem frekvenčnem spektru. Moč kozmičnega šuma, ki prihaja iz različnih smeri neba, je različna in obenem odvisna od frekvence, kot prikazuje slika 97. Sevanje iz smeri Rimske ceste je zaradi velike gostote izvorov večje kot iz ostalih smeri.

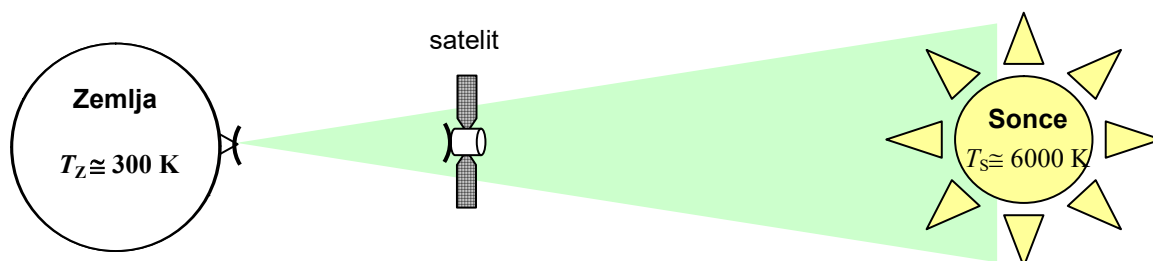


Slika 97: Radijski šum v vesolju.

Poleg zvezno porazdeljenih virov (npr. Rimska cesta) in neenakomerno porazdeljenih virov (galaksije) so na nebu še močni točkasti viri kozmičnega šuma (npr. Sonce, zvezde in radijske zvezde). Ta šum upada s kvadratom frekvence in je prevladujoč naravni šum v frekvenčnem pasu od 30 MHz do 1 GHz, pri višjih frekvencah pa je nepomemben.

Izjema je Sonce, ki je zelo močan izvor kozmičnega šuma. Sevanje sonca je odvisno od valovne dolžine.¹ Na optičnem področju se Sonce lahko obravnava kot črno telo s konstantno temperaturo 6000 K. V mikrovalovnem področju je potrebno upoštevati, da je korona segreta na ekvivalentno temperaturo 10^6 K, kar ima za posledico šumno temperaturo $2 \cdot 10^5$ K pri 1 GHz in 6000 K pri 100 GHz.

Kadar pride Zemlja v takšno lego, da so Sonce, satelit in zemeljska sprejemna antena na isti premici, kot prikazuje spodnja slika 98, sprejem satelitskega signala ni mogoč, saj se v celoti izgubi v šumu. To se dvakrat v letu za 10 min na 5 zaporednih dni.



Slika 98: Sonce, kot izvor kozmičnega šuma, za satelitom, ki oddaja koristni signal.

¹ Christian Ho, Stephen Slobin, Anil Kantak, and Sami Asmar, »Solar Brightness Temperature and Corresponding Antenna Noise Temperature at Microwave Frequencies«, November 15, 2008.

Primer:

Sonce seva v radijskem frekvenčnem pasu $f=1$ GHz kot črno telo s temperaturo $T_s=2 \cdot 10^5$ K. Izračunajte moč nepolariziranega valovanja, ki vpada na anteno s premerom 3 m v pasovni širini $B=10$ MHz! Sonce vidimo kot krožno ploščo pod zornim kotom $\alpha=0,5^\circ$. Ostale izvore toplotnega sevanja zanemarimo. ($c_0=3 \cdot 10^8$ m/s, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

Valovna dolžina sončnega valovanja znaša $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10^9 \text{ s}^{-1}} = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$

Za koherentne zveze velja izraz $D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$, pri čemer je smernost antene $D = \frac{4\pi}{\Omega_A}$.

Antena premera $d=3$ m ima smernost

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{\pi \cdot 3 \text{ m}}{0,3 \text{ m}}\right)^2 = 9,87 \cdot 10^2 \approx 1000 = 10^3 = 30 \text{ dBi}$$

Prostorski izstopni kot take antene znaša $\Omega_A = \frac{4\pi}{D} = \frac{4\pi}{9,87 \cdot 10^2} = 1,273 \cdot 10^{-2} = 12,73 \text{ msrd}$

Sonce vidimo iz Zemlje pod prostorskim kotom $\Omega_s = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 5,981 \cdot 10^{-5} \text{ srd}$

$$T_A = T_s \cdot \frac{\Omega_s}{\Omega_A} = 2 \cdot 10^5 \text{ K} \cdot \frac{5,981 \cdot 10^{-5} \text{ srd}}{1,273 \cdot 10^{-2} \text{ srd}} = 939,7 \text{ K}$$

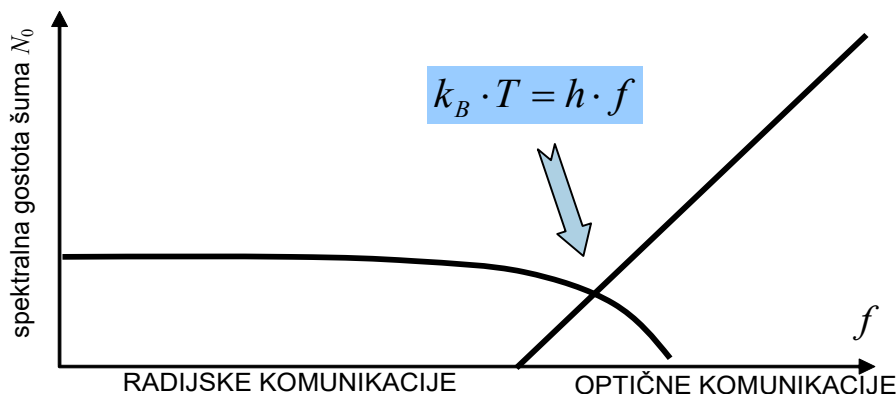
obe polarizaciji

$$P_N = 2B \cdot k_B \cdot T_A = 2 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 939,7 \text{ K} = \underline{\underline{2,59 \cdot 10^{-13} \text{ W} = 0,259 \text{ pW}}}$$

$$P_N = 10 \log \left(\frac{2,59 \cdot 10^{-13} \text{ W}}{1 \text{ mW}} \right) = \underline{\underline{-95,9 \text{ dBm}}}$$

Poleg sevanja porazdeljenih in točkastih kozmičnih virov pa je prisotno tudi **sevanje kozmičnega medprostora**, kar daje nebu značaj toplega šumnega ozadja (2,76 K).²

Elektromagnetno valovanje je sestavljeno iz končnega števila fotonov, kateri zaradi kvantne narave koristnemu signalu dodajajo zrnati (kvantni) šum. Ker se z rastočo frekvenco zvišuje energija posameznih fotonov, se pri enaki moči signala manjša število fotonov. Jakost zrnatega šuma je zato premo sorazmerna frekvenci elektromagnetnega valovanja, kot je prikazano na sliki 99.



Slika 99: Meja med radijskimi in optičnimi komunikacijami.

Vidimo, da je nastanek šuma vezan na lastnosti uporabljene fizikalne veličine (radijskih valov ali svetlobe) za prenos informacije.

² Leta 1964 sta Arno Penzias in Robert Woodrow Wilson iz Bell Telephone Laboratories zgradila radiometer, ki sta ga nameravala uporabiti za radioastronomske in satelitsko-komunikacijske poskuse. 20. maja 1964 sta naredila prve meritve, ki so pokazale prisotnost mikrovalovnega ozadja, kar so potrdili tudi fiziki. Penzias in Wilson sta leta 1978 za to odkritje dobila Nobelovo nagrado.

Toplotno sevanje predmetov v okolici zveze in gradnikov zveze (oddajnikov, sprejemnikov, prenosne poti) proizvaja toplotni šum. V frekvenčnem področju radijskih (mikrovalovnih) zvez predstavlja toplotno (termično) sevanje daleč največji izvor šuma. Jakost šuma v radijskih zvezah zato opisujemo kar z nadomestno temperaturo šuma sevanja črnega telesa, čeprav izvor šuma ni nujno toplotno sevanje.

V področju radijskih frekvenc (pod 100 GHz) je zrnati (kvantni) šum zanemarljivo majhen v primerjavi s toplotnim sevanjem predmetov v okolju, v katerem živimo na temperaturi okoli 300 K. Zrnati šum lahko postane pomemben edino v radijskih zvezah na zelo visokih frekvencah v vesolju ali na nekem planetu, kjer so temperature precej nižje in frekvence radijske zveze ne omejuje slabljenje ozračja.

Radijske zveze na zelo nizkih frekvencah pod 100 MHz lahko moti netoplotno sevanje nekaterih nebesnih teles (Sonce, nekatere zvezde, predvsem pa velika črna luknja v središču naše galaksije, Rimske ceste). Za netoplotno sevanje nebesnih teles je značilno, da jakost hitro upada s frekvenco. Zmogljivost radijskih zvez na frekvencah pod 100 MHz sicer omejuje zelo majhna razpoložljiva pasovna širina in so zato danes manj pomembne.

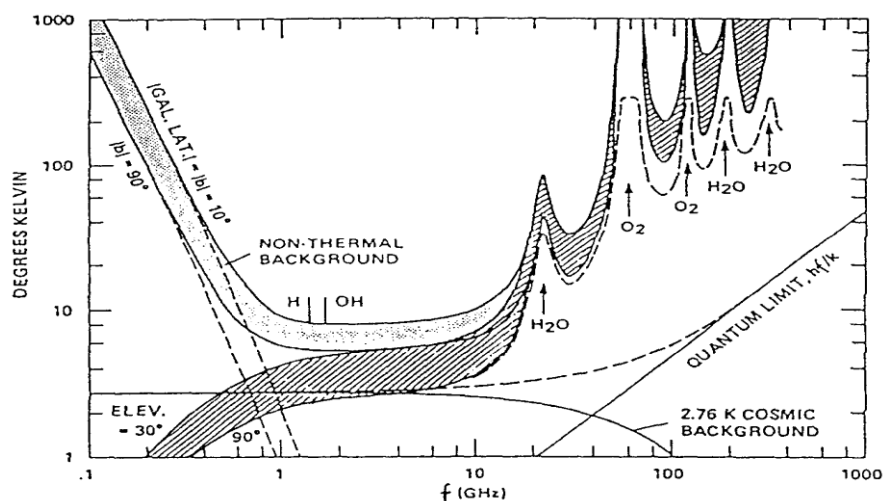
Atmosferski absorpcijski šum: Atmosfera vsrka del moči elektromagnetnih valov in nato to moč seva kot šumno moč, kar na sliki 100 vidimo tok povečano šumno temperaturo v pasu nad 10 GHz. Atmosfera ima enake šumne lastnosti kot slabilnik, ki ima enako slabljenje, kot je slabljenje atmosfere. Plast atmosfere je najtanjša v smeri proti zenitu, zato je v tej smeri atmosferski absorpcijski šum najmanjši in narašča v smeri proti horizontu.

Atmosferski absorpcijski šum je prevladujoč naravni šum pri frekvencah nad 1 GHz. Pri frekvenci 22,2 GHz ($\lambda=1,35$ cm) se pojavlja resonančna (selektivna) absorpcija vodnih hlapov, zato absorpcijski šum močno naraste. Pri frekvenci 60 GHz ($\lambda=0,5$ cm) se pojavlja še izrazita resonančna absorpcija molekularnega kisika. Zelo srečna okoliščina je, da je absorpcijski šum med 1 in 10 GHz razmeroma slaboten. Minimalna zenitna temperatura je le nekaj kelvinov. V poševni smeri, ki je vsaj 5° nad horizontom, šumna temperatura ne presega 20 - 30 K, zato so se v tem frekvenčnem področju (mikrovalovno okno) uveljavile satelitske radiokomunikacije, ki uporabljajo nizko šumne sprejemnike.

Elektrostatični šum povzročajo naelektreni delčki prahu ali padavin, ki se razelektrijo na anteni. Elektrostatični šum je pomemben pri frekvencah pod 10 MHz.

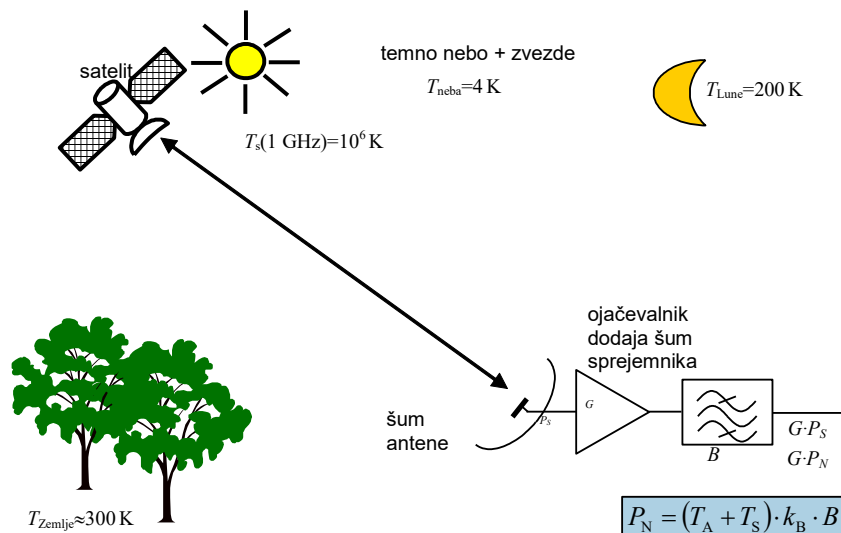
Šum atmosferskih razelektritev: Atmosferske razelektritve (najmočnejše med njimi so strele) med krajevnimi nevihtami povzročajo močne kratkotrajne motilne signale, oddaljene nevihte pa trajen motilni trušč. Vsako sekundo je na Zemlji v povprečju okrog sto večjih atmosferskih razelektritev. Zaradi fizikalne narave razelektritev in načina širjenja motilnega polja je spekter teh шумov najmočnejši v dolgovalovnem in srednevalovnem področju in naglo upada z rastočo frekvenco. Nad 50 MHz naravni šum več ne prevladuje. Intenziteta atmosferskih razelektritev se časovno spreminja, kar še posebej zavisi od dneva in noči. Zaradi večje prisotnosti razelektritev ponoči, je tedaj šum atmosferskih razelektritev za približno 20 dB višji kot sredi dneva.

Industrijski šum sevajo električne naprave, ki jih je naredil človek (npr. razni motilni radijski oddajniki, električna iskrišča, korone itd.). V velikih industrijskih mestih je ta šum nad 1 MHz večji kot šum atmosferskih razelektritev.



Slika 100: Radijski šum satelitskega sprejemnika na Zemlji.

Pri sprejemu signala iz satelita zajamemo tudi različne šume, kot prikazuje slika 101. Nekateri naravni izvori toplotnega šuma so zelo šibki. Temno nebo na primer seva kot črno telo s povprečno temperaturo komaj 4 K. Večina predmetov na Zemlji seva s temperaturo okoli 300 K oziroma se v njih zrcalijo nebesni izvori šuma. Najmočnejši naravni izvor toplotnega šuma je Sonce, ki seva kot črno telo s temperaturo skoraj 10^6 K v frekvenčnem pasu 1 GHz. V primeru burnega dogajanja na površini (izbruhi) pa se šum Sonca lahko tudi več kot desetkrat poveča za obdobje nekaj dni.



Slika 101: Izvori toplotnega šuma pri sprejemu iz satelita.

Smerni diagram sprejemne antene določa, v kolikšni meri bojo posamezni naravni izvori šuma dodali svoj prispevek na vhodnih sponkah sprejemnika. Nekaj toplotnega šuma dodajo tudi vezja sprejemnika. Toplotni šum sprejemnika je v istem velikostnem razredu kot fizična temperatura sestavnih delov sprejemnika, to se pravi okoli 300 K. Z dobrim načrtovanjem sprejemnika lahko dosežemo do desetkrat nižjo šumno temperaturo sprejemnika T_S .

Povezava med šumno temperaturo in močjo šuma je zelo preprosta. Spektralno gostoto šuma dobimo kar iz šumne temperature, pomnožene z Boltzmannovo konstanto. Moč šuma dobimo tako, da spektralno gostoto šuma pomnožimo še s pasovno širino sprejemnika (medfrekvenčnega sita).

Ker je toplotni šum povsem naključen signal, ki je vsota velikega števila majhnih naključnih dogodkov, porazdelitev gostote verjetnosti šumne napetosti ali toka ustreza Gaussovi porazdelitvi. Jakost šuma preprosto opišemo s povprečno močjo šuma. Ker so različni izvori šuma med sabo popolnoma nekorelirani, lahko moči šumov posameznih izvorov oziroma njihove šumne temperature seštevamo.

Predpostavimo, da sprejemna antena nima nobenih lastnih ohmskih izgub; tedaj je šumna temperatura T_{ANTENE} navidezna temperatura antenine sevalne upornosti, ki daje kot generator šuma v prilagojeno breme enako šumno moč, kot jo antena sprejema iz okoliškega prostora.

Polarizacija šuma v prostoru je popolnoma neurejena, naključna. Antena lahko sprejema samo moč tistih elektromagnetnih valov, ki so enako polarizirani kot antena. Zato antena sprejema le polovico šumne moči, ki jo prinašajo elektromagnetni valovi.

Šumna temperatura antene ni odvisna od velikosti antenine sevalne upornosti, temveč je odvisna od oblike njene karakteristike (sevalnega diagrama) in od tega, kam je usmerjena. Šumna temperatura antene je povprečje temperatur, ki jih antena s svojim smernim diagramom vidi.

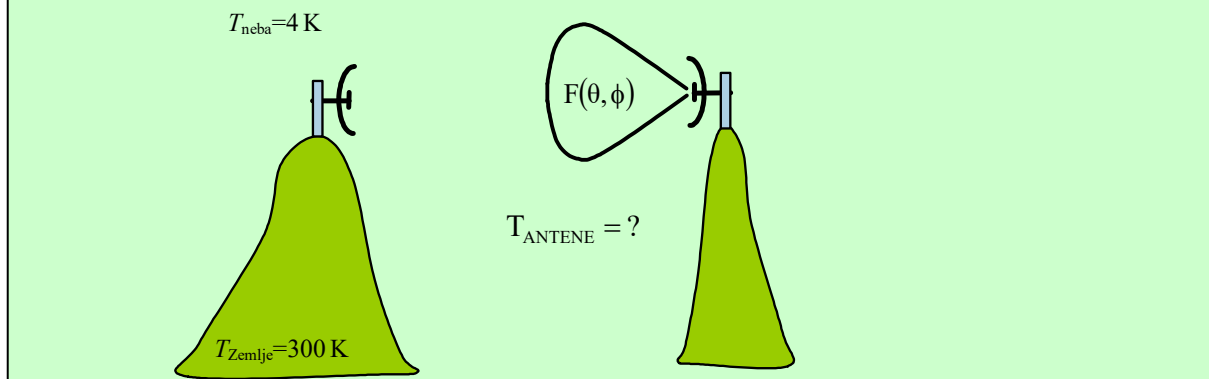
Šumna temperatura brezizgubne antene ustreza temperaturi predmetov, ki se nahajajo v vidnem polju antene. Šumna temperatura brezizgubne antene je tedaj povprečje temperatur vidnih predmetov, uteženo z močnostnim smernim diagramom antene.

$$T_{\text{ANTENE}} = \frac{\int_{4\pi} T(\theta, \phi) \cdot |F(\theta, \phi)|^2 \cdot d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta, \phi)|^2 \cdot d\Omega}$$

Zemlja je izgubna snov segreta na temperaturo 290 K, ki seva šum, kot seva črno telo. Šumno sevanje Zemlje daje šumno moč, ki jo sprejemna antena dobiva od Zemlje in je odvisna od tega, kako sprejemna antena "vidi" Zemljo s svojo smerno karakteristiko.

Primer:

Imamo Zemeljsko zvezo iz enega grebena na drugega. Izračunajte šumno temperaturo antene, če šumna temperatura Zemlje znaša 300 K in šumna temperatura neba 4 K.



V zenit usmerjena sprejemna antena z močno usmerjeno karakteristiko brez stranskih in hrbtnih listov "ne vidi" Zemlje in zato ne sprejema šuma, ki ga seva Zemlja. Ista antena, usmerjena na horizont, pa "gleda" s spodnjo polovico svoje smerne karakteristike Zemljo, z zgornjo polovico pa nebo in sprejema šumno moč vseh šumnih virov, ki jih "vidi". Pri satelitski anteni, ki je usmerjena v nebo, se senca žarilca odraža kot zrcaljenje Zemlje.

Primer:

Sonce seva v radijskem frekvenčnem pasu $f=1 \text{ GHz}$ kot črno telo s temperaturo $T_S=2 \cdot 10^5 \text{ K}$. Izračunajte moč nepolariziranega valovanja, ki vpada na anteno s premerom 3 m v pasovni širini $B=10 \text{ MHz}$! Sonce vidimo kot krožno ploščo pod zornim kotom $\alpha=0,5^\circ$. Šumna temperatura neba v ozadju znaša $T_N=10 \text{ K}$. ($c_0=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

Prostorski izstopni kot take antene znaša

$$\Omega_A = \frac{4\pi}{D} = \frac{4\pi}{\frac{4\pi}{\lambda^2} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4\lambda^2}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot (0,3 \text{ m})^2}{\pi \cdot (3 \text{ m})^2} = 1,273 \cdot 10^{-2} = 12,73 \text{ msrd}$$

Sonce vidimo iz Zemlje pod prostorskim kotom $\Omega_S = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 5,981 \cdot 10^{-5} \text{ srd}$

$$T_A = T_S \cdot \frac{\Omega_S}{\Omega_A} + T_N \cdot \left(\frac{\Omega_A - \Omega_S}{\Omega_A}\right) = T_S \cdot \frac{\Omega_S}{\Omega_A} + T_N \cdot \left(1 - \frac{\Omega_S}{\Omega_A}\right) \approx T_S \cdot \frac{\Omega_S}{\Omega_A} + T_N$$

$$T_A = 2 \cdot 10^5 \text{ K} \cdot \frac{5,981 \cdot 10^{-5} \text{ srd}}{1,273 \cdot 10^{-2} \text{ srd}} + 10 \text{ K} \cdot \left(1 - \frac{5,981 \cdot 10^{-5} \text{ srd}}{1,273 \cdot 10^{-2} \text{ srd}}\right) = 939,7 \text{ K} + 9,953 \text{ K} = 949,7 \text{ K}$$

obe polarizaciji

$$P_N = 2B \cdot k_B \cdot T_A = 2 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 949,7 \text{ K} = \underline{\underline{2,62 \cdot 10^{-13} \text{ W} = 0,262 \text{ pW}}}$$

$$P_N = 10 \log \left(\frac{2,59 \cdot 10^{-13} \text{ W}}{1 \text{ mW}} \right) = \underline{\underline{-95,8 \text{ dBm}}}$$

V primerjavi s prejšnjim primerom, ko v izračunu nismo upoštevali šumne temperature neba, vidimo da je za antene z visoko smernostjo prispevek šumne temperature neba zanemarljiv, saj je zelo majhen v primerjavi s prispevkom sevanja Sonca.

Primer:

Anteno s premerom 3 m, ki sprejema v frekvenčnem pasu $f=1$ GHz usmerimo v hladno nebo s šumno temperaturo $T_N=10$ K. Približno kolikšno razliko šumne temperature antene zaznamo, ko v sredino snopa zaide Luna, ki seva kot črno telo s temperaturo $T_L=200$ K? Luno vidimo kot krožno ploščo pod zornim kotom $\alpha=0,5^\circ$. ($c_0=3 \cdot 10^8$ m/s, $k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

Prostorski izstopni kot take antene znaša

$$\Omega_A = \frac{4\pi}{D} = \frac{4\pi}{\frac{4\pi}{\lambda^2} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4\lambda^2}{\pi d^2} = \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 = \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{0,3 \text{ m}}{3 \text{ m}}\right)^2 = 1,273 \cdot 10^{-2} = 12,73 \text{ msrd}$$

$$\text{Luno vidimo iz Zemlje pod prostorskim kotom } \Omega_L = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 5,981 \cdot 10^{-5} \text{ srd}$$

Ker je kot pod katerim vidimo Luno majhen (zgolj 9 mrd), lahko zapišemo približek z vrsto

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \dots$$

$$\Omega_L = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \approx 2\pi \left(1 - 1 + \frac{\alpha^2}{8}\right) = \frac{\pi}{4} \cdot \alpha^2 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ srd}$$

Ko ni Lune, znaša šumna temperatura antene $T_{A,1} = T_N$

$$\text{Ko v snop antene zaide Luna, znaša šumna temperatura } T_{A,2} = T_L \cdot \frac{\Omega_L}{\Omega_A} + T_N \cdot \left(\frac{\Omega_A - \Omega_L}{\Omega_A}\right)$$

Zaznana razlika šumne temperature antene znaša

$$\Delta T_A = T_{A,2} - T_{A,1} = T_L \cdot \frac{\Omega_L}{\Omega_A} + T_N \cdot \left(1 - \frac{\Omega_L}{\Omega_A}\right) - T_N = (T_L - T_N) \cdot \frac{\Omega_L}{\Omega_A}$$

$$\Delta T_A = (T_L - T_N) \cdot \frac{\frac{\pi}{4} \cdot \alpha^2}{\frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2} = (T_L - T_N) \cdot \left(\frac{\pi \alpha d}{4\lambda}\right)^2$$

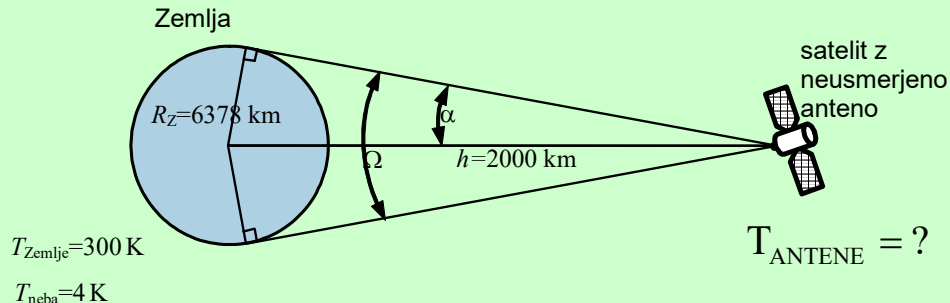
$$T_A = (200 \text{ K} - 10 \text{ K}) \cdot \frac{5,981 \cdot 10^{-5} \text{ srd}}{1,273 \cdot 10^{-2} \text{ srd}} = 190 \text{ K} \cdot 4,709 \cdot 10^{-3} = 0,895 \text{ K}$$

Napačna je predstava, da šumi antenina sevalna upornost R_s . Sevalna upornost antene namreč fizično sploh ne obstaja in smo si jo le izmislili kot pripomoček za to, da bi ponazorili sevanje in sprejemanje moči elektromagnetnih valov in da bi narisali (po Theveninu) nadomestno vezavo antene.

V sprejemni anteni nastaja šum le takrat, kadar vsebuje antena dele, v katerih se moč elektromagnetnih valov pretvarja v toploto. Ker imajo vsi resnični vodniki končno prevodnost, izolatorji niso idealni dielektriki brez izgub, in ker antene vsebujejo včasih še druge sestavne dele z izgubami (npr. dele iz feromagnetnih snovi), ima vsaka antena izgube. Te ponazorimo z izgubno upornostjo. V njej nastaja šumna moč, ki je odvisna od fizične temperature antene in širine frekvenčnega pasu. Izgubna upornost sprejemnih anten je navadno majhna. Velikost šumne moči sicer res ni odvisna od velikosti izgubne upornosti, vendar je prispevek šumne moči, ki nastaja v izgubni upornosti, k celotni šumni temperaturi antene kljub temu majhen. Zaradi velike neprilagojenosti šumne upornosti na upornost bremena, dobiva sprejemnik le majhen del moči, ki nastaja v izgubni upornosti antene.

Primer:

Izračunajte šumno temperaturo neusmerjene sprejemne antene za telekomando na krovu satelita v tirnici na višini $h=2000$ km nad zemeljsko površino. Šumna temperatura Zemlje znaša $T_Z=300$ K in šumna temperatura neba $T_N=4$ K. Frekvenca telekomande je dovolj visoka, da lahko šum Sonca in ostalih nebesnih teles zanemarimo. ($R_Z=6378$ km).



$T_{Zemlje}=300$ K

$T_{neba}=4$ K

$$\sin \alpha = \frac{R_Z}{R_Z + h}$$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) = 2\pi(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = 2\pi \cdot 0,352$$

$$T_A = \frac{T_Z \Omega + T_N (4\pi - \Omega)}{4\pi} = \frac{T_Z}{2} \cdot 0,352 + \frac{T_N}{2} \cdot 1,648 = \frac{300 \text{ K}}{2} \cdot 0,352 + \frac{4 \text{ K}}{2} \cdot 1,648 = \underline{\underline{56,5 \text{ K}}}$$

Neusmerjena antena na satelitu sešteva prispevek šumnih izvorov po celotnem prostoru, medtem ko je šumna temperatura antene, ki je usmerjena zgolj na geografsko področje na Zemlji, kar enaka šumni temperaturi Zemlje, kar zanaša približno 300 K.

Primer:

Izračunajte šumno temperaturo antene GPS sprejemnika, ki ima amplitudni smerni diagram $F(\theta, \phi) = 1 + \cos \theta$. Anteno usmerimo v nebo s šumno temperaturo $T_N=4$ K, neželjeni snop navzdol pa vidi Zemljo s šumno temperaturo $T_Z=300$ K. Sama antena je brezizgubna in ne vnaša dodatnega šuma (izkoristek $\eta=1$).

$$T_A = \frac{\int_{4\pi} T(\theta, \phi) \cdot |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega} = \frac{\int_0^\pi T(\theta) \cdot (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta} =$$

$$= \frac{T_N \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta + T_Z \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta}$$

Vpeljemo novo spremenljivko $u = \cos \theta$, ki definira izraz $\sin \theta d\theta = -d(\cos \theta) = -du$

$$\int (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta = -\int (1 + 2u + u^2) du = -u - u^2 - \frac{u^3}{3} + C$$

$$= \frac{\int_{-1}^0 T_Z (1+u)^2 du + \int_0^1 T_N (1+u)^2 du}{\int_{-1}^1 (1+u)^2 du} = \frac{T_Z \cdot \frac{1}{3} + T_N \cdot \frac{7}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{T_Z + 7T_N}{8} = \underline{\underline{41 \text{ K}}}$$

Primer:

Rotacijsko-simetrično zrcalo z razmerjem $f/d=0,4$ osvetlimo z žarilcem v gorišču, ki ima smerni diagram $F(\theta,\phi)=\cos\theta$ za $0<\theta<\pi/2$ in $F(\theta,\phi)=0$ za $\pi/2<\theta<\pi$. Kolikšna je šumna temperatura antene $T_A=?$, ko je zasukana v zenit? Temperatura neba znaša $T_N=8$ K, tla pa sevajo s $T_Z=290$ K.

$$f = \frac{d^2}{16h}$$

$$tga = \frac{\frac{d}{2}}{f-h} = \frac{1}{2\frac{f}{d}-\frac{2h}{d}} = \frac{1}{2\frac{d^2}{16f}-\frac{1}{d}} = \frac{1}{2\frac{f}{d}-\frac{1}{8\frac{f}{d}}} = \frac{1}{2\cdot 0,4-\frac{1}{8\cdot 0,4}} = 2,05$$

$$\alpha = \arctg 2,05 = 1,117 \text{ rd} = 64,01^\circ$$

$$T_A = \frac{\int_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega}{\int_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega} = \frac{T_N \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi + T_Z \int_\alpha^{\pi/2} \int_0^{2\pi} |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^\alpha \int_0^{2\pi} |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi + \int_\alpha^{\pi/2} \int_0^{2\pi} |F(\theta,\phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi}$$

$$T_A = \frac{T_N \int_0^\alpha \cos^2\theta \sin\theta d\theta + T_Z \int_\alpha^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta d\theta}$$

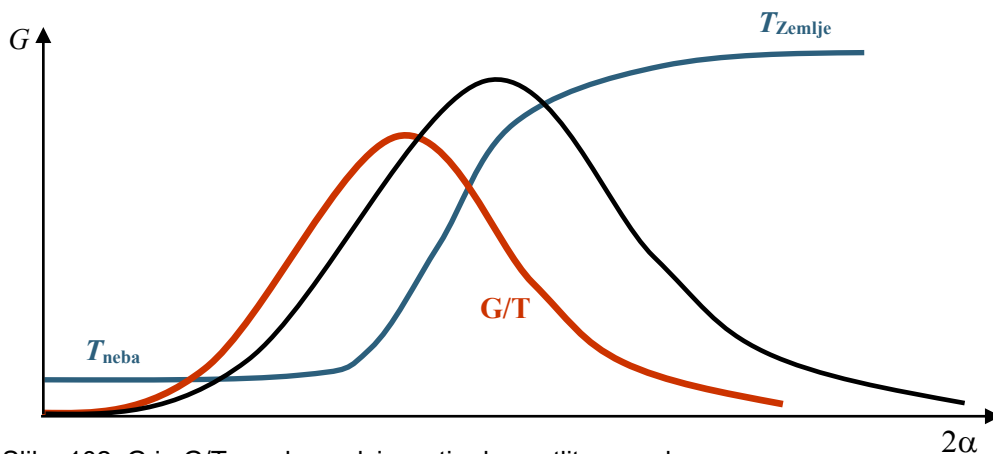
Vpeljemo novo spremenljivko $u = \cos\theta$, ki definira izraz $\sin\theta d\theta = -d(\cos\theta) = -du$

$$\int \cos^2\theta \sin\theta d\theta = -\int u^2 du = -\frac{u^3}{3} + C$$

$$T_A = \frac{T_N \left[-\frac{\cos^3\theta}{3} \right]_0^\alpha + T_Z \left[-\frac{\cos^3\theta}{3} \right]_\alpha^{\pi/2}}{\left[-\frac{\cos^3\theta}{3} \right]_0^{\pi/2}} = \frac{T_N \left(\frac{1}{3} - \frac{\cos^3\alpha}{3} \right) + T_Z \left(\frac{\cos^3\alpha}{3} \right)}{\frac{1}{3}} = T_N (1 - \cos^3\alpha) + T_Z \cos^3\alpha$$

$$\cos\alpha = \cos 64,01^\circ = 0,438$$

$$T_A = T_N (1 - 0,438^3) + T_Z 0,438^3 = 7,33 \text{ K} + 24,4 \text{ K} = \underline{\underline{31,73 \text{ K}}}$$



Slika 102: G in G/T zrcala v odvisnosti od osvetlitve zrcala.

Pri upoštevanju šumov je optimalna taka antena, ki ima največje razmerje G/T_A med dobitkom in šumno temperaturo.

Razmerje G/T_A je pomembno saj je sorazmereno razmerju signal šum, ki ga sprejme antena.

$$\frac{P_S}{P_N} = \frac{P_O G_O}{B \cdot k_B} \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \cdot \frac{G_S}{(T_A + T_S)}$$

G_{\max} dobimo pri osvetlitvi približno -10 dB na robu zrcala

$(G/T)_{\max}$ dobimo pri osvetlitvi približno od -15 dB do -20 dB na robu zrcala

Primer:

Zrcalna antena premera $d=30\lambda$ je enakomerno osvetljena, izgubo dobitka pa prinaša sevanje žarilca preko roba zrcala. Izračunajte dobitek antene $G=?$ pri valovni dolžini $\lambda=3$ cm, če je antena usmerjena v hladno nebo $T_N=4$ K in šumna temperatura antene naraste $T_A=100$ K zaradi sevanja preko roba zrcala, ki vidi tla na $T_Z=293$ K. Ostale izgube dobitka zanemarimo!

$$A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{30\lambda}{2} \right)^2 = \pi \cdot (15\lambda)^2 = \pi \cdot (15 \cdot 0,03 \text{ m})^2 = \pi \cdot (0,45 \text{ m})^2 = \pi \cdot 0,2025 \text{ m}^2$$

$A' \equiv$ sevanje preko roba

$$T_A = \frac{T_N \cdot A + T_Z \cdot A'}{A + A'} \quad A' = A \cdot \frac{T_A - T_N}{T_Z - T_A} = A \cdot \frac{100 \text{ K} - 4 \text{ K}}{293 \text{ K} - 100 \text{ K}} = A \cdot 0,4974$$

$$\text{sevanje preko roba } \eta = \frac{A'}{A + A'} = \frac{A}{A + A \cdot 0,4974} = \frac{1}{1 + 0,4974} = 0,6678$$

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \eta = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \pi \cdot (15\lambda)^2 \eta = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \cdot 225 \cdot \lambda^2 \cdot \eta = 4\pi^2 \cdot 225 \cdot 0,6678 = 5932 = 37,73 \text{ dBi}$$

Primer:

GPS sprejemnik je opremljen z neusmerjeno brezizgubno anteno na frekvenci $f=1575,42$ MHz. Izračunajte razmerje $G/T=?$ celotne naprave, če znaša šumna temperatura sprejemnika $T_S=171$ K. Šumna temperatura neba znaša na dani frekvenci $T_N=15$ K, šumna temperatura Zemlje pa je enaka referenčni temperaturi $T_Z=293$ K.

Za neusmerjeno brezizgubno anteno velja $G = \eta D$ $D = 1$ $\eta = 1$

$$T_A = \frac{T_N \Omega_N + T_Z (4\pi - \Omega_N)}{4\pi} = \frac{T_N + T_Z}{2} = \underline{154 \text{ K}}$$

$$T_A + T_S = 154 \text{ K} + 171 \text{ K} = 325 \text{ K}$$

$$\frac{G}{T} = \frac{1}{T_A + T_S} = \underline{\underline{3,07 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}}}$$

$$\frac{G}{T} [\text{dB} / \text{K}] = 10 \cdot \log(3,07 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}) = \underline{\underline{25,1 \text{ dB/K}}}$$

16.2. Šumna temperatura in šumno število sprejemnika

Na žalost ob sprejemu signala vsak sprejemnik dodaja tudi nekaj lastnega šuma. Pri načrtovanju radijskega sprejemnika je torej potrebno upoštevati tudi šum sprejemnika, ki je v glavnem toplotnega izvora. Šum sprejemnika je težje natančno izmeriti kot šum antene, saj lahko merimo le na koncu verige ojačevalnih stopenj, frekvenčnih sit in drugih sestavnih delov sprejemnika.

Radijski sprejemniki običajno vsebujejo verigo ojačevalnih stopenj z zelo visokim skupnim ojačenjem, tudi preko 100 dB. Ojačenje verige se s staranjem vezij sprejemnika, spreminjanjem napajalne napetosti in temperature okolice lahko precej spreminja. Ker kljub znatnim spremembam ojačenja sprejemne verige ostanejo šumne lastnosti sprejemnika skoraj nespremenjene, velja dogovor, da šum sprejemnika vedno definiramo kot navidezno veličino na vhodnih sponkah sprejemnika (ojačevalnika, mešalnika ipd).

16.2.1. Nastanek in vrste notranjega šuma

Termični šum Vzemimo električni upor z omsko upornostjo R Ohmov in ga segrejmo na temperaturo T Kelvinov. Molekule v takšnem uporu ne mirujejo, ampak trepetajo. S segrevanjem se namreč dovajana toplotna energija spreminja v kinetično energijo molekul. Molekule bo obmirovale samo v snovi, ki bi jo ohladili na temperaturo nič Kelvinov (absolutna ničla), kar pa ni mogoče.

Med molekulami se v električno prevodnem materialu nahajajo prosti elektroni, ki se zaletavajo v trepetajoče molekule. Pri trku z molekulo dobi elektron pospešek. Gibanje elektronovega električnega naboja povzroči nastanek magnetnega polja, ki požene v gibanje sosednje proste elektrone. Tako se zaradi trepetanja molekul elektroni neprestano neurejeno gibljejo sem ter tja, kar imenujemo termično gibanje elektronov. Pri tem se lahko zgodi, da se na enem koncu upora nakopiči več elektronov kot na drugem koncu. Zaradi tega se med koncema pojavi potencialna razlika (napetost). V naslednjem trenutku je na obeh koncih enako število elektronov in potencialna razlika izgine. Hip za tem se znajde več elektronov na drugem koncu upora, med obema koncema se zopet pojavi napetost, le da ima sedaj drug predznak. Igra se ponavlja in posledica tega je neprestano popolnoma naključno se spreminjajoča napetost med obema koncema upora, ki jo imenujemo termični (Johnsonov) šum. Višja kot je temperatura, več energije imajo prosti elektroni, kar doprinese k povečanju šuma. Termični šum, ki je 0 za idealni prevodnik, narašča v odvisnosti od velikosti upornosti R . Napetost, ki jo povzroča termični šumni vir znaša

$$U_{Neff} = \sqrt{4k_B \cdot T \cdot R \cdot B}$$

Termični šum ima zvezen frekvenčni spekter, zato ga (po analogiji z belo svetlobo) imenujemo beli šum. Časovno povprečje kvadratov napetosti termičnega šuma praktično ni odvisno od frekvence, saj se do frekvence 100 GHz spreminja s frekvenco za manj kot 1%, do 1 THz pa za 10 %. Prisotnost belega šuma je omejena samo s pasovno širino električnega vezja.

Zrnati šum nastaja zaradi kvantne narave električnega toka in neurejenega gibanja nosilcev električnega naboja. Električni tok ni zvezen, ampak zrnat. V kovinah so ta zrnca električni naboji elektronov. Ti se gibljejo popolnoma neurejeno: prehod elektrona skozi določen presek ni odvisen od tega, kdaj je skozi ta presek šel prejšnji elektron in kdaj bo šel naslednji elektron. Število elektronov, ki v nekem trenutku prestopijo določen presek, ni konstantno, ampak se s časom spreminja. Če rečemo, da teče skozi vodnik enosmerni tok, to pomeni, da je samo časovno povprečenje jakosti toka določena konstantna vrednost, sicer pa se jakost toka neprestano naključno nekoliko spreminja. To spreminjanje povzroča šum, ki ga glede na to, kako nastaja, imenujemo zrnati šum. Moč zrnatega šuma zapišemo kot

$$\overline{I_s^2} = 2q \cdot I v$$

kjer je q naboj enega elektrona $1,6 \cdot 10^{-19}$ As in I je tok skozi napravo. Tudi zrnati šum je neodvisen od frekvence in ga zato pojmujejo kar beli šum. Moč zrnatega šuma opišemo z ekvivalentno šumno temperaturo, na katero bi morali segreti upor, da bi dal enako šumno moč.

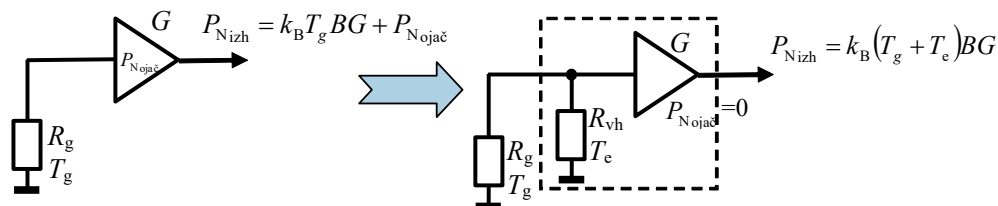
Pri 1/f šumu, kot že ime pove, ima časovno povprečje kvadratov napetosti obliko

$$U_{Neff} = \overline{U_s^2} = kf/f^a$$

kjer je a faktor med 0,8 in 1,4 (običajno kar 1). Ta vrsta šuma obstaja v vseh električnih napravah in ga zasledimo tudi pod imenom tokovni šum, polprevodniški šum, kontaktni šum,...

16.2.2. Efektivna nadomestna šumna temperatura

Vzemimo linearni ojačevalnik z razpoložljivim ojačenjem G , kot ga prikazuje slika. Na vhod priključimo generator z notranjo impedanco, ki je prilagojena na vhodno impedanco ojačevalnika. Na izhod ojačevalnika priključimo prilagojeno breme. Skupna moč šuma, ki jo ojačevalnik pošilja v breme, je vsota dveh moči: moč, ki jo pošilja na vhod ojačevalnika na temperaturo T segreta notranja upornost generatorja in ki jo ojačevalnik G -krat ojači; in moč $P_{N,ojač}$, ki nastaja v notranjih virih šumov v ojačevalniku.



Slika 103: Definicija šumne temperature.

Glede na dogovor, da šum sprejemnika vedno definiramo kot navidezno veličino na vhodnih sponkah sedaj nadomestimo vse notranje vire šumov v ojačevalniku z vhodno upornostjo ojačevalnika R_{vh} . V mislih segrejmo R_{vh} na takšno temperaturo, da bo šumna moč, ki jo daje ta upor in ki jo ojačevalnik še G -krat ojači, enaka šumni moči, ki je prej nastala v vseh notranjih virih šumov v ojačevalniku. Skupna šumna moč, ki jo ojačevalnik pošilja v breme, je:

$$P_{N,izh} = k_B (T_g + T_e) B G$$

Skupna šumna moč je v obeh primerih enaka. Iz česar sledi, da je šumna moč notranjih virov šuma v ojačevalniku enaka

$$P_{N,ojač} = k_B T_e B G \quad [W]$$

oziroma

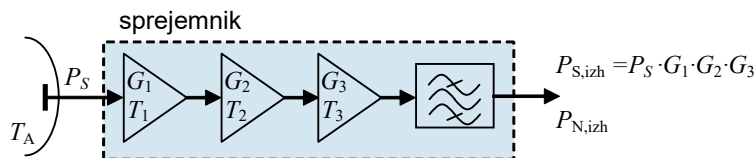
$$T_e = \frac{P_{N,ojač}}{k_B B G}$$

Temperaturo $T_e [K]$ imenujemo **efektivna nadomestna šumna temperatura linearnega ojačevalnika**. $T_e [K]$ je tista navidezna temperatura, na katero bi morali segreti realni del ojačevalnikove vhodne impedance, da bi ta dajala takšno šumno moč, ki bi bila G -krat ojačena v idealnem brezšumnem ojačevalniku, enaka šumni moči, ki nastaja v resničnem ojačevalniku. Tako imamo za opisovanje šumnih lastnosti ojačevalnikov šumno temperaturo $T_e [K]$. Idealni ojačevalnik, ki ne bi ustvarjal nobenega lastnega šuma, bi imel šumno temperaturo nič Kelvinov.

Vsak resnični ojačevalnik ima šumno temperaturo. Čim višja je ta temperatura, več lastnega šuma vnaša ojačevalnik v sprejemno napravo. Šumno število opisuje šumne lastnosti ojačevalnika le pri standardni referenčni temperaturi 290 K, definicija šumne temperature pa ni vezana na nobeno referenčno temperaturo. Šumna temperatura ni odvisna od velikosti vhodne impedance, se pa v splošnem lahko spreminja s frekvenco. Seveda šumna temperatura nima nobene zveze s fizično temperaturo ojačevalnika, ampak je le zelo uporaben pripomoček, ki smo si ga izmislili za opisovanje šumnih lastnosti vezij. Izjema je ohmski upor, kjer je šumna temperatura enaka njegovi fizični temperaturi.

Šumna temperatura je tudi najbolj univerzalno merilo za opisovanje šumnih lastnosti vezij. Pri tem je vseeno, ali je šum termičnega porekla ali nastaja kako drugače. Zato lahko s šumno temperaturo določimo šumne lastnosti vseh mogočih šumnih virov, od galaksije do GaAs FET ojačevalnika.

Šumne lastnosti (radijskega) ojačevalnika najpreprosteje definiramo kot temperaturo šuma, ki se navidezno dodaja na vhodnih sponkah ojačevalnika. Dodani šumni signal seveda lahko izmerimo le na izhodnih sponkah ojačevalnika.



Slika 104: Radijski sprejemnik z verigo ojačevalnih stopenj.

Ker so šumi nekorelirani, lahko seštejemo njihove prispevke po moči in ni potrebno seštevanje kazalcev posameznih prispevkov.

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} = \frac{P_S \cdot G_1 G_2 G_3}{B k_B T_A G_1 G_2 G_3 + B k_B T_1 G_1 G_2 G_3 + B k_B T_2 G_2 G_3 + B k_B T_3 G_3}$$

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} = \frac{P_S \cdot G_1 G_2 G_3}{B \cdot k_B (T_A G_1 G_2 G_3 + T_1 G_1 G_2 G_3 + T_2 G_2 G_3 + T_3 G_3)}$$

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} = \frac{P_S}{B \cdot k_B \left(T_A + T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} \right)}$$

Šumne lastnosti sprejemne verige računamo tako, da vse šumne temperature posameznih stopenj preračunamo na vhodne sponke sprejemnika. Na vhodne sponke sprejemnika preračunamo tudi navidezno skupno šumno moč sistema, to je vsoto šumnih moči antene in sprejemnika.

$$\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{\text{izh}} = \frac{P_S}{B \cdot k_B (T_A + T_S)}$$

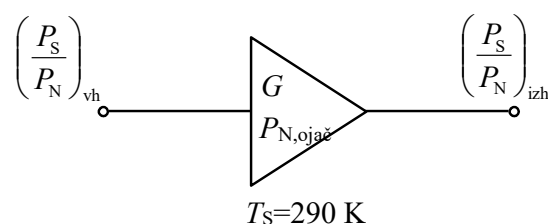
Prva ojačevalna stopnja sprejemnika daje največji prispevek k šumu celotne verige. Prispevek naslednjih stopenj se manjša sorazmerno z ojačenjem predhodnih stopenj. Razlaga pojava gre v obratni smeri: šum prve stopnje v resnici ojačajo vse naslednje stopnje, šum druge stopnje ne gre skozi prvo stopnjo, šum tretje niti skozi prvo niti drugo in tako naprej.

Pri načrtovanju vezij sprejemnika moramo torej najbolj paziti na šum prve stopnje. Šum naslednjih stopenj je lahko nekoliko višji, tam so druge lastnosti ojačevalnih stopenj bolj pomembne. Končno ne smemo zanemariti položaja pasovnih sit v sprejemniku, ki običajno ni samo eno, temveč v resničnem sprejemniku potrebujemo celo vrsto pasovnih sit med stopnjami od vhoda do izhoda sprejemnika, da preprečimo prekrmljenje sprejemne verige z neželenimi signali ob upoštevanju tehnoloških omejitev pri izdelavi pasovnih sit.

16.2.3. Šumno število

Poleg šumne temperature uporabljamo za opisovanje šumnih lastnosti ojačevalnikov tudi šumni faktor oziroma šumno število.

Vzemimo linearni ojačevalnik in na vhodni sponki priključimo preko idealnega pasovnega sita idealen generator signala, na izhodni sponki pa prilagojeno breme. Linearen je tisti ojačevalnik, pri katerem je izhodna moč signala $P_{S_{izh}}$ premosorazmerna z vhodno močjo $P_{S_{vh}}$. Razpoložljivo ojačenje G takega ojačevalnika, ki je določeno kot razmerje izhodne proti vhodni moči signala, je največje možno ojačenje, kadar je notranja impedanca generatorja prilagojena na ojačevalnikovo vhodno impedanco, in je impedanca bremena prilagojena na ojačevalnikovo izhodno impedanco. Idealno pasovnoprepustno sito je tisto, ki brez izgub prepušča signale v določenem frekvenčnem pasu in neskončno slabi signale vseh frekvenc zunaj tega frekvenčnega pasu. Idealni generator signala je tisti, ki daje poleg moči koristnega signala samo šumno moč, ki nastaja v njegovi notranji upornosti, segreti na temperaturo T Kelvinov, in nobene druge moči. Predpostavimo, da se vhodna impedanca ojačevalnika in njegovo ojačenje ne spreminjata s frekvenco v vsem frekvenčnem pasu B .



Slika 105: Definicija šumnega števila.

Šumni faktor F linearnega ojačevalnika je definiran kot količnik razmerja moči signala in moči šuma na vходу ojačevalnika ter razmerja moči signala in moči šuma na izhodu ojačevalnika pri standardni referenčni šumni temperaturi $T_0=290\text{ K}$.

$$F = \left. \frac{\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{vh}}{\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{izh}} \right|_{T_0=290\text{K}}$$

Šumno število se podaja v dB in je določeno kot 10-kratna vrednost desetiškega logaritma iz šumnega faktorja. Določljivo je le za štiripolna vezja z enimi vhodnimi in enimi izhodnimi vrati. Šumno število ni odvisno od moči vhodnega signala in niti od vrste modulacije.

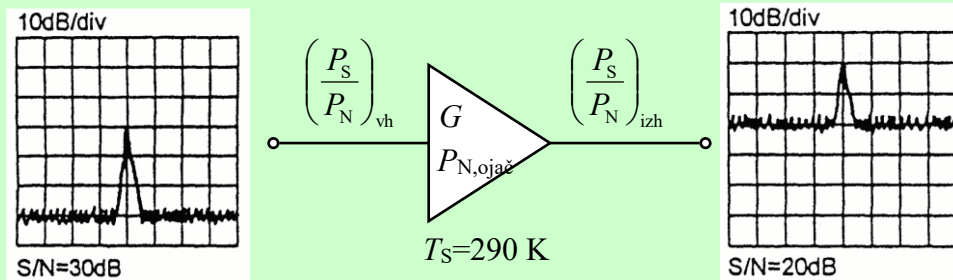
$$F[\text{dB}] = \left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{vh} [\text{dB}] - \left(\frac{P_S}{P_N}\right)_{izh} [\text{dB}]$$

Šumno število določeno po zgornji enačbi velja le za razmere, v katerih deluje ojačevalnik v linearnem območju. Meritve šumnega števila v nelinearnem območju delovanja dajo popolnoma napačne rezultate.

Šumno število je podatek, ki pove, za koliko je razmerje signal/šum na izhodu ojačevalnika slabše od razmerja signal/šum na njegovem vходу, pri prilagojenem generatorju na temperaturi 290 K. Idealni ojačevalnik, ki ne bi dodajal nič lastnega šuma, bi imel šumno število 1, oziroma 0 dB. Razmerje signal/šum na izhodu takšnega ojačevalnika bi bilo enako razmerju signal/šum na njegovem vходу. Žal takšnega ojačevalnika ni, vsak namreč dodaja nekaj svojega šuma.

Primer:

Imamo primer, kjer izmere s pomočjo spektralnega analizatorja na vходу ojačevalnika prikazujejo razmerje signal/šum 30 dB. Na izhodu ojačevalnika vidimo, da je le-ta ojačil signal za 20 dB. Vendar je ojačil tudi šum za 20 dB in dodal svoj šum, tako da znaša sedaj razmerje signal/šum le še 20 dB. Koliko znaša šumno število ojačevalnika?

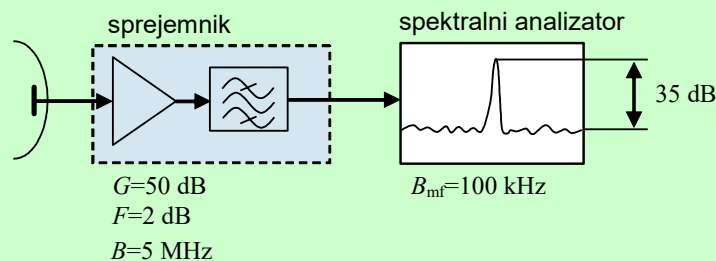


Glede na razmerje signal/šum na vходу ojačevalnika to pomeni, da je šumno število tega ojačevalnika 10 dB.

V praksi šum merimo in podajamo s pomočjo radijskega spektralnega analizatorja. Pri tem moramo biti pazljivi na pasovno širino uporabljenega medfrekvenčnega sita v spektralnem analizatorju. Uporaba širšega sita da posledično več šuma, saj se šumna moč linearno povečuje v odvisnosti od pasovne širine B .

Primer:

Antena je priključena na sprejemnik, ki vsebuje nizkošumni ojačevalnik z ojačenjem $G=50$ dB in šumnim številom $F=2$ dB ter pasovno sito širine $B=5$ MHz. S spektralnem analizatorjem izmerimo na izhodu sprejemnika razmerje signal/šum=35 dB v pasovni širini medfrekvence spektralnega analizatorja $B_{mf}=100$ kHz. Kolikšna je teoretska zmogljivost $C=?$ takšne radijske zveze?



$$\left(\frac{P_s}{P_N}\right)_{SA} = 35 \text{ dB} = 10^{\frac{35 \text{ dB}}{10}} = 3162$$

$$\frac{(P_N)_{SP}}{(P_N)_{SA}} = \frac{B}{B_{mf}} \quad \left(\frac{P_s}{P_N}\right)_{SP} = \frac{B_{mf}}{B} \left(\frac{P_s}{P_N}\right)_{SA}$$

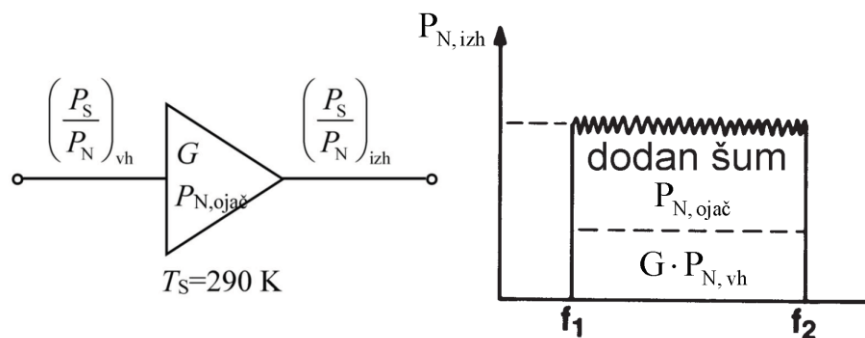
$$\left(\frac{P_s}{P_N}\right)_{SP} = \frac{B_{mf}}{B} \cdot \left(\frac{P_s}{P_N}\right)_{SA} = \frac{100 \text{ kHz}}{5 \text{ MHz}} \cdot 3162 = 63,2$$

$$\left(\frac{P_s}{P_N}\right)_{SP} [\text{dB}] = 10 \cdot \log(63,2) = 18 \text{ dB}$$

$$C = B \cdot \log_2\left(1 + \left(\frac{P_s}{P_N}\right)_{SP}\right) = 5 \text{ MHz} \cdot \log_2(1 + 63,2) = 5 \text{ MHz} \cdot 6,006 = 30,03 \text{ Mbit/s}$$

16.2.4. Zveza med šumno temperaturo in šumnim številom

Ojačevalnik ojačuje moč koristnega signala in moč šuma, ki prihajata na njegov vhod. Poleg tega se na njegovem izhodu pojavlja še šumna moč $P_{N, ojač}$, ki nastaja v notranjih šumnih virih v ojačevalniku. Če moč šuma na vходу ojačevalnika izrazimo s pomočjo obrazca, ki določa notranji šum, dobimo izraz enakovredne definicije šumnega števila. Le-ta pravi, da je šumno število ojačevalnika enako razmerju celotne šumne moči na izhodu ojačevalnika in šumne moči, ki bi se pojavila na izhodu, če v ojačevalniku ne bi bilo nobenega notranjega šumnega vira, tako da ojačevalnik sam ne bi povzročal nobenega dodatnega šuma in bi bila šumna moč na izhodu ojačevalnika izključno posledica šumne moči na njegovem vходу, ki nastaja v notranji upornosti generatorja, segreti na temperaturo $T_0=290$ K.



Slika 106: Ekvivalentna definicija šumnega števila.

Šumno število je v splošnem funkcija frekvence in ni odvisno od širine frekvenčnega pasu B . Poleg tega so navadno širine frekvenčnega pasu merilnikov šumnega števila tako ozke, da smemo predpostaviti, da se šumno število znotraj merilnikovega frekvenčnega pasu ne spreminja.

Kadar se ojačenje ojačevalnika spreminja s frekvenco, razdelimo njegovo frekvenčno območje na toliko enakih frekvenčnih pasov B , da lahko vzamemo, da je ojačenje ojačevalnika v vsakem posameznem frekvenčnem pasu B konstantno. Na ta način določimo šumno število ojačevalnika za vsak frekvenčni pas B posebej (angl. spot noise figure) in nato podamo šumno število ojačevalnika v odvisnosti od frekvence.

$$F = \frac{\frac{P_{S, vh}}{P_{N, vh}}}{\frac{G \cdot P_{S, vh}}{G \cdot P_{N, vh} + P_{N, ojač}}} = \frac{G \cdot P_{N, vh} + P_{N, ojač}}{G \cdot P_{N, vh}} \Bigg|_{T_0=290K} = \frac{k \cdot T_0 \cdot G \cdot B + P_{N, ojač_0}}{k \cdot T_0 \cdot G \cdot B}$$

Iz izraza za enakovredno definicijo šumnega števila izrazimo šumno moč N_0 , ki nastaja v vseh ojačevalnikovih notranjih virih. Dobljen izraz izenačimo z obrazcem, kjer je šumna moč izražena z efektivno nadomestno šumno temperaturo in dobimo:

$$P_{N, ojač} = k_B T_e B G \quad [W]$$

Iz tega je neposredno razvidna preprosta zveza med efektivno nadomestno šumno temperaturo in šumnim številom

$$T_e [K] = (F - 1) \cdot T_0$$

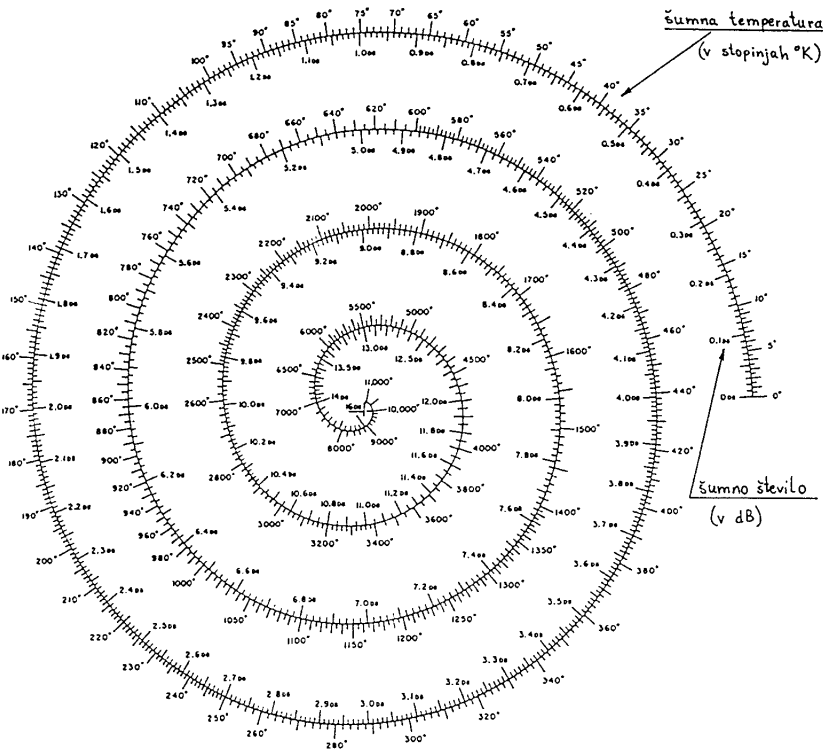
$$F = 1 + \frac{T_e [K]}{T_0}$$

Oba izraza imata tudi svojo decibelsko inačico.

$$T_e [K] = 290K \cdot \left(10^{\frac{F[dB]}{10}} - 1 \right)$$

$$F[\text{dB}] = 10 \cdot \log_{10} \left(1 + \frac{T_e[\text{K}]}{290\text{K}} \right)$$

Na sliki je prikazan tudi graf za preračun šumne temperature v šumno število in obratno.



Slika 107: Povezava med šumnim številom in šumno temperaturo.

Definicija šumne temperature je bolj temeljna in je najbolj pripravna kot podatek nizkošumnih sprejemnih naprav. S šumno temperaturo veliko lažje računamo; hitreje ocenimo sprejemni sistem in razne spremembe ter izboljšave.

Definicija šumnega števila pa se uporablja kot podatek običajnih sprejemnih vezij. Sprememba šumnega števila je enaka spremembi razmerja signal/šum le pri zemeljskih zvezah, kjer je šumna temperatura antene približno 290 K. Račun s šumnim številom se nam pokvari, ko $T_0 \neq 290\text{ K}$.

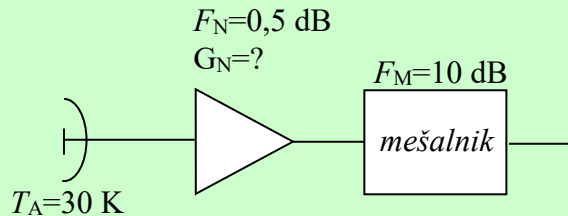
Primer:

Satelitska sprejemna antena ima šumno temperaturo $T_A=30\text{ K}$. Sprejemnik sestavlja nizkošumni ojačevalnik s šumnim številom $F_N=0,5\text{ dB}$ in mešalnik ter ostale stopnje s šumnim številom $F_M=10\text{ dB}$. Kolikšno naj bo ojačenje nizkošumnega ojačevalnika $G_N=?$, da celotna šumna temperatura sistema ne preseže $T=100\text{ K}$? ($T_0=293\text{ K}$)

$$T_n = T_0 \left(10^{\frac{F_n}{10}} - 1 \right) = \underline{35,75\text{ K}}$$

$$T_m = T_0 \left(10^{\frac{F_m}{10}} - 1 \right) = \underline{2637\text{ K}}$$

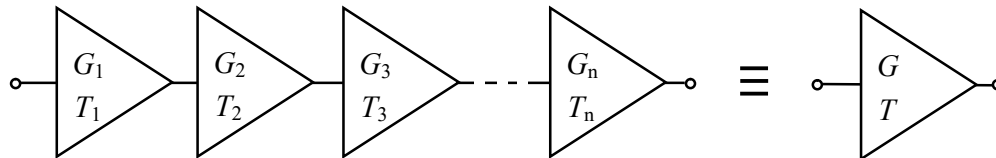
$$T = T_a + T_n + \frac{T_m}{G_n} \rightarrow G_n = \frac{T_m}{T - T_a - T_n} = \frac{2637\text{ K}}{100\text{ K} - 30\text{ K} - 35,75\text{ K}} = \underline{76,996 = 18,86\text{ dB}}$$



Pri računanju šuma verige ojačevalnikov je najlažje, če posamezna šumna števila pretvorimo v šumno temperaturo. Šumna temperatura in šumno število zaporedno vezanih štiripolov, ki jih prikazuje spodnja slika, računamo po enačbah

$$T = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_n}{G_1 \dots G_{n-1}} \quad [\text{K}]$$

$$F = 1 + \frac{T}{T_0} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 \dots G_{n-1}}$$

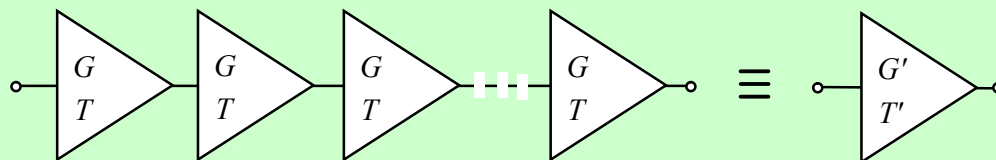


Slika 108: Šumno število verige ojačevalnikov.

K šumni temperaturi sprejemnega sistema največ prispeva prva ojačevalna stopnja v verigi. Vsaka naslednja stopnja prinese manj šuma. Poskrbeti moramo, da ima antenski ojačevalnik, ki je za anteno prvi v verigi, čim manjšo šumno temperaturo oziroma čim manjšo šumno število.

Primer:

Izračunaj šumno število in šumno temperaturo neskončne verige zaporedno vezanih enakih ojačevalnikov.



$$T' = T + \frac{T}{G} + \frac{T}{G^2} + \dots + \frac{T}{G^n} = \frac{T}{1 - \left(\frac{1}{G}\right)}$$

$$F' = 1 + \frac{T'}{T_0} = F + \frac{F-1}{G} + \frac{F-1}{G^2} + \dots + \frac{F-1}{G^n} = \frac{F-1}{1 - \left(\frac{1}{G}\right)} + 1$$

16.3. Šumna temperatura in šumno število slabilnika

Slabilniki so štiripoli, ki pošiljajo nase priključenim bremenom le del moči, ki jo dobivajo iz generatorjev. Pri prehodu skozi slabilnik se moč signalov zmanjša. Zamislimo si slabilnik in definirajmo njegovo slabljenje a tako, da je vhodna impedanca slabilnika prilagojena na notranjo impedanco generatorja in izhodna impedanca slabilnika na impedanco bremena.

Če slabilnik oddaja enako moč kot jo sprejema ($P_{izh}=P_{vh}$), je njegovo slabljenje ena (0 dB). Kadar pa ne prepušča nobene moči ($P_{izh}=0$), je njegovo slabljenje neskončno (∞ dB).

Po načinu delovanja poznamo dve vrsti slabilnikov: absorpcijske in reflektivne.

Absorpcijski slabilnik sprejema vso dovajano mu moč, del te moči v sebi pretvori v toploto (absorbira), preostanek moči pa pošlje bremenu. Absorbirano moč slabilnik oddaja kot šumno moč.

Refleksijski slabilnik del dovajane mu moči na svojem vhodu odbije, del pa prepušča in pošilja bremenu ter pri tem v idealnih razmerah v sebi ne pretvarja nič moči v toploto in zato ne oddaja šumne moči.

Absorpcijski slabilnik je npr. antenski vod, reakcijski slabilniki pa so npr. razna frekvenčna sita in kretnice. Ker so absorpcijski slabilniki vir šumov, jih moramo vključiti v obravnavo šumnih razmer v sprejemnih napravah.

Slabilnik, segret na fizično temperaturo T_{sl} , se obnaša kot ojačevalnik z ojačenjem $1/a$ in šumno temperaturo T_e .

$$T_e = T_{sl} \cdot (a-1) \text{ [K]}$$

Iz prej dobljene zveze za povezavo med šumno temperaturo in šumnim številom izračunamo še šumno število F slabilnika

$$F = \frac{T_{sl} \cdot (a-1) + T_0}{T_0}$$

Vidimo, da je šumno število slabilnika F enako slabljenju a slabilnika, če je fizična temperatura slabilnika T_{sl} enaka standardni referenčni šumni temperaturi $T_0=290$ K.

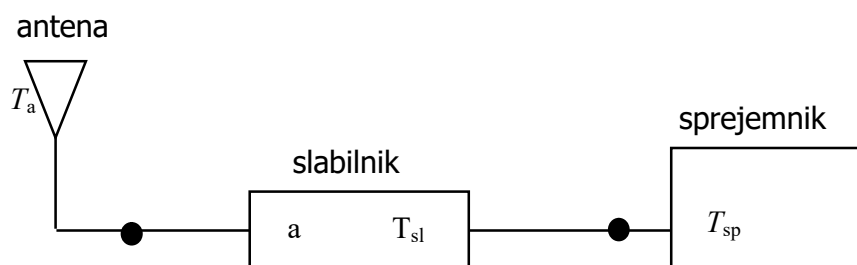
Poleg tega, da v slabilniku nastaja šumna moč, slabilnik zmanjšuje tudi moč signalov, ki potujejo skozenj. Celoten učinek slabilnika na šumno temperaturo $T_{e,sl}$ sprejemne naprave določa izraz

$$T_{e,sl} = T_{sl} (a-1) + aT_{ek} \text{ [K]}$$

kjer je T_{ek} kumulativno skupno šumno temperaturo vseh stopenj sprejemne naprave, ki so v verigi priključene na slabilnik. Prvi sumand leve strani obrazca predstavlja prispevek šuma, ki nastane v slabilniku, k skupni šumni temperaturi sprejemne naprave. Pri reakcijskih slabilnikih je ta sumand nič. Drugi sumand predstavlja povečanje šumne temperature sprejemne naprave, ki se poveča zato, ker slabilnik zmanjša moč koristnih signalov.

Šumna temperatura celotne sprejemne naprave T_{sis} , ki jo tvorijo zaporedno vezani antena, antenski vod in sprejemnik, je

$$T_{sis} = T_a + T_{sl} (a-1) + aT_{sp} \text{ [K]}$$



Slika 109: Šumno število sprejemne verige.

Primer:

Sprejemnik na krovu vesoljskega plovila ima šumno temperaturo $T_S=30$ K in je povezan preko voda z izgubami do antene s $T_A=50$ K. Izračunajte skupno nadomestno šumno temperaturo sistema $T=?$, če ima antenski vod $a=1$ dB izgub in se nahaja na senčni strani plovila na $T_K=200$ K!

$$T = a \left(T_S + T_K \left(1 - \frac{1}{a} \right) + T_A \frac{1}{a} \right) = aT_S + (a-1)T_K + T_A$$

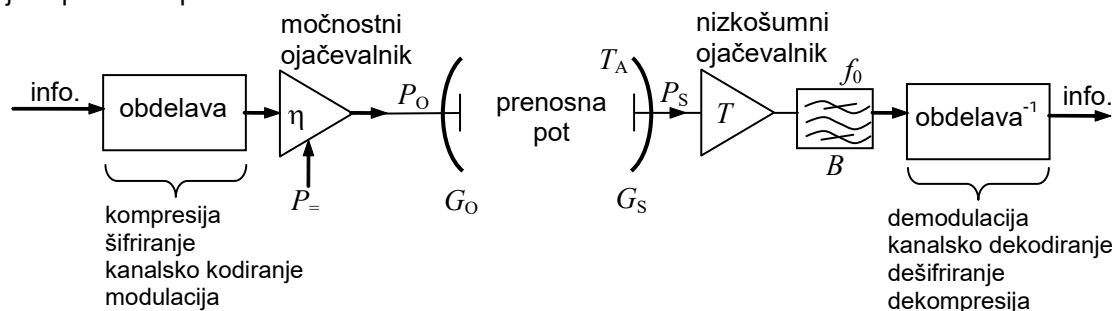
$$a = 1 \text{ dB} = 10^{\frac{1 \text{ dB}}{10}} = \underline{1,259}$$

$$T = 1,259 \cdot 30\text{K} + (1,259 - 1) \cdot 200\text{K} + 50\text{K} = \underline{\underline{139,6\text{K}}}$$

17. Modulacija signala v satelitski radijski zvezi

Uporabnik običajno zahteva od radijske zveze prenos določene informacije v doglednem času, to se pravi določeno zmogljivost zveze. Pri tem uporabnika ne zanima, kako je sama radijska zveza izvedena in na kakšen način se prenaša njegova informacija – v analogni ali številski (digitalni) obliki. V primeru, ko je izvorna informacija v analogni obliki, uporabnik zahteva določeno razmerje signal/šum na koncu celotne verige radijske zveze. Za izvorno informacijo v številski obliki uporabnika običajno zanima pogostnost napak (angl. Bit-Error Rate – BER), ki se povečajo na sprejemniku.

Izvorna informacija se največkrat nahaja v takšni obliki, da je ne moremo neposredno prenašati preko radijske zveze. Informacijo je torej treba najprej ustrezno obdelati, kot prikazuje slika 110. Postopek obdelave informacije imenujemo modulacija, njej nasprotni funkciji pa demodulacija. Modulacija mora vsebovati najmanj preslikavo frekvenčnega spektra informacije v takšno področje, ki ustreza radijski zvezi. Modulacija lahko vsebuje tudi predelavo in kodiranje signala za ustrežnejše izkoriščanje radijske prenosne poti.



Slika 110: Obdelava informacijskega signala v radijski zvezi.

Večino sodobnih komunikacijskih satelitov posreduje podatke v številski obliki. Ker pa je v delovanju še nekaj starejših sistemov, ki za prenos informacije uporabljajo analogne signale, se bomo najprej osredotočili na analogno radijsko zvezo. Analogni prenos informacije zaradi svoje preprostosti uporabljajo tudi radioamaterski sateliti in univerzitetni sateliti ter drugi majhni sateliti namenjeni raziskovanju. Vremenski satelit NOAA-19, ki je bil lansiran februarja 2009, je zadnji satelit, ki uporablja analogni sistem za avtomatski prenos slike (angl. Automatic Picture Transmission – APT) na frekvenci 137 MHz. Slikovni signal je zapisan z 256-nivojsko amplitudno modulacijo na 2,4 kHz podnosilec, le-ta pa frekvenčno moduliran na 137 KHz radiofrekvenčni nosilec.

Digitalizacija je v satelitski tehnologiji najprej dosegla prenos televizijskih kanalov. Prvi telekomunikacijski satelit Telstar je že prenašal televizijsko sliko preko Atlantika.[¹], [²] Kmalu po začetku komercialne uporabe prenosa analognih TV-programov so se pokazale slabosti analogne tehnologije. Kakovost prenesene slike je bila zelo odvisna od vremenskih pogojev. Poleg tega število rezpoložljivih TV-kanalov ni bilo dovolj veliko za zadovoljitev vseh potreb ponudnikov in povpraševanja. Problem pomanjkanja so reševali predvsem z lansiranjem večjega števila geostacionarnih satelitov. Rešitev pa je prinesla uvedba digitalizacije, kjer so TV-programi preneseni v številski obliki.

17.1 Analogna radijska zveza

17.1.1 Linearna modulacija

Za začetek si moramo pogledati linearno modulacijo, ki ji tako pravimo, ker je modulacijski signal v linearni povezavi z moduliranim signalom. Danes so linearne modulacije v satelitskih komunikacijah zelo redko uporabljene z izjemo oddaje enega samega bočnega pasu brez nosilca (angl. Single Side Band – SSB).

Najpreprostejši primer linearne modulacije je analogna radijska zveza, kjer samo preslikamo signal iz osnovnega nizkofrekvenčnega pasu na primerno nosilno frekvenco. Frekvenčno preslikavo opravimo

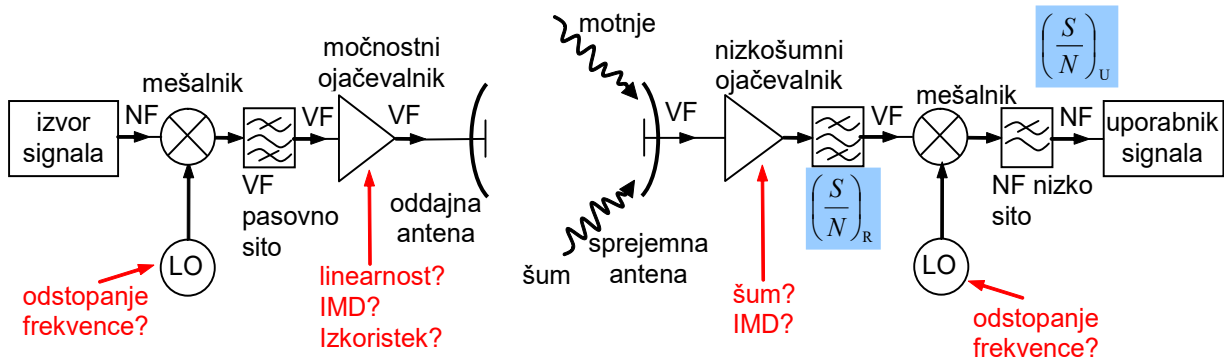
¹ <http://www.space.com/16549-telstar-satellite-first-tv-signal-anniversary.html>

² <http://www.space.com/19756-telstar.html>

v oddajniku in v sprejemniku z mešalniki. Kot mešalnik uporabimo množilnik oziroma vezje s kvadratičnim odzivom, ki daje na svojem izhodu osnovna mešalna produkta, to je vsoto in razliko frekvenc dveh sinusnih signalov. Želeni mešalni produkt izberemo s primernimi frekvenčnimi siti.

Osnovni načrt oddajnika in sprejemnika s preprosto preslikavo spektra, kar običajno imenujemo amplitudna modulacija, je prikazan na sliki 111. Zmogljivost zveze zapišemo s pasovno širino zveze, ki jo ima uporabnik, ter moči signala S in šuma N na strani uporabnika.

$$C = B_U \cdot \log_2 \left(1 + \left(\frac{S}{N} \right)_U \right)$$



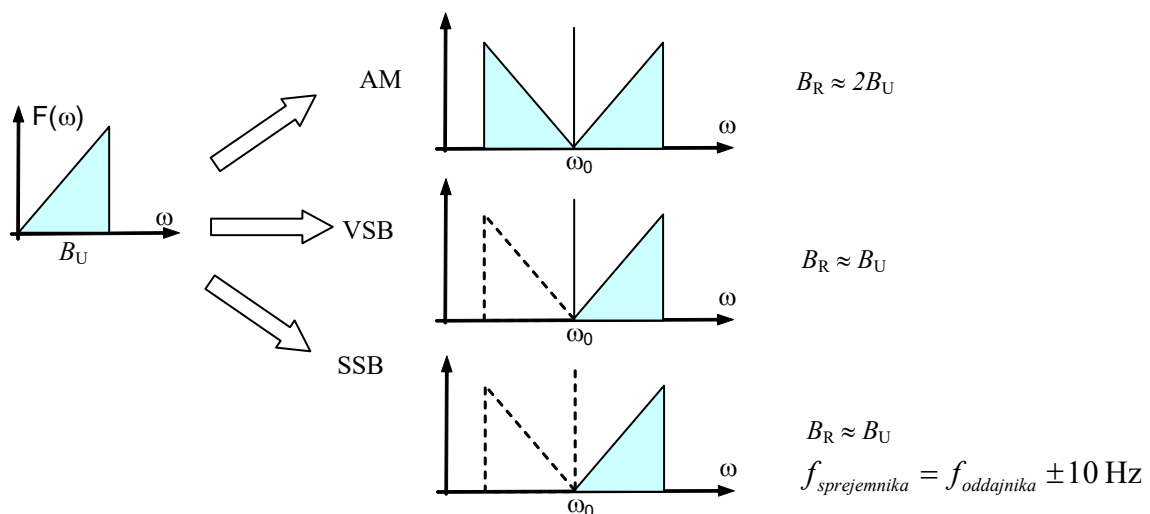
Slika 111: Linearna preslikava spektra.

Glede na vrsto VF pasovnega sita v oddajniku lahko izbiramo različne tipe linearne modulacije, kot prikazuje slika 112.

Najbolj preprosta različica linearne modulacije je amplitudna modulacija (AM), pri čemer oddajamo oba bočna pasova in nosilec (DSB z nosilcem). Tovrstno izvajanje ne zahteva posebnih VF pasovnih sit. Demodulator sprejemnika je silno preprost usmernik. Modulacijo lahko dosežemo kar v izhodni stopnji oddajnika, ki dela v razredu "C". Taka preprosta amplitudna modulacija seveda **ne varčuje niti s spektrom niti z močjo** oddajnika!

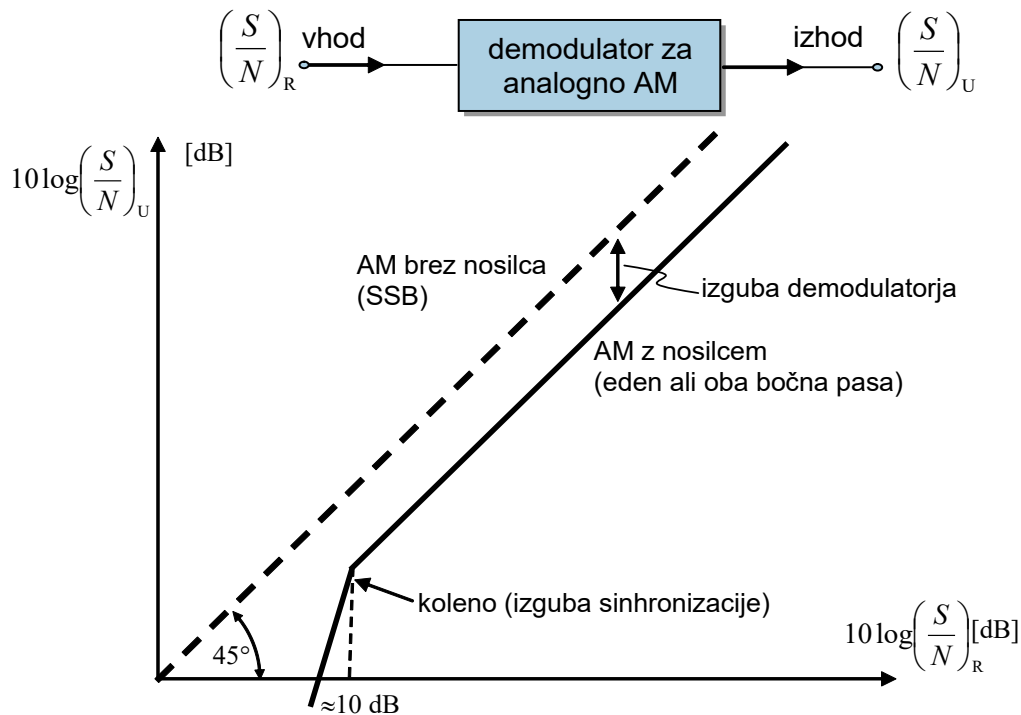
Malo bolj varčen je prenos enega samega bočnega pasu in nosilca ali VSB (angl. Vestigal Side Band). Pomožni nosilec poenostavi sinhronizacijo sprejemnika, a **porabi velik del moči**, ki jo proizvaja oddajnik. Pri tem potrebujemo **zelo linearne ojačevalnike**, običajno v razredu "A".

Najbolj varčna inačica (močnostno in spektralno) je zagotovo oddaja enega samega bočnega pasu brez nosilca ali SSB (angl. Single Side Band). **Problem predstavlja sinhronizacija**, ker jo ne moremo izločiti iz nosilca, ker ga ne prenašamo. Takšna rešitev je uporabna za prenos človeškega govora, če uspemo zadržati odstopanje frekvence oddajnika in sprejemnika znotraj približno 10 Hz. Močnostni ojačevalnik oddajnika lahko dela v razredu "B" in njegovo moč v celoti izkoristimo za prenos informacije.



Slika 112: Linearna preslikava spektra iz uporabne pasovne širine v radijsko pasovno širino.

Razmerje signal/šum se v demodulatorju za amplitudno modulacijo komaj kaj spremeni, kot je to prikazano na sliki 113. Če ne oddajamo nosilca (SSB) in sprejemnik sam proizvaja lastni nosilec zadostne točnosti, se razmerje signal/šum v demodulatorju prav nič ne spremeni. Krivulja je premica pod kotom 45 stopinj skozi izhodišče.



Slika 113: Razmerje signal/šum demodulatorja za AM.

Če oddajamo tudi nosilec za sinhronizacijo sprejemnika (VSB ali AM), ta predstavlja izgubo moči. Ker nosilec pri vhodnem razmerju signal/šum štejemo za signal, v izhodnem razmerju signal/šum pa ne nastopa več, tak demodulator izgubi nekaj decibelov razmerja signal/šum – izguba demodulatorja. Poleg tega se delovanje demodulatorja za AM poruši, ko je nosilec prešibek, da bi se demodulator lahko sinhroniziral nanj. Koleno demodulatorja se pojavi pri vhodnih razmerjih signal/šum pod 10 dB.

Primer:

Kolikšna naj bo moč P_O pomorskega oddajnika za klic v sili, ki je opremljen z neusmerjeno anteno ($G_O=1$) na frekvenci $f=1,62$ GHz? Sprejemnik ima šumno temperaturo $T_S=150$ K in se nahaja na krovu geostacionarnega satelita ($r=40000$ km) z anteno z dobitkom $G_S=20$ dBi in šumno temperaturo $T_A=200$ K. Sporočilo prenašamo s hitrostjo $C=400$ bit/s. Demodulator sprejemnika vnaša izgubo $a=12$ dB glede na Shannonovo teoretsko mejo za neskončno pasovno širino.

Moč oddajnika je odvisna od moči, ki je potrebna na sprejemniku.

$$P_O = \frac{P_S}{G_O G_S} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 \quad \lambda = \frac{c_0}{f} = \underline{0,185 \text{ m}} \quad G_S = 20 \text{ dBi} = 100$$

Na Shannonovi teoretski meji z neskončno pasovno širino je na sprejemniku zahtevan moč.

$$P_S = C_{B=\infty} k_B (T_A + T_S) \ln 2 = 400 \text{ bit/s} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 350 \text{ K} \cdot 0,69 = \underline{1,3 \cdot 10^{-18} \text{ W}}$$

$$\text{Posledično je potrebno oddati } P_O = \frac{P_S}{G_O G_S} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = \frac{1,3 \cdot 10^{-18} \text{ W}}{100 \cdot 1} \left(\frac{4\pi \cdot 4 \cdot 10^7 \text{ m}}{0,185 \text{ m}} \right)^2 = 0,1 \text{ W}$$

Ob izgubah demodulatorja $a = 12$ dB = 15,8 sprejemnik potrebuje $P'_S = aP_S = \underline{2,12 \cdot 10^{-17} \text{ W}}$, kar

$$\text{pomeni, da je potrebno oddati. } P'_O = \frac{P'_S}{G_O G_S} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = \frac{aP_S}{G_O G_S} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = aP_O = \underline{\underline{1,58 \text{ W}}}$$

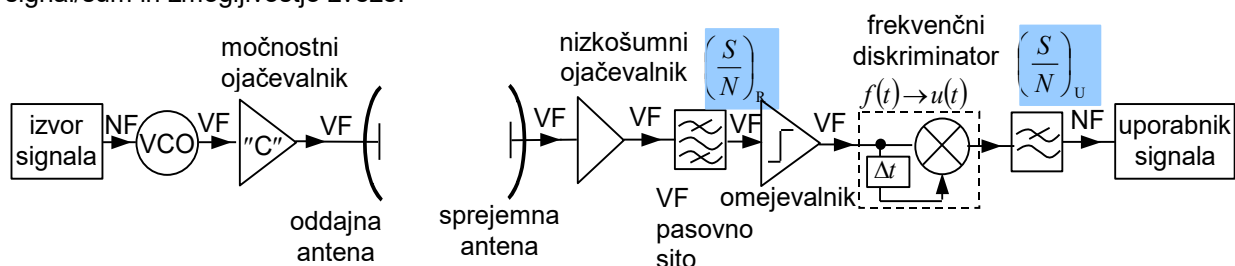
Izgube v demodulatorju učinkujejo kot dodatno zmanjšanje sprejetega signala. Za zagotavljanje enake kvalitete zveze je potrebno ustrezno povečati moč oddanega signala.

Bistvena slabost amplitudne modulacije je, da ne vsebuje nobene obdelave spektra in pasovno širino izvornega informacijskega signala prenašamo z enako ali celo dvojno radijsko pasovno širino (prenos enega ali obeh bočnih pasov). Pri amplitudni modulaciji se prenaša tudi isto razmerje signal/šum – razmerje signal/šum iz radijske strani se prenese na uporabnika. Za zagotavljanje visokega razmerja signal/šum za prenos glasbe ali televizijske slike je potrebno zagotoviti visoko razmerje signal/šum oziroma signal/motnja tudi na radijski zvezi. Posledično radijska zveza z analogno modulacijo zahteva visoko moč oddajnika, veliko zaščito od motenj in dobre antene.

Poleg tega se amplitudna modulacija v satelitskih komunikacijah ne uporablja tudi zato, ker je amplitudno moduliran signal zelo občutljiv na nihanja moči radijskega signala.

17.1.2 Frekvenčna modulacija

Radijska zveza s frekvenčno modulacijo (FM), prikazana na sliki 114, je verjetno eden najpreprostejših zglede modулacije in ustrezne obdelave signalov, ki omogoča povečanje pasovne širine za namene izboljšanja razmerja signal/šum. Frekvenčna modulacija omogoča, da v primeru, ko na prenosni radijski poti nimamo dobrega razmerja S/N, lahko povečamo uporabljeno radijsko pasovno širino in s tem izboljšamo prenos. To prednost frekvenčne modulacije je odkril Armstrong več kot desetletje preden je Shannon s svojim izrekom natančno razložil povezavo med pasovno širino, razmerjem signal/šum in zmogljivostjo zveze.



Slika 114: Obdelava signalov pri frekvenčni modulaciji.

Oddajnik za frekvenčno modulacijo običajno vsebuje napetostno krmiljeni oscilator (angl. Voltage-Controlled Oscillator – VCO), ki nizkofrekvenčni signal pretvori v spremembe frekvence nosilca. Ker je frekvenčni koleb le časovni odvod spremembe faze nosilca, lahko analogno frekvenčno modulacijo s sinusnimi signali dosežemo tudi drugače, s faznim modulatorjem. Močnostni ojačevalnik v razredu "C" je preprost in učinkovit, saj ima frekvenčno moduliran signal konstanto ovojnico.

Obdelava signala v sprejemniku vsebuje tri stopnje: pasovno sito, ojačevalnik omejevalnik, ki izloči amplitudni šum in motnje in končno frekvenčni diskriminator, ki iz sprememb frekvence naredi spet spremembe napetosti.

$$\cos(\omega t) \cdot \cos(\omega(t + \Delta t)) = \frac{1}{2} [\cos(\omega(2t + \Delta t)) + \cos(\omega\Delta t)]$$

Nelinearna obdelava, ki omogoča spremembo pasovne širine v izboljšano razmerje signal/šum, se zgodi v ojačevalniku omejevalniku.

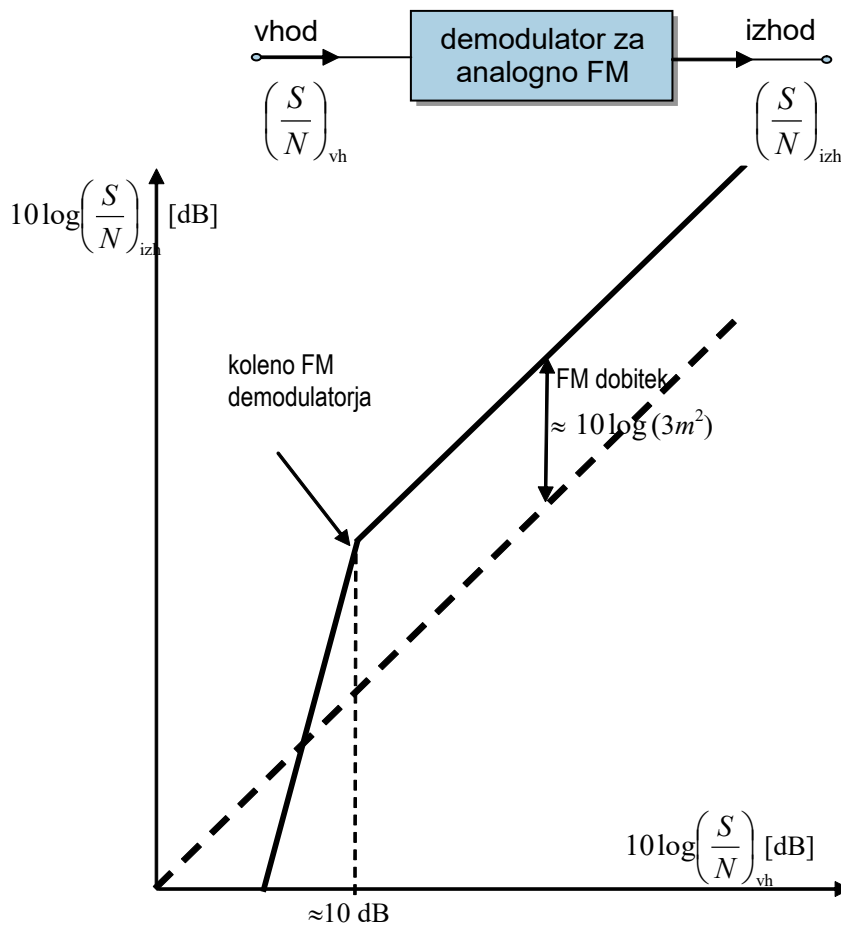
Pasovne širine in razmerja signal/šum v FM zvezi so prikazani na sliki 115. V oddajniku izberemo primeren frekvenčni koleb ali deviacijo f_a , ki je običajno večji od najvišje modulacijske frekvence f_m oziroma pasovne širine uporabnika v osnovnem pasu.

$$m = \frac{\Delta f}{B_U}$$

Carson-ovo pravilo opisuje pasovno širino visokofrekvenčnega signala, ki vsebuje 99% moči oddajnika.

$$B_R = 2(B_U + \Delta f)$$

Visokofrekvenčna pasovna širina je pri frekvenčni modulaciji običajno za en velikostni razred večja od pasovne širine v osnovnem pasu.



Slika 115: Razmerje signal/šum demodulatorja za FM.

Pri obdelavi signalov v sprejemniku se pasovna širina ponovno skrči. Nelinearna obdelava v ojačevalniku omejevalniku pri tem omogoči takoimenovani FM dobitek oziroma izboljšanje razmerja signal/šum. FM dobitek znaša v linearnih enotah moči $3m^2$, kjer je m modulacijski indeks oddajnika. Demodulator za FM torej pretvarja širokopasovni VF signal s slabim razmerjem signal/šum v ozkopasovni NF signal v osnovnem pasu s precej boljším razmerjem signal/šum.

Primer:

Kolikšen je FM dobitek radiodifuzijskega FM radia, ki prenaša uporabniški signal pasovne širine 15 kHz in ima frekvenčni koleb ± 75 kHz?

$$\text{Modulacijski indeks znaša } m = \frac{\Delta f}{B_U} = \frac{75 \text{ kHz}}{15 \text{ kHz}} = 5$$

$$\text{FM dobitek} = 3 \cdot m^2 = 3 \cdot 5^2 = 75 = 10 \cdot \log 75 = 18,7 \text{ dB}$$

Pri FM ne varčujemo s pasovno širino, temveč dopuščamo nizko razmerje signal/šum, saj izkorišča FM dobitek. FM dobitek lahko dodatno izboljšamo, če natančneje poznamo lastnosti signala v osnovnem pasu. Večina NF signalov nima enakomernega spektra, pač pa so nižje frekvence močnejše zastopane od višjih frekvenc. S tem na oddajni strani povečamo koleb za višje frekvence osnovnega pasu (preenfazis) in jih na sprejemni strani ustrezno zadušimo (deenfazis). Naprimer, pri analogni satelitski televiziji prinese dobitek gole frekvenčne modulacije okoli 15 dB, preenfazis in deenfazis pa še dodatnih 15 dB, kar daje celotno izboljšanje razmerja signal/šum v sprejemniku kar 30 dB!

Delovanje demodulatorja za FM se seveda poruši pod določenim vhodnim razmerjem signal/šum. Koleno ali prag delovanja demodulatorja (FM threshold) se nahaja pri vhodnem razmerju signal/šum okoli 10 dB.

Ko je modulacijski indeks m dovolj velik, se da izdelati tudi FM demodulator z razširjenim pragom (threshold-extension demodulator). Demodulator z razširjenim pragom vsebuje nastavljivo pasovno sito, ki je ožje od pasovne širine VF signala, njegova osrednja frekvenca pa sledi spremembam frekvence VF signala preko povratne zanke z izhoda demodulatorja.

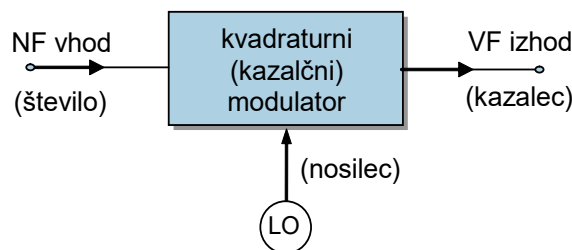
Ker je nastavljivo pasovno sito ožje, je navidezno razmerje signal/šum za njim večje, kar omogoča preskok meje 10 dB tudi pri nižjih razmerjih signal/šum v celotni VF pasovni širini. Razširitev praga je ponavadi majhna in ne presega 5 dB za običajne vrednosti m . Povratna zanka je lahko vzrok nestabilnosti oziroma nezanesljivega delovanja, zato se takšni FM demodulatorji uporabljajo bolj poredko.

FM je zelo uporabna za satelitske zveze, ker imamo na razpolago dovolj frekvenčnega spektra iz zelo šumno prenosno pot. V zemeljskih zvezah se je FM obdržala za radiodifuzijo, kjer bi digitalizacija prinesla zgolj 3-kratno kompresijo enodimenzijskega časovnega zvočnega signala, kar pa ni tako velika prednost kot v televizijski tehniki.

17.2 Številska radijska zveza

Informacijo v številski (digitalni) obliki lahko vtisnemo na visokofrekvenčni nosilec na različne načine. V vsakem primeru moramo številsko sporočilo najprej razrezati v niz znakov. Kako velik nabor znakov bomo uporabili, seveda zavisi od izvedbe radijske zveze. Manjši nabor znakov je bolj odporen na šum in motnje pri prenosu, vendar moramo v tem primeru prenesti več znakov (večja pasovna širina). Obratno je večji nabor znakov bolj dovzeten za šum in motnje, vendar omogoča manjšo pasovno širino.

Vsakemu nizu znakov se v kvadraturnem modulatorju dodeli svoj kazalec, kot prikazuje slika 116. Ozkopasovnemu radijskemu signalu (kazalcu) se izbere pripadajoča amplituda in faza pri izbranem nosilcu lokalnega oscilatorja. Visokofrekvenčni (radijski) izhodni signal je sestavljen iz množice izbranih kazalcev.



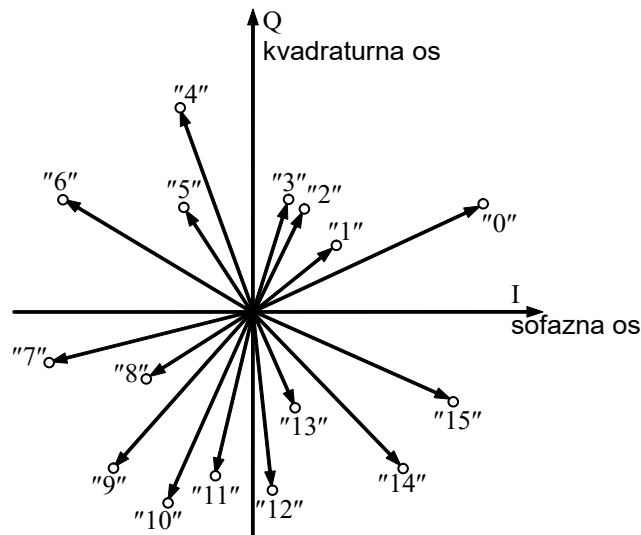
Slika 116: Kvadraturni (kazalčni) modulator vsakemu vhodnemu številu dodeli svoj kazalec.

Spektralna učinkovitost je pri številski zvezi z N kazalci je manjša od

$$\frac{C}{\Delta f} \leq \log_2 N$$

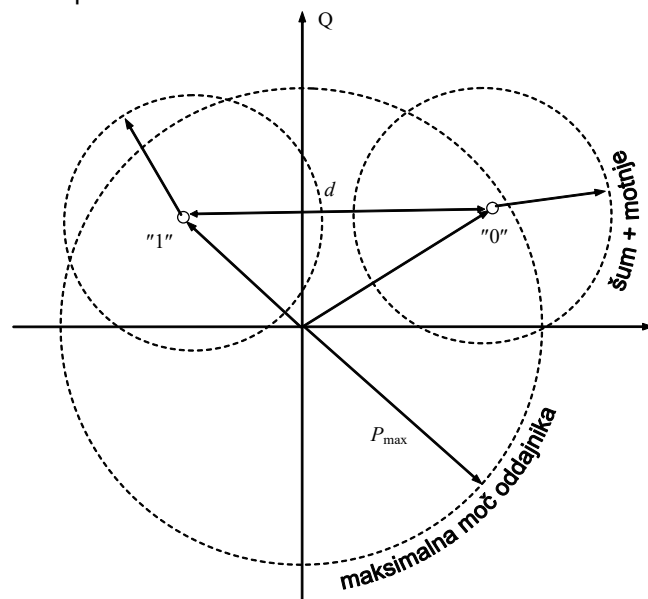
Enakost velja pri idealno oblikovanih prehodih.

Posamezne znake lahko oddajamo na različne načine. Ker so radijski signali razmeroma ozkopasovni glede na osrednjo frekvenco nosilca, poljubno modulacijo najlažje predstavimo v kazalčnem diagramu. Najpreprostejša izvedba številске modulacije je predstavitev nabora znakov s pripadajočim naborom kazalcev, kot je to prikazano na sliki 108. Pri tem vsi kazalci izhajajo iz sredine koordinatnega izhodišča. Ker je kazalec kompleksno število, ga predstavimo v kompleksni ravnini z sofazno (angl. in-phase – I) osjo in kvadraturno (angl. Quadrature – Q) osjo. Na sliki 117 je naključno izbranih 16 kazalcev. Hitro lahko opazimo, da je najbolj smiselno izbrati kazalce tako, da so konice kazalcev čimbolj narazen.



Slika 117: Nabor kazalcev za številsko oddajo.

Visokofrekvenčna moč, ki jo mora proizvesti izhodna stopnja oddajnika, je sorazmerna kvadratu dolžine kazalca. Največjo izhodno moč oddajnika nazorno predstavimo s krogom, kot je to prikazano na sliki 118. V sprejemniku se oslabljenemu kazalcu signala prišteje kazalec šuma in motenj, ki ima poljubno fazo in omejeno amplitudo.



Slika 118: Krogi moči signala, šuma in motenj.

Ker je šum naključen signal in faza motenj ni znana, lahko okoli konice kazalca signala le orišemo krog šuma in motenj. Na kazalčnem diagramu nato določimo meje, kako se odločamo pri sprejemu različnih signalov v prisotnosti šuma in motenj. Sprejem brez napak je možen le, ko se krogi šuma in motenj okoli konic kazalcev različnih znakov nikjer ne prekrivajo. Nabor kazalcev torej izbiramo tako, da so konice kazalcev čimbolj razmaknjene (d) med sabo. Le-tako bo verjetnost, da se dva kazalca med seboj prekrivata dovolj majhna.

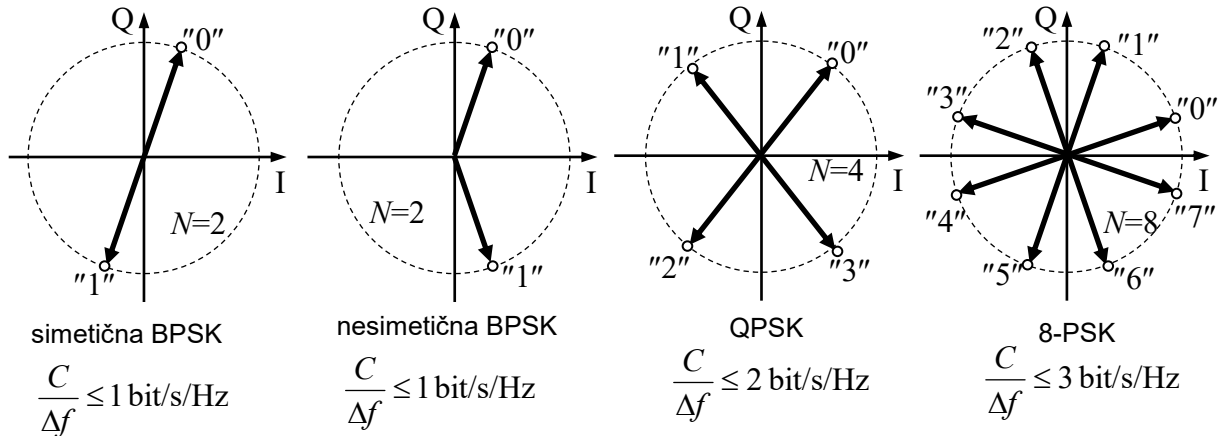
Ko uporabljamo nabor šestih znakov ali manj, bodo konice posameznih kazalcev najbolj razmaknjene, če jih porazdelimo po obodu kroga, kot prikazuje slika 119. Ker so dolžine vseh različnih kazalcev enake, je izhodna moč oddajnika konstantna, spreminja se le faza. Takšni oddaji zato pravimo fazna modulacija ali PSK (Phase-Shift Keying).

V praksi najpogosteje uporabljamo dvofazno oddajo ali BPSK (Biphase PSK). Na žalost pa je BPSK zelo neučinkovita modulacija saj se zgornji bočni pas povsem identičen spodnjemu bočnemu pasu, kar pomeni, da za prenos porabimo dvakrat toliko pasovne širine, kar je podobno kot pri analogni amplitudni modulaciji.

Nesimetrična BPSK sicer ni optimalna modulacija, vendar omogoča poenostavljen sprejemnik.

Različna bočna pasova nam omogoča štirifazna oddaja oziroma QPSK (Quadriphase PSK), ki ima spektralno učinkovitost enako 2. Je preprosto izvedljiva in deluje tudi pri majhnih razmerjih signal/šum.

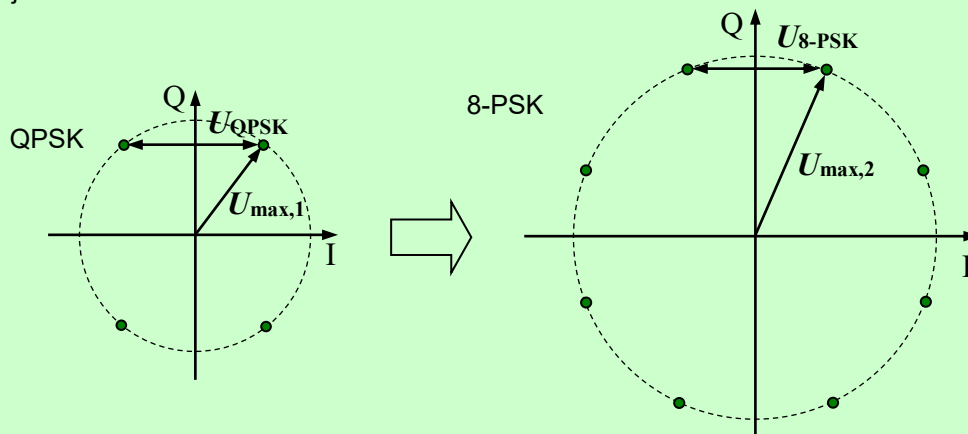
Tudi osemfazna PSK ali 8-PSK ni več optimalna modulacija, jo je pa v praksi razmeroma enostavno izvesti. Modulacije, kjer nabor kazalcev ni celoštevilka potencia dva, le redkokdaj uporabljamo.



Slika 119: Najpogostejše izbire lege kazalcev enakih amplitud.

Primer:

Zmogljivost satelitskega sistema s štirifazno modulacijo QPSK želimo povečati z uporabo simetrične osemfazne modulacije 8-PSK. Za koliko (decibelov) moramo povečati maksimalno razpoložljivo moč na satelitovemu oddajniku, da ostane razmerje signal/(šum+motnje) nespremenjeno?



Da bo razmerje signal/(šum+motnje) ostalo nespremenjeno, mora ostati razmik med posameznimi kazalci enak, kar se lahko zgodi edino s povečanjem maksimalne oddajne moči.

Razmik med sosednjimi kazalci pri QPSK znaša $U_{\min \text{ QPSK}} = 2 \cdot U_{\max,1} \cdot \sin 45^\circ = U_{\max,1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

Razmik med sosednjimi kazalci pri 8-PSK znaša $U_{\min \text{ 8-PSK}} = 2 \cdot U_{\max,2} \cdot \sin 22,5^\circ$

$U_{\min \text{ 8-PSK}} = U_{\min \text{ QPSK}}$

$2 \cdot U_{\max,2} \cdot \sin 22,5^\circ = U_{\max,1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

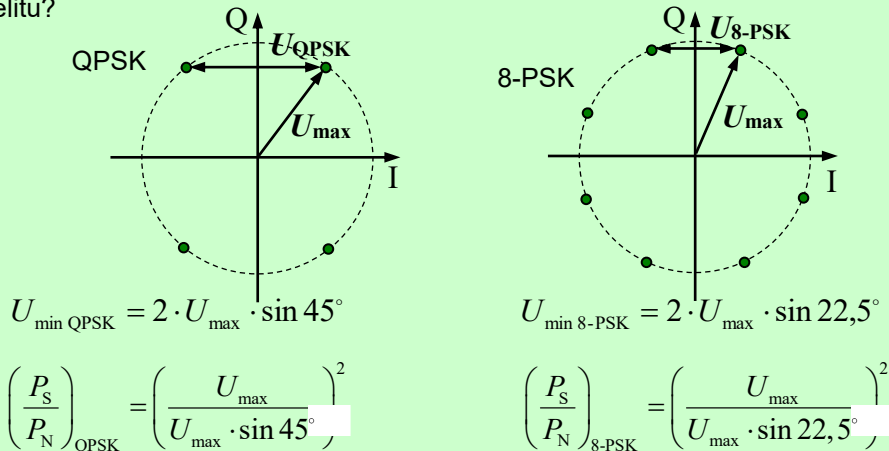
$U_{\max,2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 22,5^\circ} \cdot U_{\max,1} = \frac{0,707}{0,383} \cdot U_{\max,1} = 1,846 \cdot U_{\max,1}$

$P_{\text{odd}} = \frac{U_S^2}{2Z_k}$

$\Delta P_{\text{odd}} = 10 \log \left(\frac{U_{\max,2}^2}{U_{\max,1}^2} \right) = 20 \log \left(\frac{U_{\max,2}}{U_{\max,1}} \right) = 20 \log(1,846) = \underline{\underline{5,33 \text{ dB}}}$

Primer:

Zmogljivost satelitskega sistema s štirifazno modulacijo QPSK želimo povečati z uporabo simetrične osemfazne modulacije 8-PSK. Za koliko decibelov moramo povečati razmerje signal/(šum+motnje), da ostane pogostost napak nespremenjena pri enaki maksimalni razpoložljivi moči na satelitu?

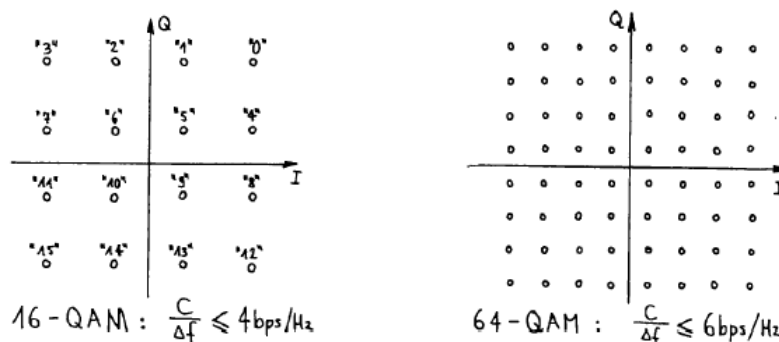


$$\Delta \left(\frac{P_S}{P_N}\right) = 20 \log \left(\frac{U_{\max} \cdot \sin 45^\circ}{U_{\max} \cdot \sin 22,5^\circ}\right) = 20 \log \left(\frac{0,707}{0,383}\right) = 20 \log(1,846) = 20 \cdot 0,267 = \underline{\underline{5,33 \text{ dB}}}$$

Ko je nabor znakov velik, moramo izbirati kazalce z različno amplitudo in različno fazo. Takšne modulacije imenujemo kvadraturne amplitudne modulacije ali QAM (angl. Quadrature Amplitude Modulation). Konice kazalcev običajno postavljamo v kvadratno mrežo, kot je to prikazano na sliki 120. Uporabljamo le nabore znakov, ki ustrezajo celoštevilskim potencom dva, naprimer 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM ali 1024-QAM.

Na ta način dobimo večje spektralne učinkovitosti. V frekvenčnem spektru sta zgornji in spodnji bočni pas različna. Slaba lastnost QAM je, da zahteva zelo linearen oddajnik, kar pa je mogoče izvesti le z ojačevalnikom v razredu A, ki pa ima zelo nizek izkoristek (približno 15%). Ker so pri večjem naboru znakov kazalci precej blizu, so kvadraturne modulacije višjih stopenj tudi zelo občutljive na šum, motnje in popačenje, kar omejuje njegovo uporabnost na usmerjene zveze točka-točka s popolno vidljivostjo.

Slab izkoristek oddajnika (velika poraba moči) in velika občutljivost na motnje, naredi QAM višjih stopenj neuporaben tudi v satelitskih zvezah.

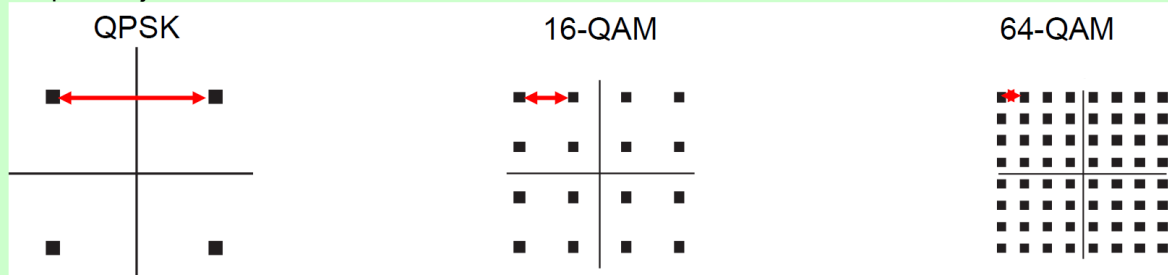


Slika 120: Izbire lege kazalcev pri velikem naboru znakov.

QAM modulacijske sheme so zelo občutljive na amplitudne spremembe, kar je pogost pojav v satelitskih komunikacijah. Čeprav se standard DVB-S (Digital Video Broadcasting – Satellite) iz leta 1995 predvideval poleg uporabe BPSK, QPSK in 8PSK tudi uporabo 16QAM, se je slednja le redkokdaj uporabljala zaradi svoje prevelike občutljivosti na vremenske razmere.

Primer:

Zmogljivost sistema s štirifazno modulacijo QPSK želimo povečati z uporabo modulacije 16-QAM ali 64-QAM. Za koliko decibelov moramo povečati razmerje signal/(šum+motnje) v enem ali drugem primeru, da ostane pri enaki maksimalni razpoložljivi moči, pogostost napak nespremenjena?



$$U_{\min \text{ QPSK}} = 3 \cdot U_{\min \text{ 16QAM}} \quad \Delta \left(\frac{P_S}{P_N} \right) = 20 \log \frac{U_{\min \text{ QPSK}}}{U_{\min \text{ 16QAM}}} = 20 \log(3) = 20 \cdot (0,477) = 9,54 \text{ dB}$$

$$U_{\min \text{ QPSK}} = 7 \cdot U_{\min \text{ 64QAM}} \quad \Delta \left(\frac{P_S}{P_N} \right) = 20 \log \frac{U_{\min \text{ QPSK}}}{U_{\min \text{ 64QAM}}} = 20 \log(7) = 20 \cdot (0,845) = 16,9 \text{ dB}$$

Primer:

Izračunajte potrebno slabljenje odbitega vala, da pri prenosu z uporabo 16-QAM oziroma 64-QAM ne prihaja do napak. Predpostavimo, da je zakasnitev odbitega vala dosti večja od časa trajanja posameznega simbola in večja od tistega kar lahko popravi sito za izločanje odbitih valov v sprejemniku.

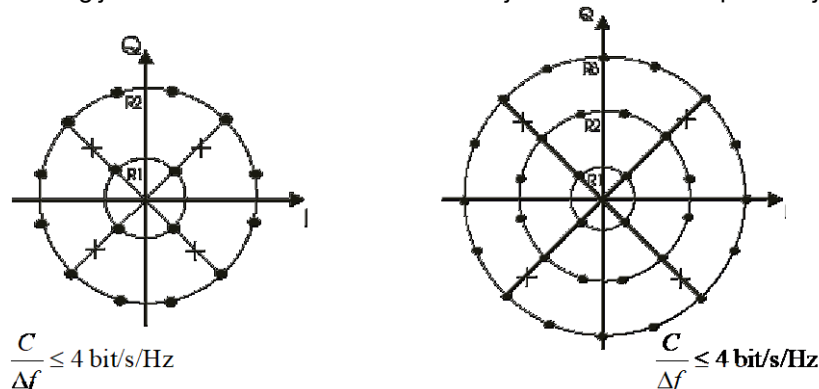
$$U_{\text{motnje 16-QAM}} = \frac{1}{3} \cdot U_{\max} \sin 45^\circ = \frac{1}{3} \cdot U_{\max} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_{16\text{-QAM}} = 20 \log \left(\frac{U_{\max}}{U_{\text{motnje 16-QAM}}} \right) = 20 \log(3\sqrt{2}) = 12,6 \text{ dB}$$

$$U_{\text{motnje 64-QAM}} = \frac{1}{7} \cdot U_{\max} \sin 45^\circ = \frac{1}{7} \cdot U_{\max} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_{64\text{-QAM}} = 20 \log \left(\frac{U_{\max}}{U_{\text{motnje 64-QAM}}} \right) = 20 \log(7\sqrt{2}) = 19,9 \text{ dB}$$

Ker so QAM modulaijske sheme preobčutljive na vremenske razmere se je leta 2003 oblikoval DVB-S2 (Digital Video Broadcasting - Satellite - Second Generation), ki poleg BPSK, QPSK, 8PSK uporablja še 16APSK in 32APSK (slika 121). Razporeditev kazalcev za APSK zahteva manj amplitudnih nivojev, kot razporeditev za QAM. To daje precej manjše zahteve po linearnosti končne stopnje in večjo odpornost na nihanje v amplitudi. Oboje govori v prid satelitskim zvezam, kjer je potrebno varčevati z energijo na satelitu in imamo komunikacijski kanal skozi nepredvidljivo ozračje.



Slika 121: Izbire lege kazalcev pri velikem naboru znakov.

Primer:

Pri prehodu iz standarda DVB-S na standard DVB-S2 so preobčutljivo modulacijsko shemo 16QAM zamenjali z shemo 16APSK. Za koliko decibelov se je povečalo razmerje signal/(šum+motnje) pri prehodu iz 16QAM na 16APSK, če ostane maksimalna razpoložljiva moči oddajnika enaka?

$$d_{16QAM} = \frac{2}{3} \cdot U_{\max} \cdot \sin 45^\circ$$

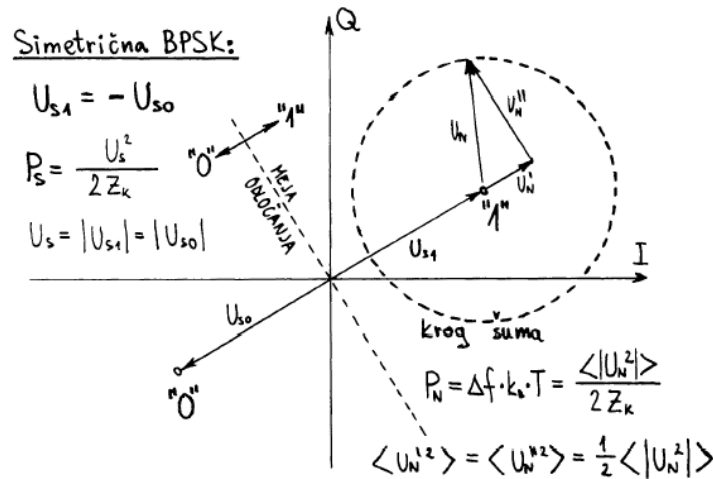
$$d_{16APSK} = 2 \cdot U_{\max} \cdot \sin 15^\circ$$

$$\Delta \left(\frac{P_S}{P_N} \right) = 20 \log \left(\frac{2U_{\max} \cdot \sin 15^\circ}{\frac{2}{3} \cdot U_{\max} \cdot \sin 45^\circ} \right) = 20 \log \left(3 \cdot \frac{\sin 15^\circ}{\sin 45^\circ} \right) = 20 \log(1,098) = \underline{\underline{0,81 \text{ dB}}}$$

17.2.1 Pogostost napak in zaščitno kodiranje v številski radijski zvezi

Toplotni šum in motnje povzročajo napake pri prenosu v številskih (digitalnih) zvezah. Dogajanje v BPSK sprejemniku v prisotnosti šuma je narisan na kazalčnem diagramu na sliki 122. Ker nabor znakov vsebuje le dva različna kazalca, je meja odločanja sprejemnika preprosta premica. Ko se konica kazalca nahaja na eni strani premice, se sprejemnik odloči za logično enico. Na drugi strani meje se sprejemnik odloči za logično ničlo.

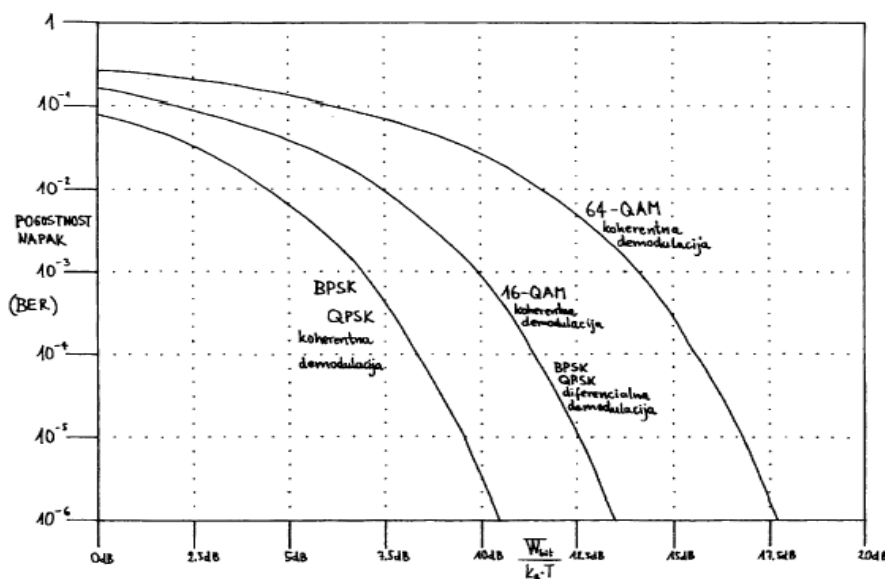
Na sprejemu pride do napake, ko kazalec šuma preskoči preko meje odločanja.



Slika 122: Prisotnost šuma in motenj v kazalčnem diagramu.

Pogostnost napak za različne vrste številskih modulacij je prikazana na sliki 123. Krivulje so narisane v razmerju povprečne energije enega bita glede na spektralno gostoto šuma, da lahko neposredno primerjamo med sabo močnostno učinkovitost različnih modulacij. Povsem samoumevno zahtevajo večnivojske modulacije tudi višje razmerje signal/šum za enako pogostnost napak, sama oblika krivulje pogostnosti napak pa ostane enaka.

BPSK in QPSK imata povsem enako krivuljo. Razlog je v temu, da je QPSK preprosto vsota dveh BPSK, ki imata nosilce v kvadraturi. Pri BPSK ali QPSK postane pogostnost napak dovolj majhna, ko razmerje signal/šum preseže vrednost 10 dB. Ta številka je zelo podobna in ima enak izvor kot koleno analognega FM demodulatorja ali prag delovanja AM demodulatorja. Razmerje moči 10 dB pomeni, da mora biti efektivna vrednost napetosti BPSK signala več kot trikrat večja od povprečne efektivne napetosti šuma.



Slika 123: Pogostnost napak za različne vrste številskih modulacij.

Vidimo, da kompleksnejše modulacije zahtevajo večje razmerje signal/šum za enako število napak.

Primer:

Kolikšna je po teoriji najnižja moč signala $P_S=?$ na vhodnih sponkah sprejemnika za prenos $C=10$ Mbit/s, če pasovna širina signala B ni omejena? Glavni izvor motenj je toplotni šum: skupna šumna temperatura antene in sprejemnika znaša $T=200$ K. ($k_B=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K) Kolikšna je najnižja moč signala $P'_S=?$ v primeru uporabe dvofazne simetrične PSK modulacije, če zahtevamo pogostnost napak $BER < 1 \cdot 10^{-6}$?

$$B \rightarrow \infty \Rightarrow C = \frac{P_S}{k_B T \ln 2}$$

$$P_S = C k_B T \ln 2 = 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 200 \text{ K} \cdot 0,693 = \underline{\underline{1,91 \cdot 10^{-14} \text{ W}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} BPSK \\ BER = 10^{-6} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{W_s}{k_B T} \approx 10,53 \text{ dB}$$

↑

Graf iz predavanj

$$P'_S = C W_s = C k_B T \cdot 10^{\frac{10,53}{10}} = 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 200 \text{ K} \cdot 11,3 = \underline{\underline{3,12 \cdot 10^{-13} \text{ W}}}$$

Število napak lahko pri številski zvezi glede na dano razmerje signal/šum zmanjšamo, če signalu na oddajni strani dodamo pariteto. Na izgubni prenosni poti se pokvari nekaj bitov v sporočilu in pariteti. S pomočjo FEC dekoderja je mogoče iz pokvarjenega sporočila izluščiti sporočilo brez napak. Posledično ima tak signal nižje število napak in se lahko približa Shannonovi meji. Približanje Shannonovi meji je odvisno od števila paritetnih bitov. Več paritetnih bitov kod dodamo večja je uporabljena pasovna širina in pri neskončni pasovni širini se popolnoma približamo Shannonovi meji. Če uporabimo enako število bitov za pariteto, kot smo jih uporabili v sporočilo se približamo za 4 dB.

18. Združevanje signalov v satelitski radijski zvezi

Za zagotavljanje zahtevane prenosne kapacitete telekomunikacijske zveze si poleg obdelave samega informacijskega signala pomagamo tudi z uporabo različnih metod sodostopa (multipleksiranja), ki poleg ekonomsko smiselnega deljenja skupnega medija na več uporabnikov v nekaterih primerih omogočajo tudi povečanje prenosne zmogljivosti.

V najpreprostejšem primeru lahko medij na enkrat prenaša zgolj en signal, ne da bi prihajalo do motenj med različnimi signali. Za učinkovito izrabo prenosnega medija je nujna delitev razpoložljive prenosne kapacitete med več uporabnikov. Da bi si lahko več signalov delilo isti medij, mora biti uporabljena dogovorjena tehnika združevanja (multipleksiranja).

Ker lahko po Shannonovi teoriji informacijsko kapaciteto prenosnega kanala predstavimo v dimenzijah frekvence, časa in moči signala, lahko preidemo na tri osnovne tehnike prenosa, in sicer na prenos z večkratno frekvenčno porazdelitvijo posameznih kanalov, na prenos s časovno porazdelitvijo kanalov in na prenos, znan kot tehnika večkratnega sodostopa, s kodirano porazdelitvijo časa in frekvence, pri kateri se časovni in frekvenčni prostor uporabljata hkrati. Poleg naštetega lahko v praksi uporabljamo tudi prostorsko porazdelitev.

Združevanje signalov v radijski zvezi preko satelita je mogoče izvesti:

- frekvenčno (angl. Frequency-division multiplexing – FDM),
- časovno (angl. Time-division multiplexing – TDM),
- kodno (angl. Code division multiplexing – CDM),
- prostorsko (angl. Space-division multiplexing – SDM).

V vseh zgoraj naštetih metodah je več analognih signalov ali številskih (digitalnih) podatkovnih tokov združenih v en signal, ki potuje preko skupnega fizičnega prenosnega medija. Pred vstopom v prenosni medij se izvaja združevanje v napravi imenovani multiplekser (MUX). Obraten proces, znan kot razdruževanje, se izvaja z demultiplekserjem (DEMUX). Pri tem se na strani sprejemnika iz enega združenega signala izlušči posamezne originalne signale.

Trenutno so v satelitskih komunikacijah v uporabi vse tehnike združevanja signalov in celo njihove kombinacije. Frekvenčni spekter je v osnovi najprej razdeljen na različne frekvenčne pasove, ki so dodeljeni različnim storitvam oziroma večjim uporabnikom, znotraj teh frekvenčnih območij pa se uporabljajo ostale tehnike.

18.1 Frekvenčna porazdelitev signalov

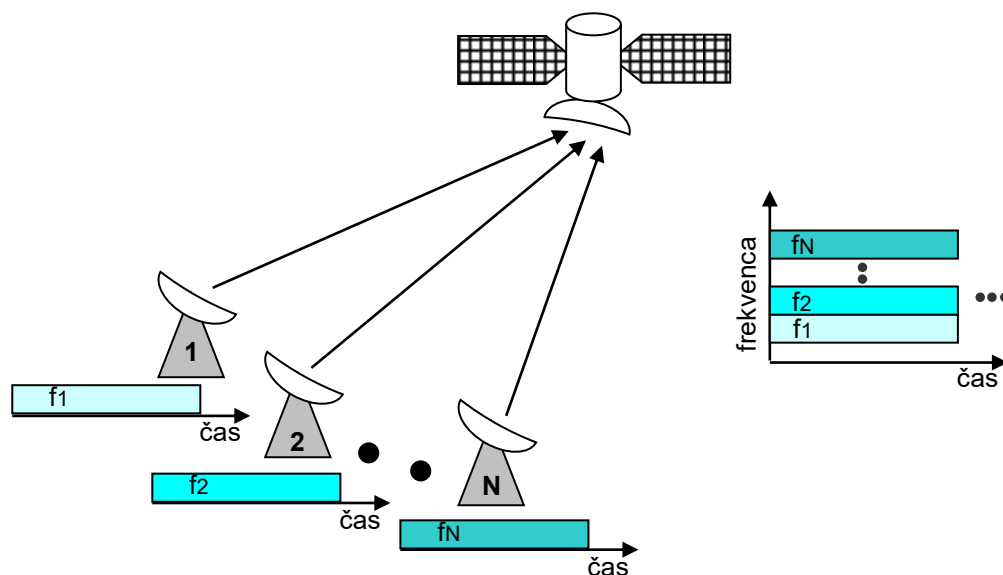
Frekvenčno združevanje je analogna tehnologija, pri kateri se za ločevanje različnih podatkovnih tokov uporabljajo različne frekvence. Pri tem lahko vsak frekvenčni pas uporablja le en uporabnik, kot na primeru zveze proti satelitu prikazuje slika 124. Vsakemu uporabniku je dodeljen drugi frekvenčni pas znotraj frekvenčnega področja sprejemnika na satelitu.

Na začetku razvoja satelitskih komunikacij je bil prenosni kanal na voljo naslednjemu uporabniku šele takrat, ko je prejšnji uporabnik prenehal komunicirati prek satelita ali, ko je dotični satelit ni izginil iz uporabnikovo obzorja. Že pri prenosu analogne televizijske slike preko satelitov, se je izkazalo, da zaradi realno velikega povpraševanja po prostih komunikacijskih poteh omenjena časovna zasedenost celotnega frekvenčnega pasu ni bila optimalna. Iz tega razloga so posamezne frekvenčne pasove razdelili na več podpasov. Tako je bila dosežena hkratna uporaba prenosnega kanala.

Več podatkovnih tokov, ki se s pomočjo frekvenčne porazdelitve prenašajo po več različnih frekvenčnih kanalih, med seboj razločimo z uporabo frekvenčno odvisnih sit oziroma se mora sprejemnik uglasiti na njemu namenjeno frekvenco. Frekvenčna porazdelitev je tehnično najbolj enostaven način razdeljevanja kapacitete radijskega kanala, saj so uporabljene komunikacijske naprave dokaj nezahtevne. Frekvenčni kanali se ločijo med seboj po različnih nosilnih frekvencah, ki so določeni kot osrednja frekvenca kanala.

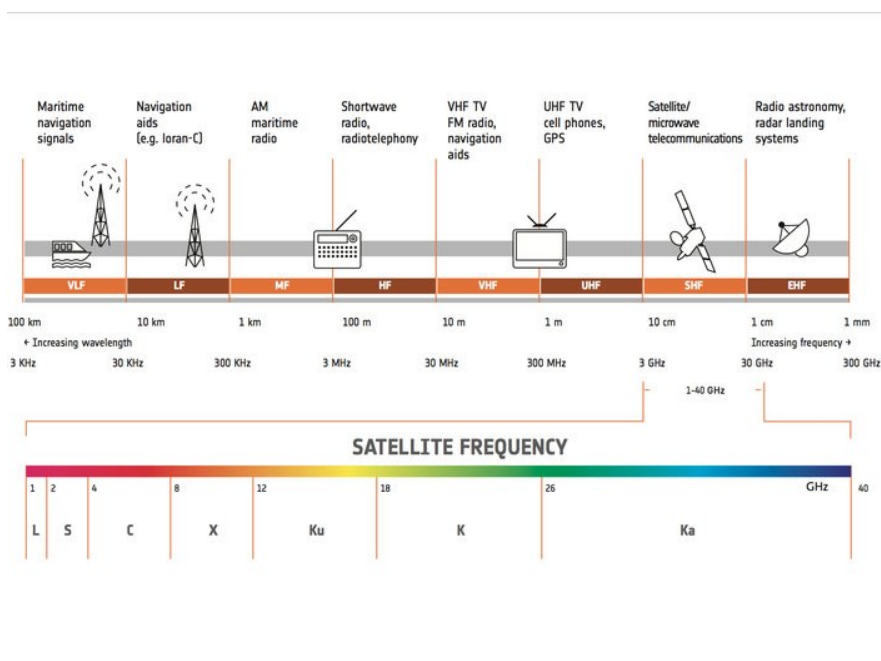
Za skladnost satelitskih komunikacij na svetovni ravni skrbi mednarodna telekomunikacijska zveza (ITU), takoj za njo pa nacionalni regulatorji (v Sloveniji je to Agencija za komunikacijska omrežja in storitve – AKOS), ki njena priporočila uvajajo na trgih posameznih držav. Globalno razporejanje

frekvenčnih pasov v radijskem spektru, ki je omejen naravni vir, se na svetovni ravni izvaja vsaka tri ali štiri leta. Ta razporejanja se dogajajo na svetovnih radijskih konferencah (WRC), ki jih organizira ITU [1].



Slika 124. Frekvenčna porazdelitev prenosa signalov v zvezi proti satelitu.

Radijski spekter je v satelitskih komunikacijah administrativno razdeljen na frekvenčne pasove, ki jih prikazuje slika 125. Različnim storitvam dodeljen frekvenčni pas določa razpoložljivo prenosno zmogljivost, ki se lahko na različne načine razdeli med uporabnike. Dodeljen frekvenčni pas, glede na sistemsko spektralno učinkovitost, določa razpoložljivo prenosno zmogljivost za posameznega uporabnika.



Slika 125. Poimenovanje frekvenčnih področij v satelitskih komunikacijah.²

¹ T. Mlinar, B. Batagelj, »Pomen frekvenčnega spektra za brezžično prihodnost«, Delo, 14.01.2016

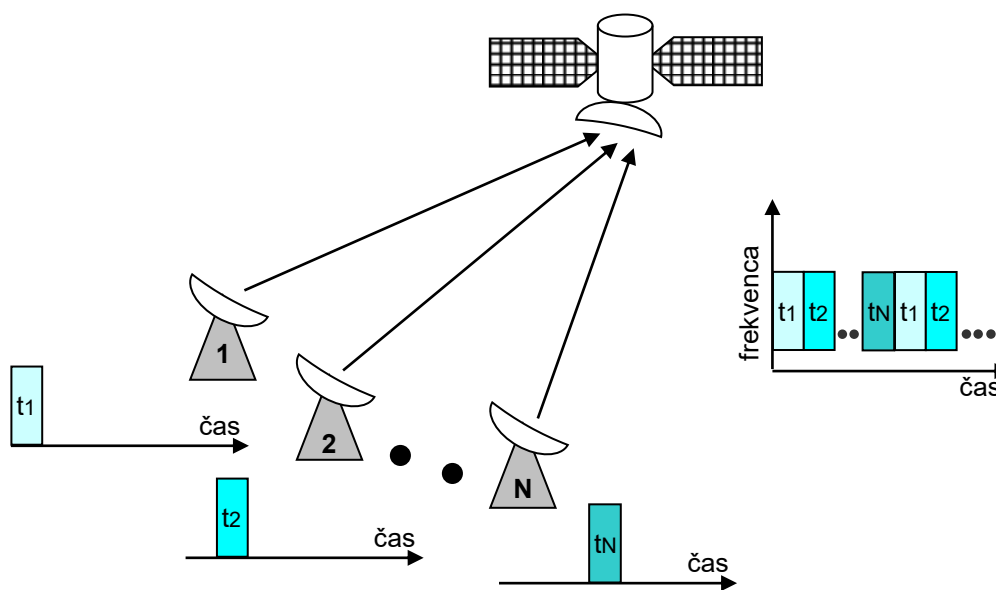
² http://www.esa.int/Our_Activities/Telecommunications_Integrated_Applications/Satellite_frequency_bands

V primeru, da se tudi znotraj enega uporabnika frekvenčni spekter razdeli na veliko število manjših področij je mogoče dodatno izkoristiti prenosne kapacitete, kar prinaša vrsto edinstvenih prednosti v primerjavo z eno osrednjo frekvenco. Tovrstno tehniko imenujemo OFDM (angl. orthogonal frequency division multiplexing) in se danes uporablja v številnih omrežjih, kot so na primer WiFi, WiMAX, DVB-T ter LTE. Poleg izboljšanja prenosne zmogljivosti so sistemi OFDM tudi manj občutljivi na presih zaradi prenosa po več poteh in ozkopasovne motnje.

Kljub zelo dobri uveljavitvi v zemeljskih zvezah pa se uporaba tehnike OFDM v satelitskih komunikacijah še vedno sooča z visokim razmerjem med vršno in povprečno močjo, kar znižuje energetsko učinkovitost močnostnemu ojačevalniku končne stopnje na satelitu. V raziskovalni sferi je velik interes po iskanju energetsko ustrežnejših rešitev, da bi lahko omogočili izkoriščanje tehnike OFDM v satelitskih sistemih, kar bi pomenilo združljivost med satelitskimi in zemeljskimi sistemi [3]. Vendar se je potrebno zavedati, da pravega smisla za uvajanje tehnike OFDM v satelitske sisteme ni, saj pri komunikaciji s satelitom nimamo večpotja in potrebe po odpravljanju presiha zaradi večpotja.

18.2 Časovna porazdelitev signalov

Za razliko od frekvenčnega deljenja na podpasove je ločevanje po časovnih rezinah digitalna tehnologija (v zelo redkih primerih analogna). Za ločevanje različnih podatkovnih tokov se uporablja časovno razvrščanje, kot na primeru zveze treh uporabnikov proti satelitu prikazuje slika 126. Vsi zemeljski uporabniki za oddajo uporabljajo isto nosilno frekvenco in pasovno širino, ki pa si jo med seboj časovno delijo brez prekrivanja intervalov. Pri tem en sam sprejemnik na satelitu sprejema časovno zaporedje bitov posameznega vhodnega toka enega za drugim. Delitev prenosne zmogljivosti poteka v periodičnem zaporedju časovnih intervalov. Med časovnimi intervali je rezervirano varnostno območje, ki navkljub različnim zakasnitvam zaradi različno oddaljenih uporabnikov onemogoča prekrivanje bitov.



Slika 126. Časovna porazdelitev prenosa signalov v zvezi proti satelitu.

V satelitskih komunikacijskih sistemih je navadno vključenih v promet več govorcev. Običajna hitrost prenosa govora vsakega govorca je 64 kbit/s.

Po skupnem komunikacijskem mediju se z omenjeno hitrostjo prenašajo informacije več uporabnikov. Zaradi lažjega prenosa vseh informacij po enem samem komunikacijskem kanalu se uporablja časovna porazdelitev. Če se preklapljanje opravlja dovolj hitro, posamezna sprejemna naprava ne

³ H. W. Kim, T. C. Hong, K. Kang, B.-J. Ku, S. Kim, S. Yeo, "Applicability of Orthogonal Frequency Division Multiple Access in Satellite Communication," IEEE 73rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 15.-18. maj 2011

zazna, da je povezava nekaj časa služila ostalim uporabnikom, temveč misli, da njegova zveza deluje v realnem času.

Ker je znotraj enega časovnega intervala prenosni medij rezerviran zgolj za enega uporabnika, je za pravilno delovanje načina časovne porazdelitve, nujno potrebna sinhronizacija sprejemnika z oddajnikom. Dodeljevanje prenosnih zmogljivosti pa lahko poteka po principu trajnih rezervacij, naključnega zasedanja ali prilagodljivih rezervacij na zahtevo [4].

Pri trajnih rezervacijah se uporabniku trajno dodeli del prenosne zmogljivosti celotnega medija, kar zagotovi prenos podatkov z vnaprej določeno kakovostjo prenosa. Slabost trajnih rezervacij je nizka učinkovitost celotnega medija, če posamezni uporabniki njim dodeljene prenosne zmogljivosti v celoti ne izkoristijo.

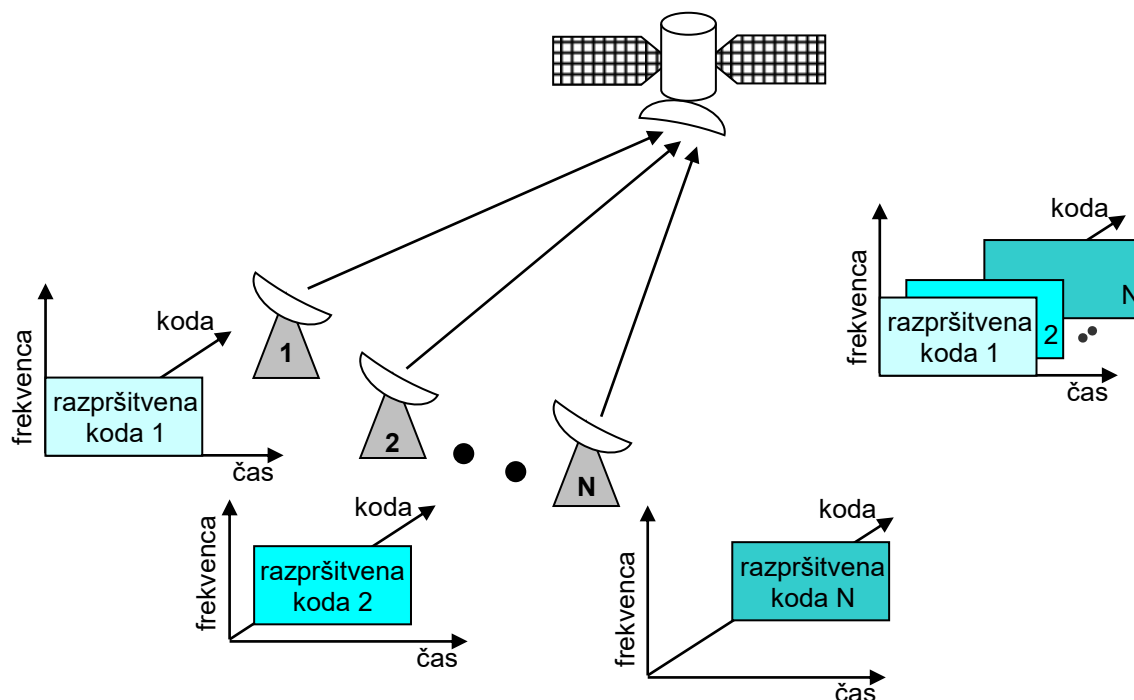
Protokoli naključnega zasedanja zmogljivosti se razlikujejo po vgrajeni uglajenosti med uporabniki, iz katere izhaja zahtevnosti izvedbe in učinkovitosti. Slabost naključnega zasedanja zmogljivosti, pa je v nedoločenih prenosnih zakasnitvah, ki niso v naprej poznane in lahko pride do konfliktov pri naključnem zasedanju skupnega medija. Tako nimamo vnaprej zagotovljene kakovosti storitve prenosa podatkov, temveč je vse odvisno od trenutne skupne prometne obremenitve.

Prilagodljive rezervacije na zahtevo se dodeljujejo glede na trenutne potrebe uporabnikov, kar nadzira rezervacijski protokol. Pri tem prihaja do začasnih rezervacij glede na zahteve posameznega uporabnika, ki lahko določa tudi prioriteto prometu z namenom zagotovitve kakovost storitev.

Način TDM se uporablja tudi pri prenosu več digitalni televizijskih programov znotraj enega frekvenčnega kanala v sistemih DVB-S in DVB-S2 in je zaradi kompresije digitalne televizijske slike zelo učinkovit.

18.3 Kodna porazdelitev signalov

Učinkovitost satelitskih komunikacijskih kanalov je mogoče povečati tudi s kodno porazdeljenim dostopom, pri katerem si več uporabnikov med seboj deli komunikacijski kanal. Bistvena prednost kodne porazdelitve je v tem, da lahko več oddajnikov pošilja informacije **istočasno preko istega frekvenčnega kanala**, kot za primer zveze proti satelitu prikazuje slika 127. Pri tem si vsi zemeljski uporabniki za različne procese istočasno delijo celotno razpoložljivo pasovno širino znotraj istega frekvenčnega spektra.



Slika 127. Kodna porazdelitev prenosa signalov v zvezi proti satelitu.

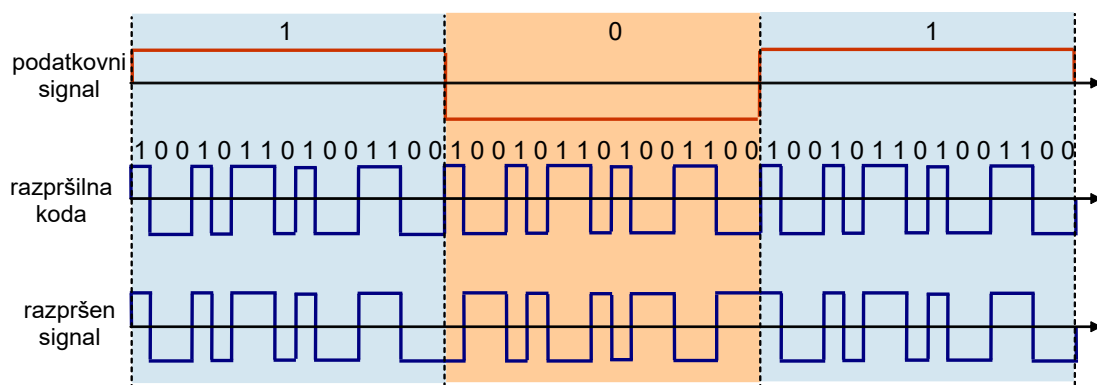
⁴ A. Umek, »Tehnike brezžičnega sodostopa«, VITEL, april 2007

Kodna porazdelitev signalov je osnovana na tehniki razširitve spektra (angl. spread spectrum) moduliranega signala prek celotnega dodeljenega spektra. Vsakemu uporabniku je dodeljena lastna razpršilna koda. Uporabljene kode morajo biti med sabo čim bolj ortogonalne. Tako razpršen signal je za drugega uporabnika istega kanala šum. Glede na ortogonalnost kod prenašanih signalov lahko s celotnega področja izločimo koristni signal.

Najbolj razširjen sistem z razširjenim spektrom je direktni sekvenčni porazdeljeni sistem (angl. Direct Sequence System) in predstavlja modulacijo nosilnega signala s kodno frekvenco. Prav tako sta znani še metodi s frekvenčnim (angl. Frequency Hopping) in časovnim skakanjem (angl. Time Hopping). Pri prvem je kanal porazdeljen na več enako širokih frekvenčnih pasov, vsakemu uporabniku pa je dodeljen en frekvenčni pas, pri drugem pa je celoten kanal razdeljen na časovne rezine. V primeru hibridne oblike modulatorskega postopka pridemo na modulacijo s frekvenčno časovnim skakanjem. Temu pravimo kodno porazdeljen dostop.

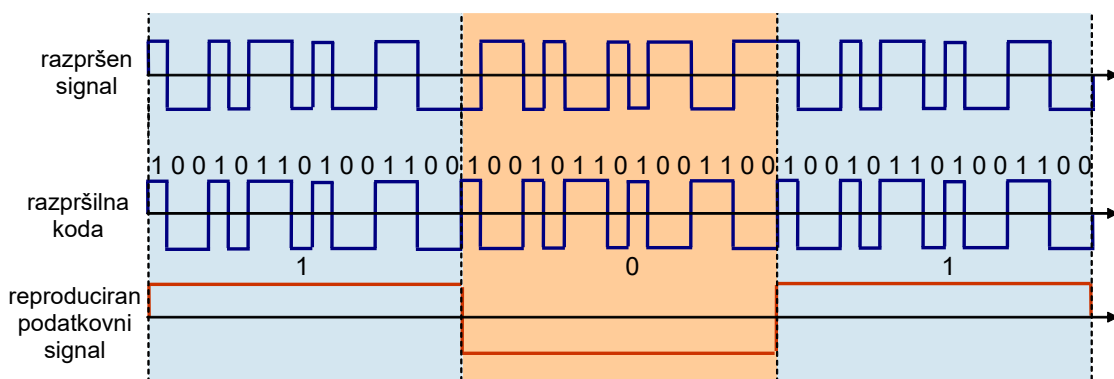
Pri kodnem dostopu lahko signal enega uporabnika v različnih časovnih intervalih zasede različne frekvenčne pasove. Glede na uporabljeno vrsto kodiranja frekvence posameznih uporabnikov preskakujejo s pasu na pas. Vsak uporabnik uporablja unikatno kodo, ki je pravokotna (ortogonalna) na kode drugih uporabnikov. Unikatnost kode omogoča, da med uporabniki ne prihaja do motenj.

Razširitev spektra temelji na množenju digitalnega signala, ki nosi informacijo s hitrejšim pseudo naključnim zaporedjem, kot prikazuje slika 128.



Slika 128. Razpršitev signala na oddajniški strani.

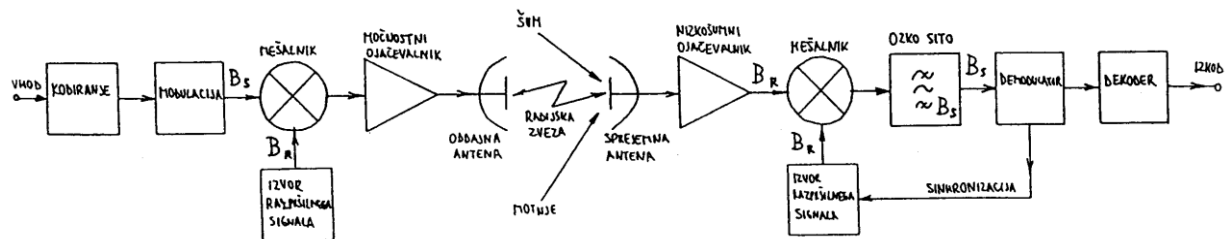
Na sprejemniški strani je pseudo naključno zaporedje ponovno generirano in se uporabi za izločitev signala, ki nosi informacijo, kot prikazuje slika 129.



Slika 129. Izločitev signala na sprejemniški strani.

Osnova delovanja sistema z razširjenim spektrom je prikazana na sliki 130. Modulirani radijski signal s pasovno širino B_s na oddajniški strani razpršimo s pomočjo v naprej znanega razpršilnega zaporedja z dosti večjo pasovno širino B_r . Signali različnih oddajnikov so razpršeni z različnimi unikatnimi in ortogonalnimi kodami, kar omogoča njihovo razlikovanje na sprejemniški strani. V sprejemniku signal množimo z enakim razpršilnim zaporedjem, ki je natančno sinhronizirano z zaporedjem oddajnika. Pri

tem se frekvenčni spekter želenega signala ponovno skrči na B_s , frekvenčni spekter motenj in šuma pa se celo razširi na dvojno pasovno širino $2B_r$.



Slika 130. Radijska zveza z razširjenim spektrom.

Želeni signal v sprejemniku nato izsejemo z ozkim sitom s pasovno širino B_s . Ozko sito pri tem v celoti prepušča obdelani želeni signal in hkrati odstrani večino spektralnih komponent šuma in motenj. Prav zaradi ozkega sita na izhodu ima sistem z razširjenim spektrom dobro povečano razmerje S/N . Dobitek S/N v sprejemniku je enak razmerju pasovnih širin razpršilnega zaporedja B_r in koristnega signala B_s .

Sistem z razširjenim spektrom je odporen na presih polja zaradi večpotja. Če v sistemu z razširjenim spektrom izberemo dovolj veliko pasovno širino razpršilnega zaporedja, lahko v sprejemniku med sabo ločimo posamezne radijske poti neposrednega in odbitih valov. V sprejemniku se namreč skrči le spekter tistega žarka, na katerega je sprejemnikov generator razpršilnega zaporedja natančno sinhroniziran. Vsi ostali žarki imajo drugačne zakasnitve in se zato v sprejemniku obnašajo le kot motnje ali šum.

Na žalost pa ima CDM tudi nekaj slabih lastnosti. Razpršilne kode niso popolnoma ortogonalne, zato se motnje obnašajo kot šum in jih na sprejemni strani ne moremo nikoli popolnoma izločiti. Slabo razmerje signal/šum ima za posledico nizko spektralno učinkovitost. Tudi sinhronizacija sprejemnika, bolj točno izvora razpršilnega zaporedja, ni enostavno izvedljiva. Poleg tega razmerje moči posameznih oddajnikov zaradi velikih križnih korelacij kvarno vpliva na razmerje med želenim signalom in motnjo. Vse te slabosti govorijo v prid umiku tehnike kodne porazdelitve iz sistemov mobilne telefonije, kar pomeni ukinitvev tretje generacije (3G), kjer se za zemeljske zveze uporablja tehnologija UMTS, za satelitske zveze pa sistem Globalstar [5].

Pri majhnem številu oddajnikov je moten, ki nastanejo na sprejemniku zaradi ostalih oddajnikov, relativno malo, kar govori v prid uporabe tehnike CDM pri satelitskih radionavigacijskih sistemih. Ker so vsi sateliti na približno isti oddaljenosti od uporabnika je kvarnega vpliva zaradi različnih sprejetih moči malo. Z uporabo tehnike CDM brez večje škode vsi sateliti sistema GPS uporabljajo iste visokofrekvenčne nosilce oziroma se pri satelitskem sistemu GLONASS sosednji kanali med seboj prekrivajo. Pri sistemu GPS omogoča kodna porazdelitev prekrivanje brez velikih medsebojnih motenj kratkega psevdonaključnega C/A zaporedja in daljšega psevdonaključnega P zaporedja, ki se oddaja na istem visokofrekvenčnem nosilcu (L1).

Prednost razširjenega spektra je v tem, da za uspešno motenje sprejemnika potrebujemo velike moči. V zemeljskih zvezah je to težko doseči, kar daje takšnim sistemom prednost, ki so jo pred desetletji uporabljali že vojaški sistemi. Ker so navigacijski signali, ki prihajajo iz satelitov, zelo šibki, je na žalost njihovo motenje danes precej enostavno [6].

⁵ H. Fröhlich, B. Batagelj, »Širokopasovni mobilni dostop preko satelitskih komunikacij«, VITEL, november 2009

⁶ A. D. Rettinger, B. Batagelj, »Motenje GPS sprejemnikov na osnovi blokiranja ali prevare«, Avtomatika, št. 118, str. 14-18, 2013

18.4 Prostorska porazdelitev signalov

Pri prostorski porazdelitvi signalov se izkoristi razširjanje valovanja po različnih poteh. V primeru zemeljskih omrežij se izkorišča ločene kable ali radijske zveze, v satelitskih komunikacijah pa je porazdelitev dosežena s prostorsko razmejitvijo signalov. Vsi uporabniki istočasno uporabljajo iste frekvence znotraj njim dodeljenega prostora.

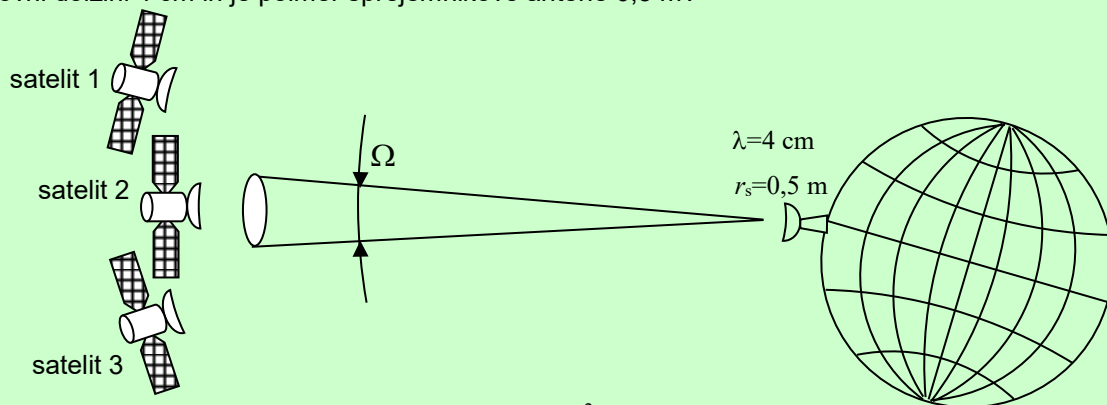
Prostorska porazdelitev je v satelitskih komunikacijah postala izvedljiva z uporabo anten z ozkim glavnim snopom in zaduženimi stranskimi bočnimi snopi.

Prostorska porazdelitev se lahko uporablja v smeri z Zemlje proti satelitu, ko se na isti frekvenci prenaša signal na sosednje satelite. Veliko pogosteje pa se uporablja v smeri iz satelita na Zemljo, pri čemer je isti frekvenčni pas večkratno uporabljen za pokrivanje različnih območij na Zemlji. V slednjem primeru je geografsko področje na Zemlji razdeljeno v posamezne celice, prostorska porazdelitev pa je dosežena z antenskim poljem na satelitu, ki v primeru pametnih-prilagodljivih anten omogoča tudi nastavljanje smernega diagrama.

Zanimivo je, da lahko tudi en sam satelit uporablja prostorsko porazdelitev, če uporablja ločeni polarizaciji, na primer horizontalno ali vertikalno oziroma levosučno ali desnосуčno. To omogoča dvema snopoma pokritost istega Zemljinega področja z ločevanjem po polarizaciji.

Primer:

Na nebu imamo več satelitov, ki oddajajo različne satelitske programe na istih frekvencah. Za koliko kotnih stopinj morajo biti razmaknjeni sateliti, da se med seboj ne motijo, če zveza deluje na valovni dolžini 4 cm in je polmer sprejemnikove antene 0,5 m?



$$D_s = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_s = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \pi r_s^2 = \left(\frac{2\pi r_s}{\lambda} \right)^2 = \left(\frac{2\pi \cdot 0,5 \text{ m}}{0,04 \text{ m}} \right)^2 = 6168 = \underline{\underline{37,9 \text{ dBi}}}$$

$$\Omega = \frac{4\pi}{D_s} = \frac{4\pi}{6168} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ srd} \quad \cos \alpha = 1 - \frac{\Omega}{2\pi} \Rightarrow \alpha = \arccos \left(1 - \frac{\Omega}{2\pi} \right) = \underline{\underline{1,5^\circ}}$$

Sosednji satelit morata biti 3° stran.

Nalogo lahko rešimo tudi tako, da \cos razvijemo v potenčno vrsto $\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \dots$

Zadostuje, da vzamemo prva dva člena $\frac{\alpha^2}{2} \approx \frac{\Omega}{2\pi} \Rightarrow \alpha \approx \sqrt{\frac{\Omega}{\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{\pi}} = 0,025 \text{ rd} = 1,5^\circ$

Razmik med sateliti v kotnih stopinjah je za majhne kote obratnosorazmeren smernosti oziroma polmeru sprejemne antene.

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{\Omega}{\pi}} = \sqrt{\frac{D_s}{\pi}} = \sqrt{\frac{4}{D_s}} = \sqrt{\frac{4}{\frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_s}} = \sqrt{\frac{\lambda^2}{\pi A_s}} = \sqrt{\frac{\lambda^2}{\pi \cdot \pi r_s^2}} = \frac{\lambda}{\pi \cdot r_s}$$

Tako bi na primer sprejemna antena s polmerom 1 m zahtevala le $1,5^\circ$ razmik med sateliti.

Kot je razvidno lahko z uporabo različnih poznanih tehnik združevanja uporabniških signalov bolje izkoristimo frekvenčni spekter, ki je naravna dobrina. Poleg tega pa tudi prihranimo pri porabi energije, ki je v primeru satelitskih komunikacij ključnega pomena, predvsem na strani satelitov.

19. Satelitski radiolokacijski sistemi

Satelitske sisteme ne uporabljamo zgolj za radijske komunikacije v ožjem pomenu besede, to se pravi za prenos informacije na daljavo. Zelo pomembno področje uporabe radijskih valov je določanje položaja, hitrosti in lege s pomočjo radijskih valov. ITU Radio Regulations takšno uporabo obravnava kot storitvi (službi) radiolokacije in radionavigacije.

Pri radionavigaciji, ki je obravnavana v naslednjem poglavju, uporabnik določa lasten položaj, hitrost in lego (orientacijo), kjer so vse tri veličine vektorji. Pri radiolokaciji, ki je predmet tega poglavja, določamo položaj, hitrost in lego drugih.

Čeprav bomo snov razdelili na dve poglavji, meja med radiolokacijo in radionavigacijo ni ostra. [1].

19.1. Radar

19.2. Sekundarni radar

19.2. Radar s sintetično odprtino (angl. synthetic aperture radar – SAR)

¹ Matjaž Vidmar, »Radiokomunikacije«, Ljubljana: Založba FE in FRI, 2005.

20. Satelitski radionavigacijski sistemi

Satelitske sisteme lahko zelo koristno uporabljamo tudi za navigacijo. Navigacija je znanost, ki govori o tem, kako pripeljati popotnika od enega do drugega kraja oziroma položaja. Pomembnejši in tudi težavnejši del postopka je določitev tridimenzionalnega položaja, zato se pojem navigacije mnogokrat nanaša bolj na določanje položaja, znanosti o tem, kako iz določenega položaja priti na drug položaj, pa imenujemo vodenje [1]. Kot inženirji elektrotehnike bomo pojem navigacija uporabljali v pomenu določanja položaja in hitrosti, vodenje pa bomo prepustili šoferjem, kapitanom in pilotom.

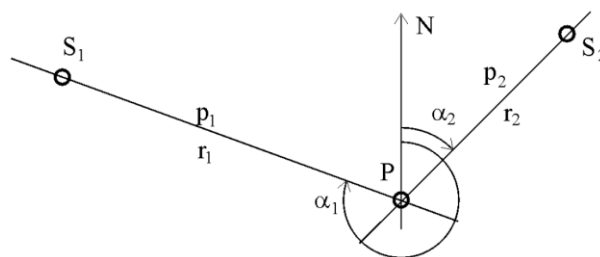
Metode radionavigacije slonijo na večtisočletnem izročilu navigacijskih dosežkov pogumnih morjeplovcev. Veščine navigacije brez instrumentov so že pred več tisočletji do popolnosti obvladovali Polinezijci. Rimsko Mare Nostrum je bilo v primerjavi z njihovim morjem otroški bazen. Pluli so tudi Egipčani in Grki, pa seveda Feničani in kasneje Vikingi. Ravnali so se po Soncu, zvezdah, vetrovih, valovih, ptičih in ribah. V srednjem veku so Evropejci v morjeplovstvo uvedli znanost: zemljevide, kvadrante, ure in tablice [2]. Piko na i je leta 1759 postavil John Harrison in s kronometrom dokončno rešil problem določanja položaja ladje na visokem morju. Od takrat do danes se v navigaciji ni zgodilo nič bistveno novega več - do dobe radionavigacije.

Sodobni postopki določanja položaja se poslužujejo elektronskih naprav, ki so zgled kompleksne visokofrekvenčne tehnike. Sem spadajo satelitski navigacijski sistemi, sistemi za določanje smeri (s pomočjo vrtilnega svetilnika VOR in DVOR) in sistemi določanja oddaljenosti (DME). Vsi omenjeni sistemi so v bistvu sistemi visokofrekvenčnih elektromagnetnih svetilnikov. Sprejemna naprava lahko s procesiranjem signalov iz teh svetilnikov in ob poznavanja njihovega položaja bolj ali manj natančno določi svoj položaj.

20.1 Postopki za določanje trenutnega položaja

Dvodimenzionalni položaj na ravnini ali tridimenzionalni položaj v prostoru lahko določimo na različne načine, vendar trenutno le satelitski navigacijski sistemi omogočajo tridimenzionalno navigacijo, vsi ostali pa le navigacijo v dveh dimenzijah (običajno na Zemljini površini).

Najenostavnejši postopek določanja trenutnega položaja v dveh dimenzijah je s pomočjo dveh azimutov do dveh znanih točk (svetilnikov), kot prikazuje slika 131. Položaja obeh svetilnikov S_1 in S_2 sta znana. Smeri položajnih premic p_1 in p_2 , sta podani z azimutoma α_1 in α_2 znanih točk S_1 in S_2 . Neznani položaj P določa presečišče položajnih premic p_1 in p_2 .



Slika 131. Določanje položaja s pomočjo dveh azimutov.

Za določitev pogreška določanja položaja z dvema azimutoma potrebujemo tudi oddaljenost r_1 in r_2 . Če sta premici p_1 in p_2 med seboj pravokotni (kar je glede pogreškov najugodnejše), je pogreškovna elipsa podana s polosema $r_1 \cdot \Delta\alpha_1$ in $r_2 \cdot \Delta\alpha_2$, pri čemer sta $\Delta\alpha_1$ in $\Delta\alpha_2$ pogreška pri določanju azimutov.

Primer:

Določite pogrešek položaja pri sistemu, kjer se azimut določi s pogreškom $\pm 1^\circ$. Svetilnika vidimo pod pravim kotom in sta od nas oddaljena 50 km.

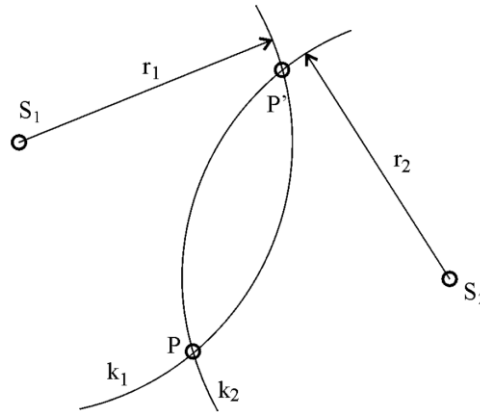
$$\Delta P = r \cdot \Delta\alpha = 50\,000 \text{ m} \cdot (\pm 1^\circ) \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \pm 873 \text{ m}$$

¹ Drago Kostevc, »Navigacijske naprave in sistemi«, Ljubljana: Založba FE in FRI, 2011.

² Drago Kostevc, »Zgodovina radionavigacije«, Seminar radijske komunikacije, Ljubljana, 2014.

Iz zgornjega primera, kjer smo uporabili oceno pogreška na $\pm 1^\circ$, kar je zelo dobro za sisteme v trenutni uporabi, vidimo, da taki sistemi pri določanju položaja niso prav natančni.

Pri določanju položaja iz dveh poznanih oddaljenosti r_1 in r_2 do znanih položajev svetilnikov S_1 in S_2 , sta položajni krivulji krožnici k_1 in k_2 . Neznani položaj P je določen kot presečišče krožnic k_1 in k_2 , katerih središči sta točki S_1 in S_2 , polmera pa sta določena z oddaljenostma r_1 in r_2 , kot prikazuje slika 132. Za določanje oddaljenosti si lahko pomagamo z radarjem.



Slika 132. Določanje položaja s pomočjo dveh oddaljenosti.

Težava tega postopka je, da se krožnici sekata tudi v točki P' (slika 132), kar vnese dvoumnost. Pravi položaj je mogoče določiti, tako da se izmeri oddaljenost še do tretjega svetilnika, saj se tri krožnice sekajo le v eni točki.

Če upoštevamo nenatančnost meritev oddaljenosti, je presečišča tvorijo trikotnik iz krožnih lokov, naš položaj pa je najverjetneje nekje v tem trikotniku. Če je trikotnik majhen, je zelo verjetno, da smo svoj položaj izmerili natančno, če pa je trikotnik velik ga poskušamo zmanjšati s tem, da pri določanju položaja naredimo več meritev.

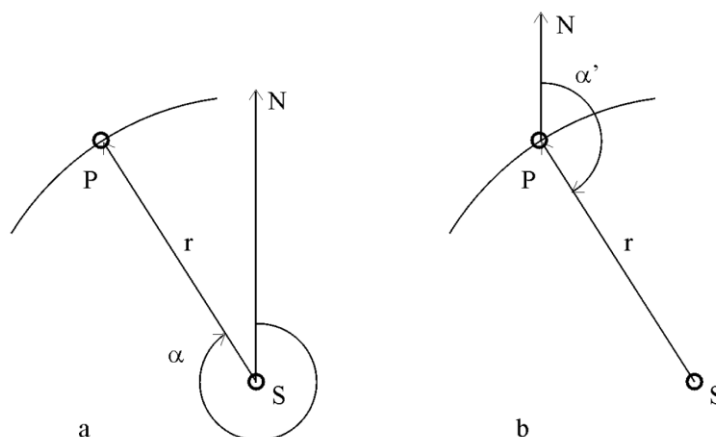
V praksi običajno približno poznamo svoj položaj in se dvoumnosti pri meritvi dveh razdalj lahko izognemo tudi z izbiro tistega položaja, ki je bližje našemu izhodiščnemu položaju. Svoj položaj običajno vsaj približno poznamo, saj smo ga na začetku poti poznali natančno, potem pa ga praviloma določamo v kratkih časovnih razmikih. V enem časovnem razmiku se položaj ne more zelo spremeniti in približni položaj je kar zadnji znani položaj. Očitno je torej, da pri postopku določanja položaja iz dveh oddaljenosti lahko v večini primerov kljub dvoličnosti brez posebnih težav določimo pravi položaj.

Tudi pri določanju položaja s pomočjo dveh oddaljenosti je pogrešek najmanjši, ko vidimo svetilnika pod pravim kotom, saj se takrat tudi krožnici sekata pod pravim kotom. V tem primeru je pogreškovna elipsa podana s polosema Δr_1 in Δr_2 , pri čemer sta Δr_1 in Δr_2 pogreška pri določanju oddaljenosti. Oddaljenost merimo s pomočjo radijskih valov praviloma tako, da merimo zakasnitve radijskih valov. Pri takšnem merjenju pogreški praviloma niso odvisni od oddaljenosti in s tem mnogo bolj natančni kot sistemi z merjenjem dveh azimutov.

Pri določanju položaja s pomočjo oddaljenosti in azimuta sta položajni krivulji premica in krožnica. Če poznamo oddaljenost r od svetilnika do položaja in azimut α položaja glede na svetilnik, lahko določimo položaj s presečiščem krožnice polmera r s središčem v položaju svetilnika S in premice, ki gre pod kotom α skozi položaj S svetilnika, kot prikazuje slika 133a. Na tak način radar določa položaj cilja. V navigaciji pa pogosto ne določamo azimuta cilja (glede na svetilnik, temveč azimut svetilnika glede na položaj (slika 133b). Kota α in α' se med seboj razlikujeta za 180° , tako da je prehod iz ene slike v drugo trivialen.

Pogrešek takega sistema bo pravokotno na azimut (tangencialni pogrešek) enak $r \cdot \Delta \alpha$, vzdolž azimuta (radialni pogrešek) pa Δr . Prednost te metode je, da so položajne krivulje med seboj vedno pravokotne in da je za svetilnik potrebna le ena lokacija. Vendar sta svetilnika na lokaciji stolpa dva, eden za določanje azimuta in drugi za določanje oddaljenosti.

Zgled za uporabo te metode za določanje lastnega položaja je sistem VOR/DME, za določanje tujega položaja pa radar.



Slika 133. Določanje položaja s pomočjo oddaljenosti in azimuta.

Primer:

Določite tangencialni in radialni pogrešek položaja pri sistemu, kjer se azimut določi s pogreškom $\pm 1^\circ$, pogrešek oddaljenosti pa znaša 400 m. Svetilnik je od nas oddaljen 50 km.

Tangencialni pogrešek znaša $\Delta P = r \cdot \Delta\alpha = 50\,000 \text{ m} \cdot (\pm 1^\circ) \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \pm 873 \text{ m}$.

Radialni pogrešek znaša 400 m.

Primer:

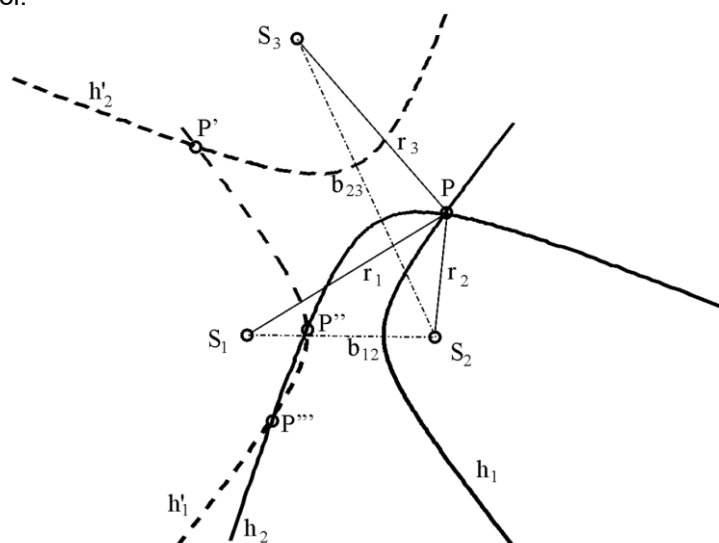
Določite tangencialni in radialni pogrešek položaja pri sistemu iz zgornjega primera, če je svetilnik od nas oddaljen 10 km.

Tangencialni pogrešek znaša $\Delta P = r \cdot \Delta\alpha = 10\,000 \text{ m} \cdot (\pm 1^\circ) \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \pm 175 \text{ m}$.

Radialni pogrešek je seveda tudi v tem primeru 400 m.

Iz zgornjih zgledov je očitno, da je tudi tangencialni pogrešek takega sistema čisto sprejemljiv, ko se letalo približa svetilniku.

Pogosto je lažje kot razdaljo do svetilnika določiti razliko med razdaljama do dveh svetilnikov. Sisteme, ki za določanje položaja uporabljajo razlike oddaljenosti do svetilnikov imenujemo hiperbolični sistemi. V hiperbolični radionavigaciji uporabnik ne meri oddaljenost od posameznega svetilnika, temveč meri časovno razliko oddaljenosti med sinhroniziranimi svetilniškimi oddajniki, kar je mnogokrat lažje izmerljivo. Za primer dveh dimenzij, kar je prikazano na sliki 134, je položaj uporabnika določen s presečiščem hiperbol.



Slika 134. Hiperbolično določanje položaja.

Za razumevanje delovanja hiperboličnega sistema vzemimo, da trije svetilniki S_1 , S_2 in S_3 , ki so od uporabnikovega sprejemnika oddaljeni za r_1 , r_2 in r_3 , istočasno oddajo radijski impulz. Sprejemnik izmeri časovne razlike Δt_{12} , Δt_{23} in Δt_{13} med prispelimi impulzi in iz njih izračuna razliko razdalj Δr_{12} , Δr_{23} in Δr_{13} . Položajne krivulje so hiperbole na katerih je razlika oddaljenosti do dveh svetilnikov konstantna. Položaj sprejemnika je torej določen s presečiščem dveh hiperbol. Za določitev lege v dveh dimenzijah potrebujemo dve hiperboli in tri svetilnike. Čeprav iz enačb vidimo, da lahko določimo tri hiperbole, tretja ne pomaga za bolj natančno določanje položaja, saj se seka v natančno isti točki kot prvi dve, tretja enačba je namreč vsota prvih dveh.

Primer:

Prvi radionavigacijski svetilnik se nahaja v točki $x_1=3$ km in $y_1=3$ km, drugi radionavigacijski svetilnik pa v točki $x_2=10$ km in $y_2=10$ km. Uporabnik izmeri razliko razdalj $d=3$ km in ugotovi, da je bližje drugemu oddajniku. Določite enačbo dvodimenzijske krivulje (hiperbole) na kateri se nahaja uporabnik!

$$d_1 = \sqrt{(x-3)^2 + (y-3)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(x-10)^2 + (y-10)^2}$$

$$d_1 - d_2 = d = 3$$

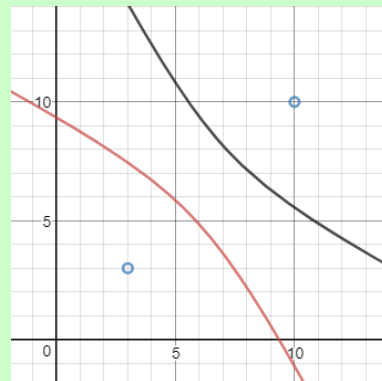
$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{(x-10)^2 + (y-10)^2} + 3 \quad |^2$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 = x^2 - 20x + 100 + y^2 - 20y + 100 + 9 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{(x-10)^2 + (y-10)^2}$$

$$14x + 14y - 191 = 6 \cdot \sqrt{(x-10)^2 + (y-10)^2} \quad |^2$$

$$196x^2 + 196y^2 + 36481 + 392xy - 5348x - 5348y = 36x^2 - 720x + 3600 + 36y^2 - 720y + 3600$$

$$\underline{\underline{160x^2 - 4628x + 160y^2 - 4628y + 392xy + 29281 = 0}}$$



Pri hiperboličnih sistemih posamezni svetilniki ne služijo za določanje položajnih ploskev, temveč je celoten sistem zasnovan kot sistem za določanje položaja, saj morajo biti svetilniki med seboj povezani v sistem z enotno uro, da bo metoda delovala. Zato je navigator s takšnim sistemom dobil eno učinkovito napravo za določanje položaja. Toda če ta naprava odpove, ne bo o svojem položaju vedel ničesar več. Tudi če ima v rezervi še eno, lahko odpove sistem (ali ga nekdo izključi), takrat pa ne bo nihče (od tistih, ki za določanje položaja uporablja samo ta sistem) več vedel kje je. Zato ima vsak svetilnik v hiperboličnem sistemu tudi rezervni svetilnik.

20.2 Radionavigacijski hiperbolični sistemi

20.2.1 Zemeljski radionavigacijski hiperbolični sistemi

Hiperbolična navigacija se je razvila v desetletju po II. svetovni vojni. Sistemi, ki so se takrat razvili, vendar so danes že nedelujoči, so bili: Loran-A, Decca, Loran-C/Čajka, Omega/Alpha.

Za sistem **LORAN** (angl. long range navigation), ki se je izvedel v dveh generacijah (LORAN-A in LORAN-C) je značilna skupina svetilnikov, imenovana veriga (angl. chain). V verigi je en svetilnik glavni (angl. master) in več stranskih (angl. slave). Svetilniki so sinhronizirani s pomočjo referenčne ure, ki je za celo verigo locirana ura v glavnem svetilniku. Ta oddaja impulze (pravzaprav impulzno moduliran nosilni signal), ki jih sprejemajo uporabniški sprejemniki na letalih in ladjah, pa tudi sprejemniki na stranskih svetilnikih. Stranski svetilniki impulze zakasnjijo za čas t_z in jih kot 'svoje' oddajo naprej.

Časa, v katerem prispe impulz iz glavnega svetilnika S_1 do sprejemnika, je podan kot

$$t_1 = \frac{r_1}{c_0}.$$

Čas v katerem prispe impulz preko stranskega svetilnika S_2 od sprejemnika, pa je podan kot

$$t_2 = \frac{d_{12}}{c_0} + t_z + \frac{r_2}{c_0}.$$

Zakasnitev t_z je sistemsko podana, pravtako je za vsak par svetilnikov podana njuna bazna razdalja d_{12} .

Razlika razdalj od uporabnikovega položaja do svetilnikov, ki je pomembna karakteristika hiperbol pa je

$$r_2 - r_1 = (t_2 - t_1 - t_z)c_0 - d_{12}.$$

Iz razlike v času prispetja je torej možno določiti hiperbolo, na kateri je položaj sprejemnika. Sistem je nastajal pred davnimi časi, ko še ni bilo računalnikov. Zato so bile za vsako verigo natisnane navigacijske karte, v katere so bile vrisane hiperbole za posamezne pare svetilnikov in s časovno zakasnitvijo kot parametrom.

Pri impulznem sistemu **Loran-A** so bil bazne razdalje posameznih parov so znašale nekaj 100 km. Ko so ga pričeli postavljati v letu 1940 je bil prvi pomorski navigacijski sistem. Sistem deluje s pomočjo glavnega svetilnika, ki oddaja impulze oziroma impulzno moduliran nosilni signal. Le-tega sprejemajo uporabniki in stranski svetilniki, ki ga zakasnjena oddajajo naprej do uporabnikov. Oddajali so na treh različnih frekvencah, vendar vsi oddajniki ene verige na isti frekvenci. Med seboj so se pari oddajnikov ločili po ponavljalnem času impulzov. Če je en glavni oddajnik skrbel za več stranskih, je moral za vsakega od njih oddajati verigo pulzov s svojim ponavljalnim časom. Sistem je v odvisnosti od pogojev razširjanja in lege sprejemnika zagotavljal natančnost do 10 km. Nikoli ni pokrival cele Zemlje, temveč le posamezne dele, posebej dobro so bila pokrita področja severnega Atlantskega oceana, Indijskega oceana in zahodnega Tihega oceana.

Decca, ki je uporabljala CW oddajnike na frekvenčnem področju od 70 kHz do 129 kHz, pri čemer so bile frekvence tako izbrane, da so se faze signalov po določenem času uskladile. Sprejemniki so v tem primeru merili spremembo faze.

Impulzni sistem **Loran-C**, ki deluje na frekvenčnem področju od 90 kHz do 110 kHz oddaja impulze s frekvenco 100 kHz. Loran-C je omogočal točnost 1 km in je v nekaterih državah še delujoč sistem. Ruska različica Loran-C se je imenovala Čajka. Od sistema LORAN-A se LORAN-C razlikuje predvsem po tem, da meri tudi fazno in ne le časovne razlike med prispelimi impulzi. Vsi oddajniki delujejo na isti frekvenci 100 kHz. Pri tej frekvenci je zagotovljeno stabilno razširjanje talnih valov, dosegi oddajnikov so preko 1000 km. Bazne razdalje posameznih parov so razreda 1000 km.

Sistem Loran-C meri razlike razdalj na dva načina. Ovojnica pulzov ima posebno obliko, zaradi katere je sistem manj občutljiv na motnje zaradi odbitih valov. Periodo nihajev v pulzu določa nosilna frekvenca in znaša 10 ms. Iz primerjanja ovojnice pulzov para oddajnikov sprejemnik določi najprej grobo časovno razliko, podobno kot sistem LORAN-A. Nato iz primerjanja faze tretjega nihaja v pulzih para oddajnikov (torej približno 30 ms po začetku pulza) določi razliko razdalj bolj natančno.

Sistem Loran-C med seboj loči signale posameznih svetilnikov na osnovi zaporedja skupin impulzov verige svetilnikov. Vsi oddajniki verige oddajajo zaporedje skupin osmih zaporednih impulzov s ponavljalnim časom 1 ms, glavni oddajnik doda na koncu tega zaporedja še deveti impulz s časovno zakasnitvijo 2 ms. Te skupine impulzov so med seboj zakasnjene, najprej odda svojo skupino glavni svetilnik, nato zaporedoma s točno določeno zakasnitvijo še stranski oddajniki. Zakasnitve so takšne, da na ozemlju, ki ga pokriva veriga, ne more priti do prekrivanja skupin zaradi prostorskih zakasnitev valov. Cel cikel se ponavlja s skupinskim ponavljalnim časom (angl. Group Repetition Interval - GRI), ki je za vsako verigo drugačen. Na podlagi tega časa lahko sprejemnik določi verigo, kateri pripada signal. Skupinski ponavljalni časi so v razredu 50 do 100 ms. Za medsebojno ločevanje svetilnikov pa je nosilni signal posameznih impulzov v okviru ene skupine fazno moduliran tako, da je za posamezen impulz bodisi v fazi, bodisi v protifazi z referenčnim nosilnim signalom.

Sistem **Omega/Alpha** je bil prvi globalni hiperbolični sistem. Zgrajen je bil leta 1968. Vseboval je 8 svetilnikov, ki so bili med seboj sinhronizirani s cezijevegi urami. Deloval je na frekvenčnem področju od 9 kHz do 14 kHz, ki je omogočal točnost 2,2 km. Zaradi uporabljene nizke frekvence je deloval tudi do

15 m pod morsk gladino. Sistem je osnovan na merjenju faz, pri čemer se večičnost faz obvlada s tremi frekvencami.

Zemeljski hiperbolični navigacijski sistemi so se v zadnjih desetletjih popolnoma umaknili satelitskim radionavigacijskim sistemom.

20.2.2 Satelitski radionavigacijski hiperbolični sistemi

Zgodba satelitskega določanja položaja se je začela pred več kot pol stoletja s sistemoma **Transit** (ameriški) in **Cikada** (sovjetski). Ti sateliti so imeli na krovu dva oddajnika s frekvencama 150 MHz in 400 MHz. Frekvenci sta izvedeni iz iste osnove in sta v natančnem razmerju 3:8. Podatki o tirnici so vtisnjeni na visokofrekvenčno nosilno frekvenco s fazno modulacijo PSK. Sateliti so bili na nizki tirnici okrog 1000 km, obhodna doba je bila približno 2 uri. Položaj sprejemnika se je izračunal iz podatkov merjenja Dopplerjeve frekvence na visokofrekvenčnem signalu in znane lege satelita. Računanje ni bilo trivialno (pred šestdesetimi leti so bile zmogljivosti računalnikov nekoliko drugačne od današnjih!), v principu pa je potekalo tako, da je računalnik iz enačb za Dopplerjev pojav z znano tirnico satelita (in znanem vektorju lastne hitrosti) poiskal po metodi najmanjših kvadratov položaj, ki se je najbolje ujemal s funkcijo spreminjanja Dopplerjeve frekvence v odvisnosti od časa.

Omejitev sistema je bila, da je bilo treba običajno čakati nekaj časa na ugodno lego satelita, sama meritev pa je morala teči nekaj minut, da je bilo izmerjenih dovolj podatkov za določitev položaja.

Primer:

Uporabnik skuša določiti svoj položaj z meritvijo Dopplerjevega pojava na nosilcu z nazivno frekvenco $f_0=400$ MHz, ki ga oddaja satelit sistema TRANSIT v krožnici na višini $h=1000$ km nad zemeljsko površino. Določite največji Dopplerjev pomik $\Delta f=?$ (razlika med frekvenco na začetku in ob koncu sprejema) za najugodnejši prelet (nad glavo uporabnika), če vrtenje Zemlje zanemarimo! ($R_Z=6378$ km, $\mu=3,986 \cdot 10^{14}$ m³/s²).

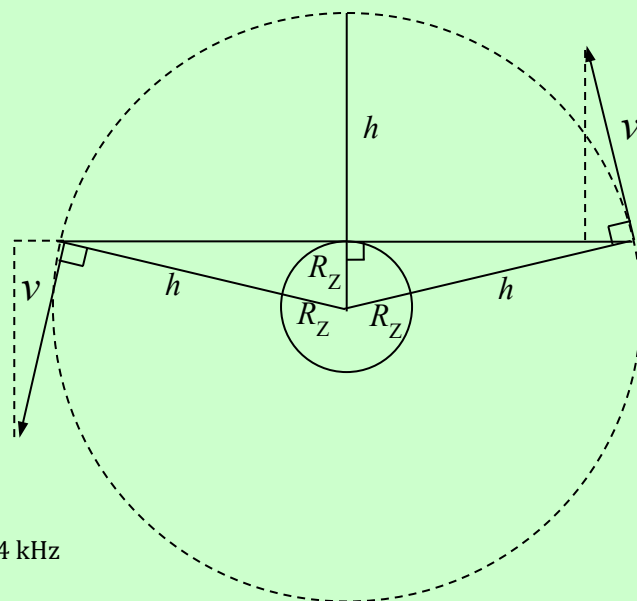
Hitrost satelita v krožnici

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{R_Z + h}} = 7350 \text{ m/s}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_Z}{R_Z + h}$$

Največji Dopplerjev pomik

$$\Delta f = f_0 \cdot \frac{v}{c_0} 2 \cos \alpha = \frac{2 f_0 v}{c_0} \frac{R_Z}{R_Z + h} = 16,944 \text{ kHz}$$



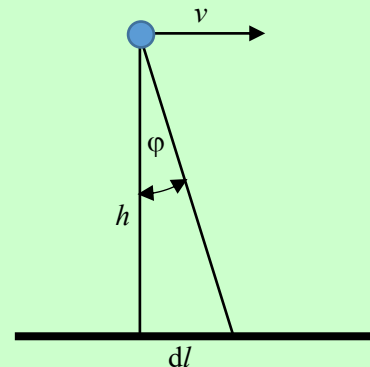
Primer:

Pri določanju položaja uporabnika preko meritve Dopplerjevega premika na nosilcu z nazivno frekvenco $f_0=400$ MHz v satelitskem radio-navigacijskem sistemu TRANSIT, iz prejšnjega primera z višino $h=1000$ km in hitrostjo $v=7,35$ km/s, opravimo meritev frekvence s točnostjo $df=\pm 1$ Hz. Kolikšno je odstopanje položaja uporabnika, ko satelit leti nad glavo uporabnika?

$$df = f_0 \cdot \frac{dv}{c_0} \quad \rightarrow \quad dv = \frac{df}{f_0} c_0$$

$$dv = v \sin \varphi = v \frac{dl}{\sqrt{h^2 + dl^2}} \approx v \frac{dl}{h} \quad \rightarrow \quad dl = \frac{dv}{v} h$$

$$dl = \frac{df}{f_0} \frac{c_0}{v} h = \frac{df}{f_0} \frac{c_0}{v} h = \frac{1 \text{ Hz}}{4 \cdot 10^8 \text{ Hz}} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{7,35 \cdot 10^3 \text{ m/s}} \cdot 10^6 \text{ m} = 102 \text{ m}$$



Trenutni **globalni navigacijski satelitski sistemi** (angl. Global Navigation Satellite System – GNSS) omogoča natančno določanje položaja, hitrosti in časa (ure), kjerkoli v vmesnem prostoru med površino Zemlje in nizkozemeljsko tirnico, ker se nahajajo na srednji zemeljski tirnici. Sateliti oddajajo radijske signale, ki uporabniškimi sprejemnikom omogočajo določitev položaja v tridimenzionalnem prostoru s pomočjo hiperbolične navigacije, določanje hitrosti s pomočjo Dopplerjevega pomika in dajanje časovnih informacij.

Popolnoma pasivni sprejemnik uporabnika za določitev položaja svoje antene v zemeljskem koordinatnem sistemu meri čase potovanja signalov oziroma psevdonaključnih zaporedij od satelitov na znanih položajih do antene na neznanem položaju. Za določitev položaja v prostoru s pomočjo hiperbolične navigacije je potrebno uporabiti štiri radijske svetilniške oddajnike. Pri postopku hiperbolične navigacije (nesinhroniziran) sprejemnik meri razlike časov prihoda signalov iz oddajnikov na različnih satelitih. Sprejemnik določa čase potovanja zaporedij s satelitov oziroma dosega računsko sinhronost s časom oddajnikov, ko po določitvi vsaj štirih časov potovanja zaporedij izračuna negotovost svoje ure.

Vsak satelit ima svojo atomsko uro (pravzaprav za rezervo več ur) in oddajniško navigacijsko opremo. Nenehno oddaja natančne podatke o svoji dejanski tirnici (kot popravek referenčne tirnice) in o pogrešku svoje ure. Oba podatka sta ključna pri določanju položaja uporabnika, saj ta sloni na poznavanju lege svetilnika (satelita) in časa oddaje signala. Vsak satelit oddaja tudi približne podatke o legi in stanju vseh ostalih satelitov (almanah). Tako lahko sprejemnik hitro izbere najugodnejše satelite za določanje položaja in ne upošteva podatkov satelitov v neugodni legi ali celo pokvarjenih satelitov.

Globalnih satelitskih radionavigacijskih sistemih lahko razumemo kot sistem določanja položaja s pomočjo presečišča treh hiperboloidov četrti hiperboloid pa potrebujemo za sinhronizacijo svoje ure. Sistem enačb tudi nam da štiri hiperboloide, ki se v primeru brez pogreška sekajo v isti točki – merjenem položaju. V primeru pogreška presečišče tvori nekakšno piramido, katere ploskve so hiperboloidne kapice. Torej predpostavljamo najprej, da je naša ura točna, rešimo sistem enačb in izračunajmo razdalje do satelitov, ki pa še niso prave (ker ura ni točna). Te razdalje se imenujejo psevdorazdalje. V naslednjih korakih reševanja spreminjamo Δt , dokler se vsi hiperboloidi ne sekajo v eni točki. Takrat nam dajo enačbe pravi položaj, pa še ura v sprejemniku je natančno sinhronizirana – poznan je njen pogrešek. Ker je satelitski čas enostavno pretvoriti v 'uradni zemeljski čas' (angl. Coordinated Universal Time – UTC), je stranski rezultat določanja položaja tudi natančen čas. Pri računanju naslednjega položaja izhajamo iz prejšnjega urnega pogreška, kar je seveda zelo dober približek, saj se pogrešek od meritve do meritve zelo malo spremeni.

Ko že poznamo svoj položaj, lahko določimo še svojo hitrost z merjenjem Dopplerjeve frekvence. Za Dopplerjevo frekvenco je merodajna radialna hitrost, ker se gibljeta oddajnik in sprejemnik, je merodajna relativna radialna hitrost.

Del vsakega GNSS je tudi kontrolni sistem na Zemlji, ki ga sestavljajo opazovalne postaje in nadzorna postaja. Opazovalne postaje so razporejene po vsej Zemlji in s svojimi sprejemniki iz satelitskih signalov nenehno določajo svoj položaj. Vsaka od teh postaj ima tudi svojo atomsko uro. Položaj teh postaj je seveda natančno znan in rezultati njihovih meritev služijo za to, da iz njih določajo natančen položaj posameznih satelitov na njihovih krožnicah in pogrešek satelitskih ur. Zbrane podatke nato nadzorna postaja pošilja satelitom, tako da vsak satelit vedno natančno pozna svoj položaj na krožnici in pogrešek svoje ure.

Najbolj poznan je seveda ameriški GPS, ki pa že vrsto let ni edini navigacijski sistem. Rusija je vzporedno z Američani razvijala svoj GLONASS (GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM, ki je v polno delovanje vstopil septembra 2010, ko je bil izstreljen še 24. satelit. ZDA so pred GPS imeli še TRANSIT/NAVSAT (NAVY NAVIGATION SATELLITE SYSTEM), Francozi imajo DORIS (DOPPLER ORBITOGRAPHY AND RADIO-POSITIONING INTEGRATED BY SATELLITE), Kitajci BEIDOU (COMPASS), Japonci QZSS (QUASI-ZENITH SATELLITE SYSTEM), Evropejci Galileo.

20.2.2.1 GPS

Satelitski navigacijski sistem GPS (angl. Global Positioning System) je bil izvirno vzpostavljen za namene ameriške vojske, ki je sistem imenovala NAVSTAR GPS (angl. Navigational Satellite Timing and Ranging – Global Positioning System). Sistem je zasnovan tako, da deluje z najmanj 24 sateliti, več kot 32 pa jih ne potrebuje. [3]

Sateliti sistema GPS krožijo v krožnicah v ravninah, ki so nagnjene na ekvatorialno ravnino za 55°. Tirničnih ravnin (in krožnic) je 6, nanizane so okrog Zemlje na vsakih 60°. V vsaki krožnici so 4 sateliti, skupaj torej 24 satelitov. Lega satelitov zagotavlja, da so vsak trenutek na vsaki točki Zemlje vidni najmanj štiri sateliti. Sateliti so na višini 20400 km, kar pomeni obhodni čas 12 ur.

Sistem so začeli graditi leta 1973 in prvi satelit izstrelili leta 1978. Do popolne funkcionalnosti pa so potrebovali kar nekaj časa. [4] V letih od 1978 do 1985 je bilo utirjenih 11 satelitov. V vmesnem času je leta 1983, takratni ameriški predsednik Ronald Reagan po sestrelitvi korejskega potniškega letala, ki je zaradi navigacijske napake zajadral v ruski zračni prostor, napovedal, da bo GPS sistem, ko bo dokončan, brezplačno na voljo vsem, tudi civilni mednarodni uporabi.

Leta 1991 so GPS sistem v vojaške namene uporabljali med zalivsko vojno v operaciji Zalivski vihar. Januarja 1995 je sistem dosegel popolno funkcionalnost, saj je bil utirjenem še 24 satelit. Natančnost določanja položaja se izboljšuje z večanjem števila GPS satelitov, vendar je za civilne uporabnike v začetni fazi omogočala 100 metrsko natančnost. Bistven preskok za civilno rabo se je zgodil maja 2000, ko so izključili funkcijo SA (angl. Selective Availability). SA je navigacijskemu signalu po določenem algoritmu dodala naključni časovni zamik. Funkcija je bila vdelana zaradi zagotavljanja prednosti ameriške vojske pred drugimi (vojaška GPS-oprema je imela vgrajen kompenzator tega zamika, a za delovanje je bil potreben dnevni ključ). Danes znaša natančnost GPS sistema okoli 5 metrov, kar je dovolj za ulično usmerjanje, s posebnimi namenskimi dopolnitvami in vojaškimi napravami pa se natančnost še poveča na vsega nekaj centimetrov.

GPS sistem sestoji iz treh segmentov: vesoljskega, uporabniškega in nadzorniškega. Vesoljski vsebuje vse GPS satelite v srednji zemeljski tirnici. Uporabniški del sestavljajo civilni in vojaški GPS-sprejemniki, ki razberejo časovne podatke iz večjega števila satelitov in nato izračunajo položaj sprejemnikov. Nadzorniški del pokriva vse zemeljske postaje, ki skrbijo za nadzorovanje satelitskih tirnic, usklajevanje atomskih ur na satelitih in za nalaganje podatkov, ki jih nato sateliti oddajajo.

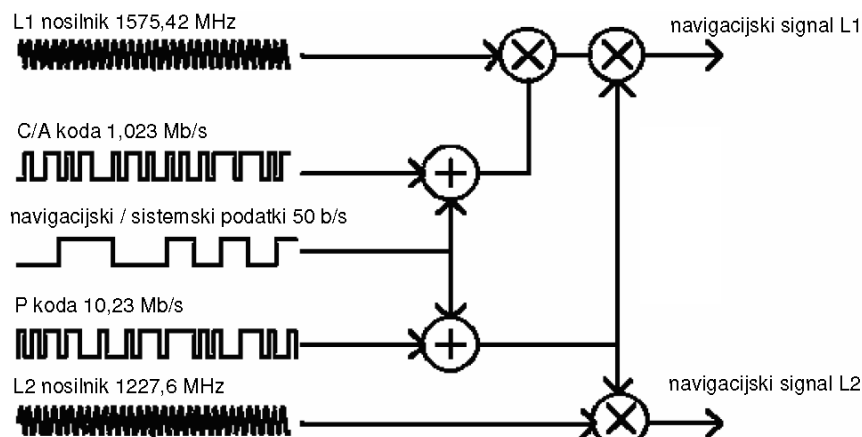
V vesoljskem segmentu je za osnovo vseh signalov, ki jih oddaja satelit, referenčni oscilator s frekvenco 10,23 MHz, ki je krmiljen z atomsko uro. Iz tega se pridobi s frekvenčnim množilnikom signala nosilnih frekvenc $L1(154 \cdot 10,23 \text{ MHz}=1575,42 \text{ MHz})$ in $L2(120 \cdot 10,23 \text{ MHz}=1227,60 \text{ MHz})$.

Satelit oddaja podatke z bitno hitrostjo 50 bit/s. Ta niz podatkov pred oddajo pomnoži še s psevdonaključnim zaporedjem bitov – kodo. Vsak satelit uporablja dve kodi, »krajšo« kodo C/A (Coarse/Acquisition) in »daljšo« kodo P (Precision). Koda C/A je psevdonaključno zaporedje 1023 bitov s hitrostjo 1,023 Mbit/s (torej se ponovi na 1 ms), ki je objavljena in namenjena vsem uporabnikom. Kode C/A so določene tako, da je presluh med njimi -21,6 dB. Vsi sateliti oddajajo na istih frekvencah

³ »Interface Control Documents«, <http://www.gps.gov/technical/icwg/>

⁴ »GPS History - How it all started«, <http://www.maps-gps-info.com/gps-history.html>

L1 in L2, sprejemnik med seboj loči signale različnih satelitov s pomočjo kode. Koda P vsebuje bistveno daljše zaporedje s hitrostjo 10,23 Mbit/s. Tudi ta koda je objavljena, omogoča pa bolj natančno navigacijo kot koda C/A, vendar v bistvu ni namenjena vsem, saj jo sistem lahko kadarkoli spremeni v neobjavljeno kodo Y (anti spoofing). Podatki, kodirani s kodo P, se z binarno fazno modulacijo (binary phase shift keying, BPSK) vtisnejo na nosilni signal L1 in L2. Podatki, kodirani s kodo C/A, pa se z binarno fazno modulacijo vtisnejo na kvadraturni nosilni signal L1, to je na signal, ki je proti signalu L1 v fazi premaknjen za 90°.



Slika 135. Navigacijska oprema na krovu GPS satelitov za pridobitev signala L1 in L2.

Sprejemnik najprej na frekvenci L1 z različnimi kodami C/A išče primeren satelit. Ker je zaporedje kratko (kot smo rekli, se koda ponavlja na 1 ms), se lahko 'uglasi' v razumnem času. Iz tega satelita lahko potem dobi podatke še o drugih satelitih (cikel oddaje enega okvirja z natančnimi podatki o satelitu traja 30 sekund, almanah pa se oddaja razdeljen na zaporedne okvirje). Nato poišče še primerne druge satelite in izmeri časovne razlike. Sodobni sprejemniki so seveda večkanalni, tako da potem, ko se enkrat uglasijo na zaporedne satelite, sprejemajo in obdelujejo signale večih satelitov hkrati in ne drugega za drugim. No, za večino civilnih uporabnikov se zgodba tukaj konča.

Privilegirani (beri vojaški!) uporabniki pa se lahko na obeh frekvencah uglasijo še na kodo P. Ta jim zagotavlja bolj natančno merjenje razdalj, ker se prenaša z desetkrat večjo bitno hitrostjo kot koda C/A. Ker se ta koda ponavlja z bistveno večjo periodo kot koda C/A, se sprejemnik najprej ugласi na kodo C/A, iz katere pridobi grobo sinhronizacijo za kodo P, nato pa se lahko hitro sinhronizira še na kodo P. Ko pa se sinhronizira še na kodo P, lahko iz razlik med časi, izmerjenimi na frekvencah L1 in L2 iz modela določi trenutne lastnosti ionosfere in to upošteva pri izračunu položaja.

Primer:

Izračunajte maksimalen čas, ki ga potrebuje enokanalni GPS sprejemnik za začetno sinhronizacijo na en GPS satelit. Brez podatkov iz almanaha mora sprejemnik preizkusiti vseh $N=32$ C/A zaporedij. Za vsako C/A zaporedje mora sprejemnik preizkusiti vse možne faze, pri čemer preizkus vsake faze traja $t_0=10$ ms.

$$t = t_0 \cdot 1023 \cdot N = 10 \text{ ms} \cdot 1023 \cdot 32 = 327,46 \text{ s} \approx 5,5 \text{ min}$$

Primer:

Izračunajte maksimalen čas za začetno sinhronizacijo na en GPS stelit, če mora zaradi Dopplerjevega pomika (10 kHz) in odstopanja lastne frekvence narediti sprejemnik $M=10$ dodatnih poskusov na različnih frekvencah.

$$t = t_0 \cdot 1023 \cdot N \cdot 10 = 10 \text{ ms} \cdot 1023 \cdot 32 \cdot 10 = 3274,6 \text{ s} \approx 55 \text{ min}$$

Primer:

Izračunajte maksimalen čas za začetno sinhronizacijo na en GPS stelit po podatkih iz zgornjih primerov, če na nebu vidimo $N'=8$ satelitov.

$$t = t_0 \cdot 1023 \cdot \frac{N}{N'} \cdot M = 10 \text{ ms} \cdot 1023 \cdot \frac{32}{8} \cdot 10 = 409,325 \text{ s} \approx 6,8 \text{ min}$$

Primer:

Izračunajte maksimalen čas za začetno sinhronizacijo na en GPS stelit po podatkih iz zgornjih primerov, če se uporabi sprejemnik z več kanalni (na primer 12 kanalni).

$$t = t_0 \cdot 1023 \cdot \frac{N}{N'} \cdot M \cdot \frac{1}{K} = 10 \text{ ms} \cdot 1023 \cdot \frac{32}{8} \cdot 10 \cdot \frac{1}{12} = 34 \text{ s}$$

Ker so signali nosilnih frekvenc vseh satelitov med seboj sinhroni (saj so sinhronizirani z atomskimi urami in popravki!), se lahko za zelo natančno določanje položaja uporablja tudi merjenje faznih razlik. Ker je valovna dolžina signala 20 cm, mora biti zaradi večličnost faze položaj že določen do tega pogreška natančno. Ena možnost je, da nas zanima položaj, določen relativno na začetni položaj. S pomočjo merjenja faznih razlik lahko torej zelo natančno merimo relativne zaporedne položaje premikajočega sprejemnika. Če na kakršenkoli način enako natančno določimo tudi začetni položaj, poznamo seveda z enako natančnostjo vse zaporedne položaje.

Za natančno določanje položaja se lahko uporablja tudi diferencialni sistem GPS. Ideja je zelo preprosta: en sprejemnik na znanem položaju meri svoj položaj s pomočjo sistema GPS in iz razlike med dejanskim in izmerjenim položajem izračuna pogrešek sistema GPS. Ostali sprejemniki lahko pri določanju svojega neznanega položaja ta pogrešek upoštevajo kot popravek merjenega položaja. Pri tej metodi privzamemo, da so pogreški za vse sprejemnike enaki, to pa velja za sprejemnike, ki so blizu skupaj in pri določanju položaja uporabljajo iste satelite.

Poglavitni viri pogreškov so: netočne ure in podatki o krožnicah, odbiti valovi, vpliv troposfere in ionosfere na razširjanje valov in neugodna lega satelitov. Od vseh naštetih povzročja največji pogrešek vpliv ionosfere in neugodna lega satelitov. Vplivu ionosfere se civilni uporabniki pravzaprav ne morejo izogniti, na izbiro satelitov pa praviloma lahko vplivajo. Zato se je treba izogibati izbiri štirih satelitov v eni ravnini ali dveh satelitov v približno isti smeri.

Primer:

Oddajo radio-navigacijskega satelita GPS opazujemo na spektralnem analizatorju, ki je priključen na anteno z dobitkom $G_S=20$ dBi. Nizkošumni predojačevalnik omogoča skupno šumno temperaturo antene in sprejemnika $T=200$ K. Efektivna sevana moč satelita ($P_O \cdot G_O$) je $EIRP=+57$ dBm za BPSK oddajo C/A z bitno hitrostjo $R=1,023$ Mbit/s. Kolikšno največje razmerje signal/šum $(S+N)/N=?$ (v dB) odčitamo na spektralnem analizatorju s sitom pasovne širine $B=30$ kHz?

($f_{L1}=1,57542$ GHz, $c_0=3 \cdot 10^8$ m/s, $d=20\,000$ km, $k_B=1,38 \cdot 10^{-17}$ J/K)

$$P_N = Bk_B T = 30 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 200 \text{ K} = 8,28 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f_{L1}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,57542 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 19 \text{ cm} \quad G_S = 20 \text{ dBi} = 100 \quad P_O G_O = +57 \text{ dBm} = 500 \text{ W}$$

$$P_S = P_O G_O G_S \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = 500 \text{ W} \cdot 100 \cdot \left(\frac{0,19 \text{ m}}{4\pi \cdot 2 \cdot 10^7 \text{ m}} \right)^2 = 2,87 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

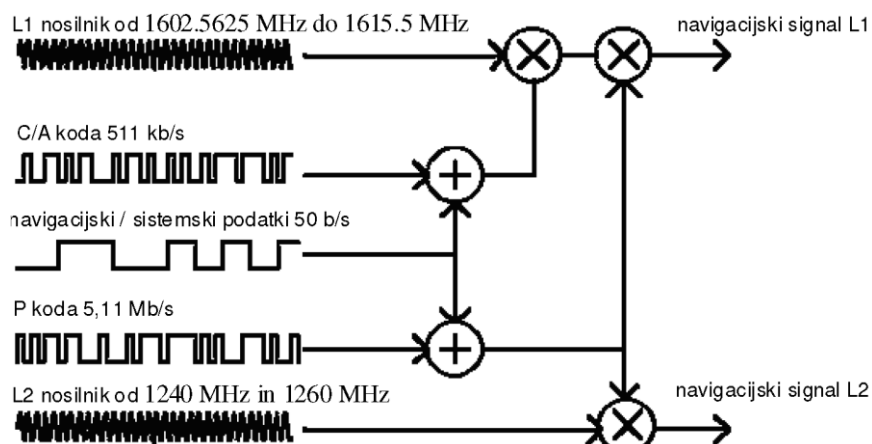
$$P'_S = P_S \frac{B}{R} = 2,87 \cdot 10^{-14} \text{ W} \cdot \frac{3 \cdot 10^4 \text{ Hz}}{1,023 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 8,42 \cdot 10^{-16} \text{ W}$$

$$\frac{S+N}{N} = \frac{P'_S + P_N}{P_N} = \frac{8,42 \cdot 10^{-16} \text{ W} + 8,28 \cdot 10^{-17} \text{ W}}{8,28 \cdot 10^{-17} \text{ W}} = 11,17 = \underline{\underline{10,5 \text{ dB}}}$$

20.2.2.2 GLONASS

Sovjetska zveza je razvila satelitski hiperbolični radionavigacijski sistem GLONASS [5]. Po nekajletnih težavah po razpadu Sovjetske zveze je sistem sedaj operativen in je dobrodošla dopolnitev sistema GPS. Od oktobra 2011 je delujočih 24 satelitov. Od tega je 18 satelitov potrebnih za pokrivanje ozemlja Rusije. Natančnost sistema GLONASS je 4,5 do 7,5 navpično in vodoravno. Želje Rusije pa so razširili število satelitov na 30.

Zasnova je zelo podobna zasnovi sistema GPS. Sateliti oddajajo informacijski signal C/A in P na dveh frekvencah, L1 in L2, ki sta 1610 in 1250 MHz. Razlika je, da vsi sateliti oddajajo isto kodo, vendar vsak na svoji oddajni frekvenci, sistem torej za ločevanje kanalov ne uporablja kodnega, temveč frekvenčni multipleks. Tirnice in obhodne dobe satelitov so malo drugačne kot pri sistemu GPS. Tirnice zagotavljajo večjo natančnost določanja višine položaja pri večjih zemljepisnih širinah, obhodne dobe pa so izbrane tako, da so tirnice satelitov bolj stabilne od tirnic satelitov GPS in je potrebnih manj popravljanj.



Slika 136. Navigacijska oprema na krovu GLONASS satelitov za pridobitev signalov L1 in L2.

Zaradi podobnosti sistemov GPS in GLONASS so mnogi sprejemniki narejeni tako, da omogočajo navigacijo po obeh sistemih in tako povečajo natančnost določanja položaja.

⁵ <https://www.glonass-iac.ru/en>

20.2.2.3 GALILEO

Bodoči evropski sistem Galileo je bil zasnovan leta 1999 z namenom tehnološke neodvisnosti EU in bo javno ter brezplačno dostopen vsem. Z Galileo bo Evropa postala neodvisna od ZDA in ostalih GNSS pri civilni navigaciji in merjenju časa. V načelu pa bo zelo podoben sistemu GPS. [6]

Načrtovana je takšna natančnost, da bo zadostovala za pristajalne sisteme in za določanje položaja na cestah.

Galileo pomeni alternativo ameriškemu GPS-u ter ščitil evropske interese, če ZDA spet vklopi SA. Cilj je ponuditi natančnejše pozicioniranje (do metra napake). Načrtovano število satelitov Galileo naj bi bilo 30. Operativnih naj bi bilo 27, trije pa dodo za rezervo in bi se vključili v primeru napak v delovanju ali zaradi morebitnih poškodb delujočih satelitov.

Sateliti z maso skoraj vsak po 700 kg so utirjeni na treh različnih tirnicah na višini 23.222 km in z naklonom 56 stopinj glede na ekvator.

Ponudili bodo tudi komercialni, plačljiv del, ki bo omogočal nekoliko večjo natančnost. Čeprav sprejemnikov za Galileo še ni, se veliko govori o hibridnih sprejemnikih, ki bi sočasno lovili tako satelite GPS kot Galileo in tako omogočali še večjo natančnost brezplačno.

Prva poskusna satelita GioveA in GioveB sta bila v tirnico izstreljena leta 2005 in 2008.

⁶ »Galileo Open Service Signal-in-Space Interface Control«, http://ec.europa.eu/growth/sectors/space/galileo/osis-icd/index_en.htm